

用正壓模式計算七十二小時颱風之行徑

Barotropic Forecasting of Typhoon Tracks Up to 72 Hours

王崇岳

Griffith Wang

一、前言

近年來數值天氣預報，已有相當成就，其對於中緯度區槽脊位移之預測，與夫其強度之演變，已相當正確，電腦已有取代人腦以預測天氣之勢；唯該法對於颱風行徑之預測尚不能直接應用，其主要困難：①颱風環流區天氣報告稀少，尤以熱帶海洋區為甚；②颱風環流區內氣壓梯度峻峭，按常用網格點上之資料，實不足以表達颱風眼周圍之氣壓場，若縮短網格點間之距離至足以表達颱風眼周圍之氣壓場時，則重複計算之次數將數百倍於常用者，時間與經濟均屬不許可；且因資料缺乏，即以數公里間距之網格點（300公里為常用者），亦無法真正表示颱風眼周圍之氣壓場。為解決此類問題，美日氣象學家曾各有獨到之見解，除要求美國海軍與空軍增加颱風眼周圍地區天氣偵察報告外，對於數值預報用之網格點，其排列方式各有不同，如美國氣象局用區域網格點，即颱風環流區用精密網格點，相鄰兩點間之距離約三十公里，其外側者則用三百公里；日本氣象局則以極座標表示颱風環流，其中徑由颱風中心按一百公里之距離增加，而颱風環流及其外圍之氣壓場，則以三百公里間距之方形網格點表示，按此類網格點之排列計算颱風之運行，其結果雖有顯著進步，但尚不能完全令人滿意。為求颱風預測正確，有效期延長至七十二小時，美日兩國之預測法均不能直接用之於本區，本預測法之基本原理，是以颱風為一圓形無渦旋度之渦旋，其側面圖與一圓底碗相似，該碗形渦旋置身於平滑之駛流中，隨風移動，其速度與其周圍之駛流一致，並隨駛流因時間與空間之變動而變動。

二、無渦旋度之渦旋

氣流場內之相對渦旋度（ ζ ）可用下式表示：

$$\zeta = \frac{\partial C}{\partial n} + \frac{C}{R_s}$$

式中 $\frac{\partial C}{\partial n}$ 項表示風切， C/R_s 項中之 C 代表氣流

速率， R_s 代表氣流之曲半徑，如第一圖所示者，

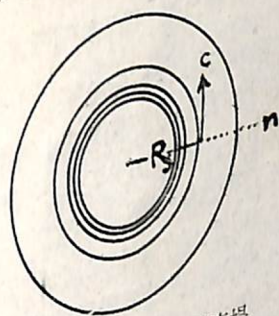
$\frac{\partial C}{\partial n}$ 可以 $\frac{\partial C}{\partial R_s}$ 表示，即 $\zeta = \frac{\partial C}{\partial R_s} + \frac{C}{R_s}$

如該氣流場是一無渦旋度氣流場，則

$$\frac{\partial C}{\partial R_s} + \frac{C}{R_s} = 0$$

即 $R_s \left(\frac{\partial C}{\partial R_s} \right) + C = 0$ 或 $\partial (CR_s) / \partial R_s = 0$

即 $CR_s = \text{常數}$ ，該氣流場內之風速與氣流曲半徑之積為常數，曲半徑愈小（愈接近颱風中心）風速愈大，此點與颱風環流內風速之分佈完全相符，據實測資料，如以 r_e 表示颱風眼半徑，則颱風環流區風速之分佈可以下列二式表示之：



第一圖 無渦旋度氣流場

$$R_s < r_e \quad C/R_s = \text{常數} \quad (2.1)$$

$$R_s > r_e \quad CR_s = \text{常數} \quad (2.2)$$

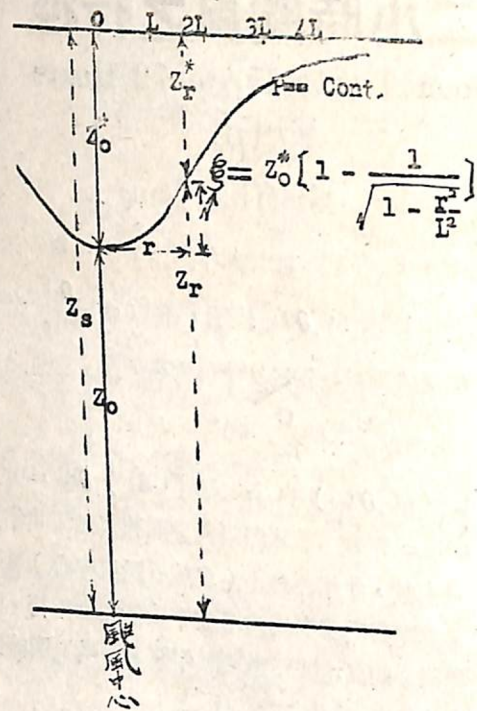
由此可知，颱風環流雖為圓形，因形成渦旋度之風切與曲半徑大小相等方向相反，可為一無渦旋度之氣流場。

三、颱風側面圖

為表示颱風環流在定壓面內之分佈，日本氣象學家藤田博士曾創導下列之經驗公式：

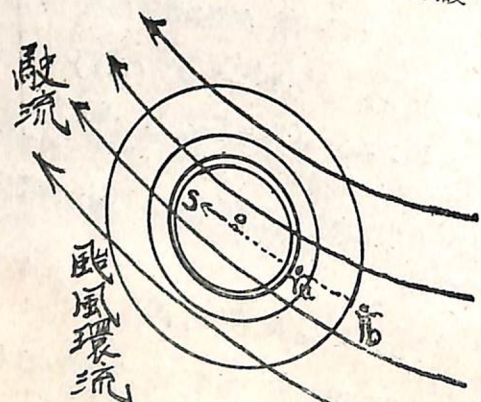
$$\xi = Z_0^* \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2}}} \right] \quad (3.1)$$

$$Z_r^* = Z_0^* \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2}}} \quad (3.2)$$



第二圖 颱風側面圖

參閱第二圖，式中之 r 表示颱風區內任一點與颱風中心 O 點間之距離，表示颱風圈之基本長度， Z_0^* 表示颱風中心之深度， L 與 Z_0^* 各為颱風之特性，因颱風不同而有異。由颱風路徑常呈一平滑曲線觀之，颱風區之駛流亦應為平滑之曲線形，如第三圖所示者。按駛流方向應為颱風移動方向之假設，沿



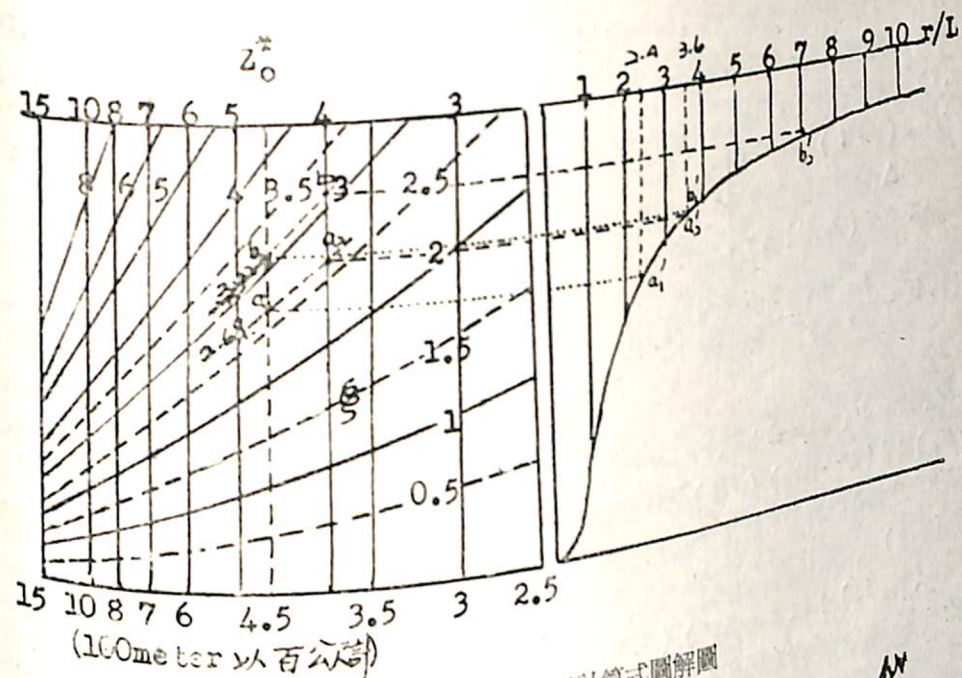
第三圖 駛流與颱風環流

颱風中心移動方向 S 取二點，一點距颱風中心 r_a 公里，另一點距颱風中心 r_b 公里，取該二點 700 毫巴面之高度 Z_{ra} 與 Z_{rb} (實測或分析 700 毫巴面所得之高度)，因通過颱風中心及 r_a 與 r_b 三點之駛流應為一平滑之曲線，該三點間並無駛流梯度，而 $Z_{ra} -$

$-Z_c$ 與 $Z_{rb} - Z_c$ 之差，應為颱風環流在定壓面之梯度，以 $Z_{ra} - Z_0 = \xi r_a$ 及 $Z_{rb} - Z_0 = \xi r_b$ 逐一代 (3.1) 式等號左側之 ξ ，及以與此對應之 r_a, r_b 值代等號右側式中之 r ，由此可解 (3.1) 式，得 Z_0^* 與 L ，由此颱風側面圖已確定。再以 Z_0^* 與 L 代入 (3.2) 式，並以任一點與颱風中心 O 間之距離 r 公里代入，得 Z_r^* ，以此值加於該點 700 毫巴面之實測值 Z_r 上，即得 700 毫巴駛流面之高度，當 r 等於零時，則 700 毫巴駛流面之高度等於颱風中心實測之高度與側面圖中颱風中心深度 (Z_0^*) 之和。在 700 毫巴面圖上，如取任一測站至颱風中心 O 點間之距離 r 公里代入 (3.2) 式中，即可計算該測站上空因颱風環流而在該定壓面上降低之高度 Z_r^* ，以此值加於該站實測之定壓面高度值上，如此逐站計算，即得該定壓面之駛流圖，由此，任一定壓面天氣圖均可分割為兩部份處理，圖形颱風環流與平滑之駛流是也。

四、藤田計算式之圖解法

欲解藤田計算式，以應用圖解法較為方便，參閱第四圖，該圖分左右兩部份，左圖中之縱線表示高度 Z_0^* ，斜線表示 ξ (即實測之 $Z_r - Z_0$ 值)，由實測高度 $Z_0 = 2768$ 重力位公尺， $Z_{ra} = 3036$ 重力位公尺， $Z_{rb} = 3090$ 重力位公尺，如第五圖所示者， $r_a = 175$ 公里， $r_b = 350$ 公里， $\xi_a = 3036 - 2768 = 268$ ， $\xi_b = 3090 - 2768 = 322$ 。在圖解開始時，先設 $Z_0^* = 450$ 公尺，則按第四圖，由左側斜線 2.5 與 3 之 2.68 (代表 268 公尺) 內插線與 4.5 線 (代表 450 公尺) 之交點 a_1 畫一線，與 x 軸平行，而與左側圖中之曲線交於 a_1' ；再由左圖中斜線 3 與 3.5 間之內插線交於 b_1 畫一線與 x 軸平行，而與右側圖中之曲線交於 b_1' ； a_1' 上側之 r_a/L 比是 2.4， b_1' 上側之 r_b/L 比是 3.6，因每一颱風之 L 在一定時間應為常數，而 $r_b = 2r_a$ ，故 b_1' 上側之 r_a/L 比應為 3.6，今 3.6 不是 2.4 之二倍， a_1' 上側之 r_a/L 比之二倍，今 3.6 不是 2.4 之二倍，可知原假設之 Z_0^* 等於 450 與事實不符，即 $Z_0^* \neq 450$ 重力位公尺。由此再作假設，如設 $Z_0^* = 400$ 重力位公尺，得 a_2' 上之 r_a/L 比是 3.5， b_2' 上之 r_b/L 比是 7，7 是 3.5 之二倍，故 $Z_0^* = 400$ 重力位公尺應為藤田計算式中 Z_0^* 之解答。又因 $r_b = 350$ 公里， $r_a/L = 7$ ，則 $L = 350 \div 7 = 50$ 公里，後以 $Z_0^* = 400$ ， $L = 50$ 代入 (3.2) 式，按長短計算每一測站

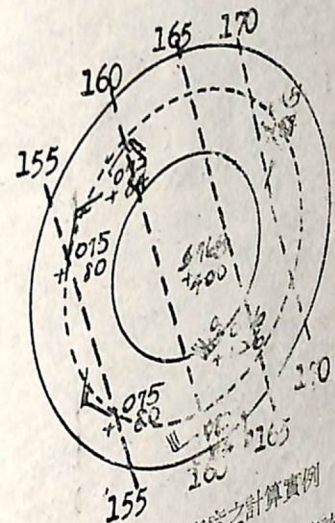


第四圖、藤田計算式圖解圖

上之值。

五、飛機偵察報告處理法

定壓面天氣圖中之資料屬於定時觀測，而飛機偵察報告屬於不定時，此種時間上之差異，可用空間修正之，以求颱風環流區資料稠密，正確確定颱風環流與駛流之分佈。通常颱風中心位置測定報告一日凡四次，其時間是 03、09、15 與 21，00 與 12 兩定壓面天氣圖上之颱風中心位置，常根據 21—03 與 03—15 之報告用內推法確定之，至於颱風中心以外區域內之飛機報告，可按時間之先後分別處理之。如飛機報告之時間較定壓面天氣圖者為早，則先按飛機報告之經緯度定出該報告在天氣圖之位置，由此位置作一線與颱風中心移動之速度向量平行，然後由飛機報告之位置起且與颱風中心位移之方向一致，沿該線截取一線段，該線段在天氣圖上之長度等於飛機報告與定壓面天氣圖間之時差與颱風速率之積，在此線段之末端填繪飛機報告中之高度、溫度與風速風向；如飛機報告之時間較定壓面天氣圖者為遲，則截取線段時是由飛機報告之位置起，與颱風中心位移之相反方向截取，其他步驟則不變。第五圖所示者是經整理後之七次飛機偵察報告，表示 Z_r^* ，該值與定壓面高度 (Z) 下側所示之數字，表駛流之高度 (Z_s)。根據實測資料，颱風中心 $Z_0 + Z_0^*$ 值常較其四周各點上之 $Z + Z_r$ 值為高，考其



第五圖 駛流面高度之計算實例

原因，是因颱風眼內溫度特高所致，為使該區駛流平滑計，常按四周資料將該值酌予修正，如第五圖中之颱風中心，其駛流面應為 $2768 + 400 = 3168$ ，唯為平滑之駛流原則，似以 3162 作為繪畫駛流之依據較為合適。

六、正壓模式之數值預測公式

通常實值實報中所用之正壓預測公式，其形式如下：

$$\zeta_t = -\nabla \cdot \nabla \eta \quad (6.1)$$

式中之 ζ_t 表示相對渦旋度隨時間之變動， η 代表絕對渦旋度， ∇ 代表氣流速度。如似地轉近似公式表示，則(6.1)式可改列如下：

$$\nabla^2 Z_t = J(\eta, Z) \quad (6.2)$$

Z_t 表示等壓面於 Δt 時間間隔之趨勢， Z 是定壓面之高度代表爺氏算子(Jacobian)。

$$J(\eta, Z) = \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (6.3)$$

$$\text{因 } Z = Z_s - Z_r^*$$

故 $\nabla^2 Z_t = J(\eta, Z) = J(\eta_s, Z_s) + J(\eta_s, -Z_r^*) + J(\zeta^*, Z_s) + J(\zeta^*, -Z_r^*)$ (6.4) 式中之 ζ^* 表示颱風環流中之相對渦旋度，按第二節中之假設應為零，故(6.4)式可簡化如下：

$$\nabla^2 Z_t = J(\eta_s, Z_s) + J(\eta_s, -Z_r^*) \quad (6.5)$$

該式右側第二項表示駛流場內之絕對渦旋度與颱風環流間之相互作用，促使颱風位移，第一項表示駛流場內之絕對渦旋度與駛流場間之相互作用，促使駛流場變形，據實測資料計算，第二項之數值遠較第一項為微，故第一項應為主項，同時本法計算時完全以駛流面之趨勢為準，即 Z_{st} ，而非定壓面之趨勢(Z_t)，故可改列(6.5)之近似式如下：

$$\nabla^2 Z_{st} = J(\eta_s, Z_s) \quad (6.6)$$

本式可稱為正壓預測公式。

七、用有限差法計算正壓預測公式

若網格點之排列如第六圖所示之形式，則爺氏算子可用有限差法計算，(6.6)可改列如下：

$$\nabla^2 Z_{st} = a \{ (Z_{s_2} + Z_{s_3} + Z_{s_4} - (Z_{s_6} + Z_{s_8} + Z_{s_{11}})) \} (Z_{s_2} Z_{s_4}) - \{ (Z_{s_2} + Z_{s_6} + Z_{s_{11}} - (Z_{s_4} + Z_{s_8} + Z_{s_{12}})) - b \} (Z_{s_1} - Z_{s_3}) \} \text{式中之}$$

$$a = \frac{m^2}{4d^2} \frac{g}{f} \Delta t, \quad b = \frac{2d^2}{m^2} \frac{f}{g} \frac{\partial f}{\partial y}$$

m 表示天氣圖投影之擴大或收縮比，如為朗伯脫投影，以緯度 30° 與 60° 為準，則在 30° 與 60° 處之地圖比例屬於真實比， $m=1$ ， $30^\circ-60^\circ$ 之範圍內 $m<1$ ， 60° 以上或 30° 以下者 $m>1$ ， m 之變值如第一表所示者。

d 為相隣二網格點間之距離，以300公里為準，為計算時所用時間之間隔，以3600秒為準。

		10		
	6	2	5	
11	3	0	1	9
	7	4	8	
		1		

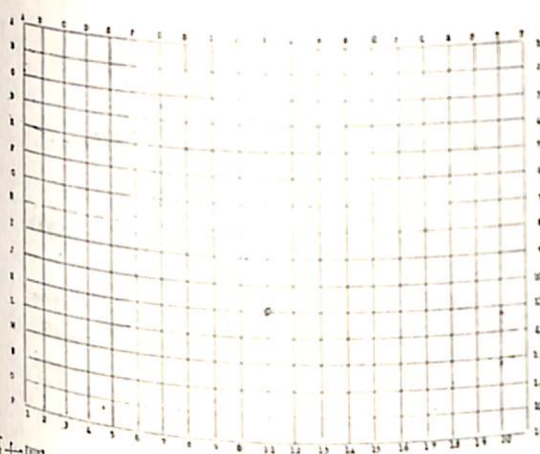
第六圖 計算爺氏算子之網格點

Φ	m	Φ	m	Φ	m
90		60	1.000	30	1.000
89	2.471	59	0.995	29	1.004
88	2.030	58	0.991	28	1.009
87	1.810	57	0.987	27	1.014
86	1.668	56	0.983	26	1.019
85	1.566	55	0.980	25	1.025
84	1.488	54	0.977	24	1.031
83	1.426	53	0.974	23	1.037
82	1.374	52	0.972	22	1.044
81	1.330	51	0.970	21	1.051
80	1.293	50	0.968	20	1.058
79	1.260	49	0.967	19	1.065
78	1.231	48	0.966	18	1.073
77	1.205	47	0.966	17	1.081
76	1.182	46	0.966	16	1.090
75	1.161	45	0.966	15	1.099
74	1.143	44	0.966	14	1.108
73	1.126	43	0.967	13	1.118
72	1.111	42	0.968	12	1.128
71	1.097	41	0.969	11	1.139
70	1.084	40	0.970	10	1.150
69	1.072	39	0.972	9	1.161
68	1.061	38	0.974	8	1.172
67	1.051	37	0.976	7	1.184
66	1.042	36	0.979	6	1.197
65	1.034	35	0.982	5	1.210
64	1.026	34	0.985	4	1.223
63	1.019	33	0.988	3	1.237
62	1.012	32	0.992	2	1.252
61	1.005	31	0.996	1	1.267
				0	1.283

第一表 朗伯脫投影圖各緯度之張縮比(m)

八、計算步驟

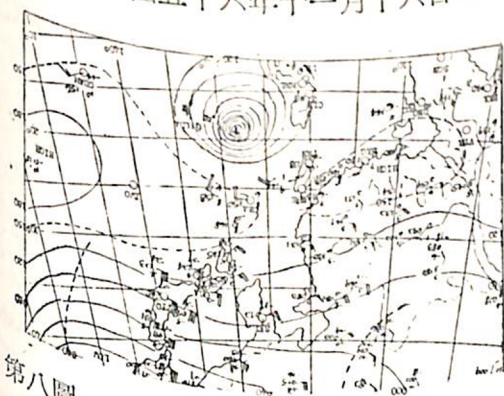
因本研究工作完全以預測臺灣省附近之颱風為主，故網格點之排列，完全以適合此種要求而設計，如第七圖所示指，共有網格點 21×16 ，相鄰兩點間之距離是300公里，天氣圖上之颱風中心置於(11, 11)網格點上，該點距最低緯度之界限尚有一千四百公里之遙，凡北緯 14° 以北地區內之颱風均可計算，因赤道區駛流微弱，氣壓梯度平坦，對於



第七圖、 16×21 網格點之排列(●表示颱風中心)

中緯度區之駛流影響不顯，故網格點似不必過多；至於颱風中心北側之網格點，已向高緯度延伸約三千公里，似不宜過多，以免斜壓氣層之影響，颱風中心左右兩側之網格點，均以三千公里之範圍為準，因東側之中太平洋，西側之康藏高原，無線電探空報告稀少，不宜以不準確之資料納入，以致影響計算成果。

第八圖是民國五十六年十一月十六日00z之



第八圖 民國五十六年十一月十六日0000時700mb天氣圖

700毫巴面天氣圖，根據飛機偵察報告，700毫巴面之颱風中心高度是2775重力位公尺，b點距颱風中心600公里，其高度為3090重力位公尺，a點距颱風中心300公里，其高度為3040重力位公尺，根據第四圖計算，知該颱風中心之 Z_0^* 為405重力位公尺， $L=85$ 公里，由此按

$$Z_r^* = 405 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{85}\right)^2}$$

之關係式，由每一測站至颱風中心之距離 r 得 Z_r^* ，將此數加於該測站之實測700毫巴高度上，得第九圖所示之700毫巴面駛場；再由該圖計算每一網格



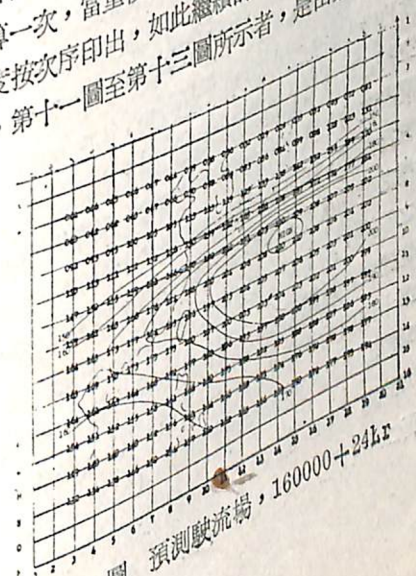
第九圖、民國五十六年十一月十六日0000時700mb面駛流圖

點之高度，以300重力位公尺為準，凡低於此數者冠以負號，其結果如第十圖所示者，然後將每一網

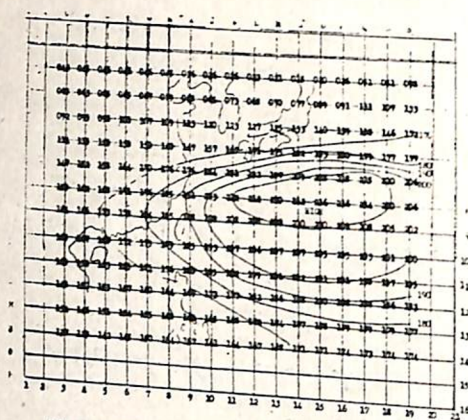


第十圖 網格點與駛流場

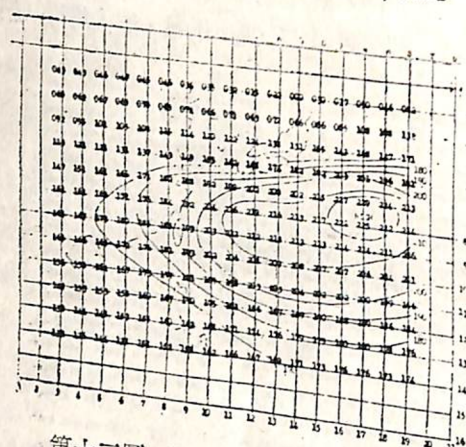
格點上之數值按次序納入電子計算機中，計算每一網格點上之 ∇Z_{st} ，再用漸近法解 ∇Z_{st} ，得 Z_{st} ，將此值加於與此對應之 Z_{so} 上，準備第二次計算，通常時間間隔 Δt 是3600秒即每小時重複計算一次，當重複計算三次後，將每一網格點上之高度按次序印出，如此繼續計算達七十二小時而後已，第十一圖至第十三圖所示者，是由第十圖所示之



第十一圖 預測駛流場



第十二圖 預測駛流場160000+48hr

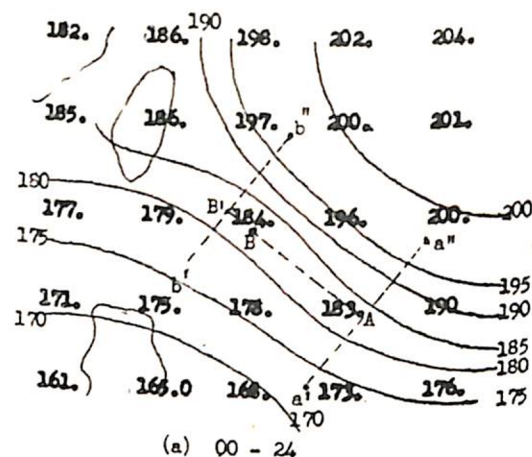


第十三圖 預測駛流場160000+72hr

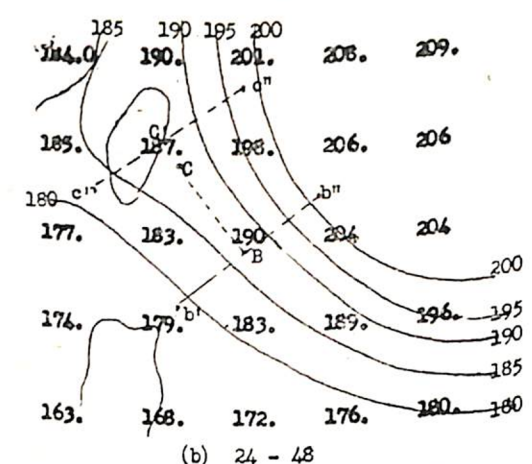
原始駛流場，計算所得之未來之二十四小時，四十八小時與七十二小時之駛流場，該駛流場之中心高度於七十二小時內顯已增高，但未加強，並有繼續向東位移之現象。

九、颱風行徑之預測

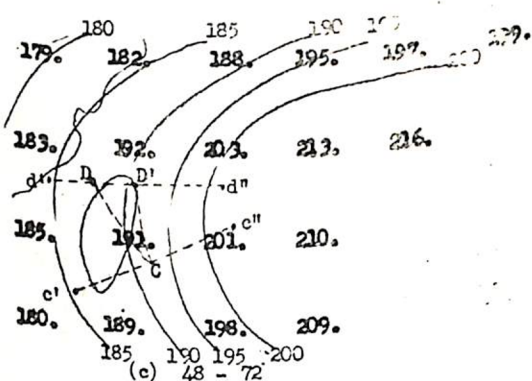
颱風未來運行之方向應與預測之駛流方向一致，其速率應與暴風圈範圍內之平均駛流強度成比例，此點乃為本研究最基本之理論，因駛流是時間與空間之函數，故颱風未來之行徑，應為其速度對時間與空間之積分，在實際作業時，以應用平均駛流較為方便，即以原始駛流場與二十四小時預測駛流場之平均速度，作為確定颱風未來二十四小時之平均速度作為颱風未來四十八小時之速度，餘類推。第十四圖所示者，(a)00與24，(b)24與48，(c)48與72小時之部份平均駛流圖。(a)圖中之A點表示00時颱風中心之所在點，北緯十九點零度，東經一百二十七點八度，暴風半徑300公里，其實測



(a) 00 - 24



(b) 24 - 48



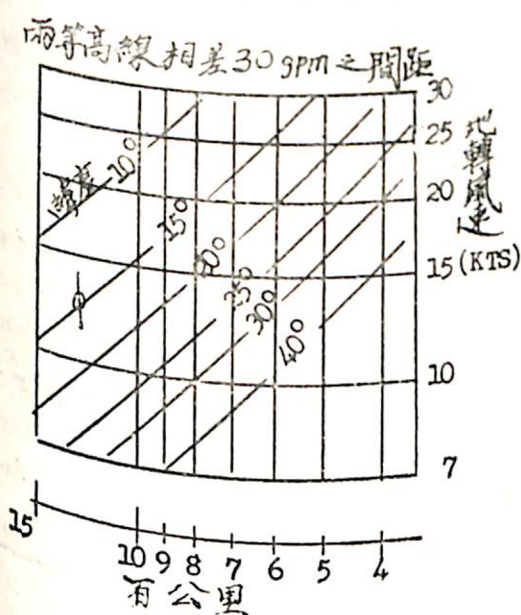
第十四圖 平均駛流場

(a)0000與24hrs, (b)24hr與48hrs

(c)48hr與72hrs

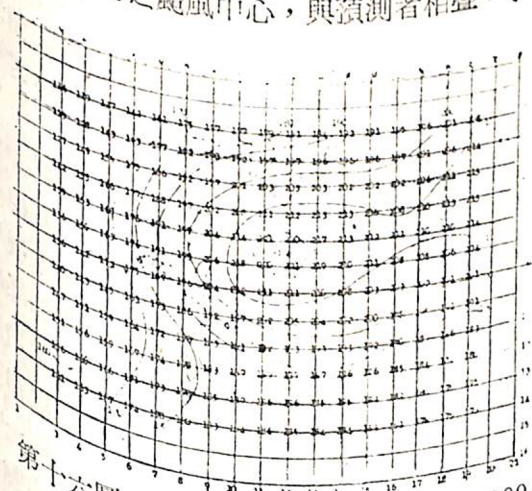
之颱風中心速率是每小時十一哩，颱風移動之方向為AB'線，AB'之長度是 $24 \times 11 = 264$ 哩。(a)圖中a', a''兩點與A點間之實際長度各為300公里，駛流面在a'點之高度為173重力公尺，a''點者為196重力公尺， $196 - 173 = 23$ 重力公尺，a', a''兩點相距六百公里，其高度差為23重力公尺，按比例，如為30重力公尺之差時，其間距離應為 $600 \times 30 \div 23 = 780$ 公里，由第十五圖所示之地轉

風速標尺，得地轉風速十六節，與實測風速率十一節相較大五節，如該颱風於未來二十四小時內維持等速運動，則二十四小時後之颱風中心應位於B'點，B'兩側b'與b''間六百公里內之駛流速率，以地轉風計應為十三節，由此可知A至B'之駛流速率自十六節減至十三節，故颱風速率亦應由十一節按比例減小至 $13 \times 11 \div 16 = 9$ 節，其二十四小時平均速率應為十節，由此得B點，與實測二十四小時後之颱風中心重疊，將B點所在之經緯度記下，作為二十四小時之預測位置，並將該位置移至24與48小時之平均駛流圖上，以時速九節作為颱風中心在

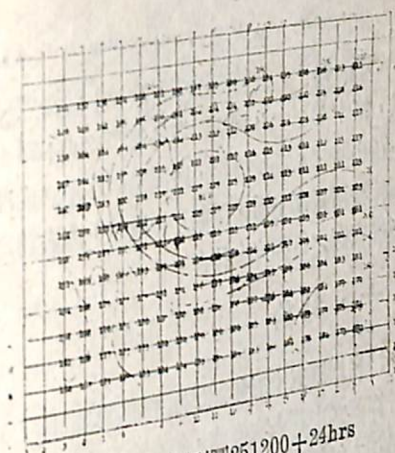


第十五圖 地轉風標尺

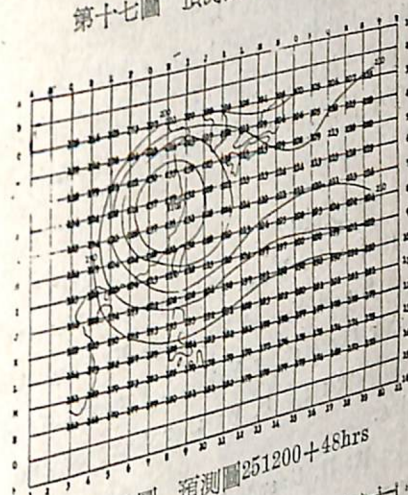
B點之速率，由此以處理二十四小時颱風行徑之方法處理四十八小時與七十二小時者，b圖中之C點是四十八小時之颱風中心，與預測者相疊，(c)圖



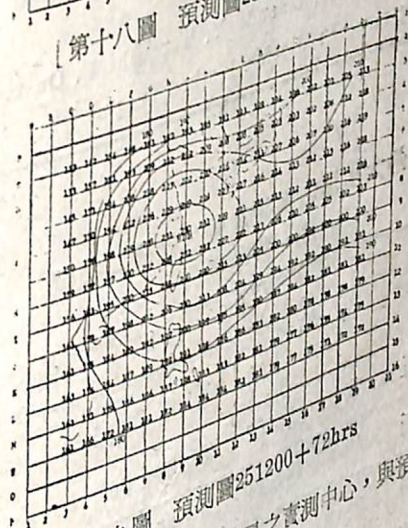
第十六圖 民國五十八年七月二十五日1200+0300預測圖(颱風衛歐拉，其實測行徑如粗虛線所示者)



第十七圖 預測圖251200+24hrs



第十八圖 預測圖251200+48hrs



第十九圖 預測圖251200+72hrs

中之D點是七十二小時後颱風之實測中心，與預測之颱風中心D'相距僅百公里。在實際作業程序中，常以首三小時預測駛流場替代原始駛流場，因颱風中心位置之測定，常較定壓面天氣圖遲三小時，如此可直接應用飛機測定之颱風中心，作為計算颱風未來行徑之起點，以二十四小時之行徑替代二十四小時者。第六圖所示者是民國五十八年七月二十五日「衛歐拉」颱風接近

臺灣省南部海面時之駛流場，其時間是251200+0300G.C.T，圖中之虛線表示「衛歐拉」前後三日之行徑，第十七至十九圖所示者各為251200+24+48與+72小時之預測駛流場，駛流場中心相繼由沖繩島區位移至長江下游，阻制「衛歐拉」向右轉向，與颱風實際之行徑完全符合。

十、結論

本法自民國五十五年起已開始研究與試驗，其電子計算程式亦經多次修改，始有今日之結果，計算時是用大氣層正壓模式，唯計算實例是以民國五十六年十一月中旬之「吉達」颱風，在秋末冬初時中緯度區之大氣層雖為斜壓，但既有颱風出現，其周圍氣流仍屬夏季型，雖用正壓模式，其結果仍令人滿意。

參考文獻：

- (1) Saucier W. J. Principles of Meteorological Analysis, Chapter 10 Kinematic Analysis.
- (2) Sasaki Y. and Miyakoda K. Prediction of Typhoon Tracks on the Basis of Numerical Weather Forecasting Method, Proceedings of the UNESCO Symposium on Typhoons Nov. 1954
- (3) Petterssen S. Weather Analysis and Forecasting, Chapter Numerical Weather Forecasting.
- (4) Ito H, Masuda Y. Terauchi E. On the Routine Forecast of Typhoon Movement, by the Numerical Prediction Method (unpublished)

表八

上接 22 頁

最大風層之風速改變 (連續二次觀測、夏季各月)

測 站	(CST) 18—00		(CST) 06—06		(CST) 06—12	
	增	減	增	減	增	減
伍 茲 堡	57	7	29	59	7	41
托 畢 略	39	6	35	37	15	35
國 際 瀑 布	27	5	32	22	8	18
德 頓	24	11	24	18	5	15
蒙 哥 馬 利	20	7	19	26	5	15
諾 佛 克	38	13	35	34	12	27
波 特 蘭	23	11	12	25	10	11
西 雅 圖	17	10	15	25	4	9

表 8 中之每一測站，其晚間噴射氣流之風速顯有增強趨勢，這種趨勢僅五個測站，可獲得重大之滿足；總之，其餘各站仍十分顯著如德頓，波特蘭及西雅圖。在晨間之各時 (06CST 至 12CST) 則有和上所述相反感覺的變化。總之，各有意義之層次一般均較晚間所觀測者為低，因多數情形下，連續二次噴射氣觀測所發現者較少。

有一種趨勢發生於趨午夜至 06CST 期，欲命名或給於此趨勢一種明確之定義，殊非易事。在德州伍茲堡，總之，在 00 的觀測期有一種時空現象發生於最大風速出現期，暗示最大風速出現之時間係發生於午夜至 03CST。在堪薩斯州托畢略風速之增減分佈情形大致相均勻，而明尼蘇達州的國際瀑布則有一超增之輕微跡象。在此種例子中，暗示 03—60 CST 期為最大風平均時之變動不定期，同樣的變化不定可由阿拉巴馬州之蒙哥馬利與俄亥俄州之德頓