鋒面生成與帶狀降水

劉廣英　　徐忠民

摘　要

本文包括三部分，一爲鋒生的分析與探討，二爲偏地轉風的區分，以及三對稱或斜對流不穩定與鋒面區帶狀降水。報告中除了介紹有關理論及演變過程外，並介紹TAMEX 中的一次個案。對於理論部分僅做極簡要介紹，不足部分尚請參閱文後各參考文獻。

一、前　言

隨著梅雨季的到來，驟烈性降水或雷雨發生機率增大，是我們氣象從業人員的〝考驗期〞，也是日常生活中很不方便的時期。宋朝歐陽修的「碟戀花」就有

雨橫風狂三月暮，
門掩黃昏，無計留春住。
淚眼問花花不語，
亂紅飛過鞦韆去。

〝連綿陰雨〞的日子實在無奈！

關於與鋒面有關的降水，尤其是豪雨的問題，研究與論說都很多，各位知道的亦不少，上個月（82.4.26.）爲期數天的國際研討會亦有很好的報告與討論，本文當然不能談那麼多，而只談其中的一個問題「斜對流與對稱不穩定」。

二、現象探討

(一)鋒生及發展速率

如只考量穩定地轉伸展變型（steady geostrophic deformation），鋒的發展率（rate of surface front development）可由

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\nabla T\right)=\vec{Q}$$

式中

$$\frac{D_g}{Dt}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}_g\cdot\nabla=\frac{\partial}{\partial t}+u_g\frac{\partial}{\partial x}+v_g\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\vec{Q}=\left(-\frac{R}{P}\frac{\partial\vec{V}_g}{\partial x}\cdot\nabla T,\ -\frac{R}{P}\frac{\partial\vec{V}_g}{\partial y}\cdot\nabla T\right)$$

$$\equiv(Q1,\ Q2)$$

如果溫度梯度爲南北向，x 爲等溫線方向，且爲北冷南暖，則

$$\vec{Q}=-\frac{R}{P}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\hat{i}-\frac{\partial u_g}{\partial x}\hat{j}\right)$$

$$\therefore\ \frac{D_g}{Dt}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)=-\left(\frac{\partial u_g}{y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\tag{1}$$

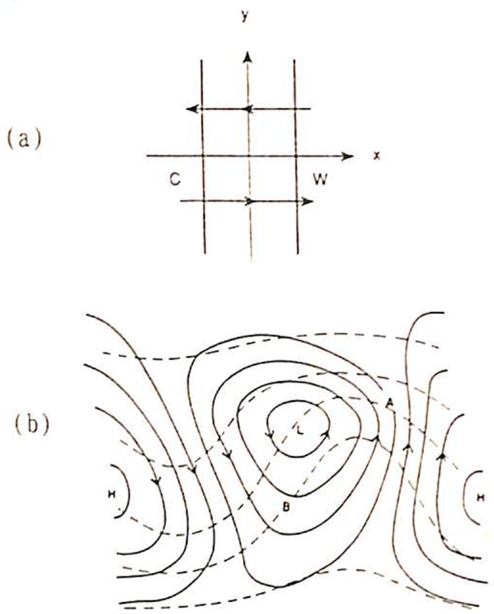
在簡化過程中我們假設

$$\nabla\cdot\vec{V}_g=0\rightarrow\frac{\partial u_g}{\partial y}=-\frac{\partial u_g}{\partial x}$$

(1)式中包括兩種使經向溫度梯度加大，即鋒面增强的作用力：水平風切變型（horizontal shear deformation）與伸展變型（streching deformation）。

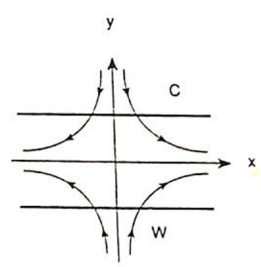
水平風切變型乃是由於切變渦度（shear vorticity）會使氣塊旋轉（rotate the parcel），同時，使得氣塊在風切向量方向變型的結果（如圖一所示），(b) 圖中之B點即有此種變型

一旋轉且增强。此過程對冷暖鋒生均爲重要機制。



圖一 旋轉變型

純水平伸展變型是無輻散且無旋轉的（irrotational and nondivergent），即如圖二所示，亦可以合流（Confluent flow）與分流（diffuent flow）視之。它會使溫度沿拉長線(x)密集，但由

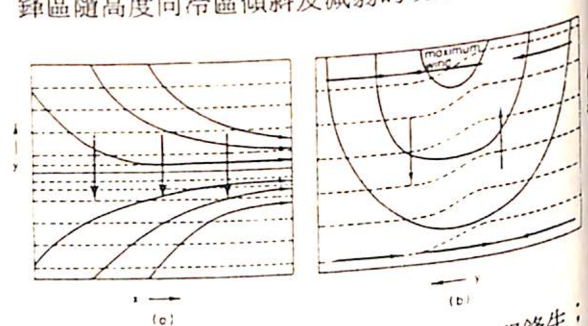


圖二 水平伸展變型

$$\frac{Dg}{Dt}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)=K\frac{\partial T}{\partial y}$$

$K\equiv\frac{\partial ug}{\partial x}$ 就是 $\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|$ 的增長率，亦即 $\left|\frac{\partial T}{\partial t}\right|$ 的增長時間爲 K^{-1}。如果ug爲每1000公里改變10 ms^{-1}，則 $\left|\frac{\partial T}{\partial t}\right|$ 增强e'倍所需時間約爲 10^5 秒 ＞2天，較實際觀測到鋒面多在1－2天內生成慢。

其次，由於平均而言高空有强西風，天氣圖上常看不出純粹的變型場，但實際的狀況是只要平均緯流與伸展變型而形成氣流的匯合（confluent），仍能使等溫線沿伸展線集中而發生旋生，並引發垂直及橫向運動（即橫過鋒面的氣流）（見圖三）。橫向氣流即偏地轉風，它使得相對於最大風軸（噴流）下方，溫度較高一邊（圖中A點）的溫度與同層溫度較冷一邊（B點）的溫度梯度加大，這不但使鋒生速率加快，且形成鋒區隨高度向冷區傾斜及減弱的現象。



圖三 (a) 合流引起等溫線（點線）密集即鋒生；(b) 合流之垂直剖面。圖中點線爲等溫線，實線爲等風速線，箭頭則顯示垂直及橫向運動（取自Holton, 1992）。

爲解釋上述偏地轉次環流的動力，學者做下述訂正：(1)除浮力項中的空氣密度外，其它項中的密度 $\rho=\rho_0$（Boussinesq 近似）；(2)以偏差量代替氣壓及位溫，即設 $\Phi(x,y,z,t)\equiv(p-\rho_0)/\rho_0$，$\Theta=\theta-\theta_0$。準此，運動方程、熱力方程、連續方程及流體靜力方程均略有改變，而構成半地轉（semigeostrophic）方程組，解析此方程組可發現當溫度梯度增大時 Q_2（$=-\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}g}{\partial y}\cdot\nabla T$）隨之增加，它所引起之垂直次環流（$\nu a=-\partial\psi/\partial z$, $\omega=\partial\psi/\partial y$，而 ψ 則可由橢圓方程 $N^2\partial^2\psi/\partial y^2+f^2\ \partial^2\psi/\partial z^2=2Q_2$ 透過適當之邊界條件解之）必然增加，進而使溫

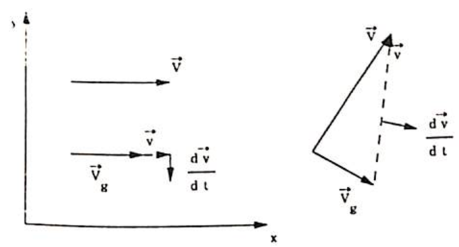
度再增大的正回饋（Positive feedback）過程。在此半地轉模式中鋒生的時間較近地轉模式小很多。

(二)除此之外，穩定的鋒系中，有中尺度，與鋒大致平行的降水帶（rain band），其成因爲何？

對於問題(一)，偏地轉（或偏梯度）風次環流，亦即風場的輻散有決定性的貢獻。同時，絕對環流 $C=\phi TdS$ 亦即如果在等熵面上有溫度梯度存在時，亦爲貢獻之一。至於問題(二)則可用對稱不穩定，亦即斜對流解釋之。

三、偏地轉風及偏梯度風

藉此機會先分析一下偏地轉風及偏梯度風。假設原來的大氣是不動的，若空氣受到氣壓梯度，即高低氣壓系統剛發生時，地轉平衡尚未達成，即如圖四所示，也就是說，空氣塊會向高低氣壓加速（$\vec{\sigma}=\vec{du}\ dt$），此加速的風稱之爲偏地轉風，以 $\vec{u'}$ 表之，



圖四 偏地轉風與氣塊（parcel）加速度

$$\vec{u'}=\vec{V}-\vec{V}g$$

在加入摩擦項（$\vec{F}$）後，寫成向量型式即爲

$$\frac{d\vec{V}}{dt}-\vec{F}=f\vec{u'}\times\hat{k}$$

$$=\frac{\partial\vec{V}g}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}g+W\frac{\partial\vec{V}g}{\partial z}+\frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\therefore\vec{u'}=\frac{\hat{k}}{f}\Big(\underbrace{\frac{\partial\vec{V}g}{\partial t}}_{(A)}+\underbrace{\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}g}_{(B)}+\underbrace{W\frac{\partial\vec{V}g}{\partial z}}_{(C)}+\underbrace{\frac{d\vec{u}}{dt}}_{(D)}\Big)-\frac{\vec{F}}{f}$$

此顯示偏地轉風來自以下各項：

(A) 地轉風的局部加速，即等變壓風。

(B) 平流加速。

(C) 對流加速。

(D) 偏地轉加速。

(一)等變壓風（isallobaric wind）：

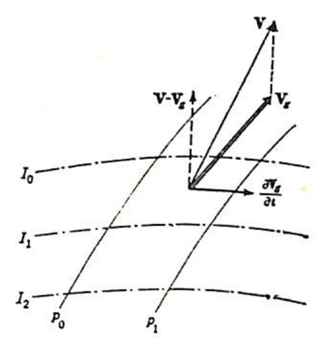
$$\vec{V}g=\frac{1}{f\rho}\hat{k}\times\nabla P$$

$$\frac{\partial\vec{V}g}{\partial t}=\frac{1}{f\rho}\hat{k}\times\nabla\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)$$

$$\because\vec{u'}=\frac{\hat{k}}{f}\times\frac{\partial\vec{V}g}{\partial t}$$

$$\therefore\vec{u'}=-\frac{1}{\rho f^2}\nabla\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)$$

由上式可知，偏地轉風指向氣壓變化下降最快之處。由圖五亦可顯示說明此局部（local）加速之現象，其物理意義乃爲在氣壓梯度力與科氏力未能達成平衡時，由於綜觀尺度大氣運動是近似地轉平衡的，必發生調節作用，即氣壓會隨時間有所改變，而當氣壓梯度隨時間增加（減少）時，風速會增加（減少），而發生跨過等壓線指向較低（較高）處的偏地轉風（$\vec{V}-\vec{V}g$）。



圖五 因氣壓局部變化而生之偏地轉風（I爲氣壓趨勢）。（取自Haltiner & Martin, 1957）

(二)平流型偏地轉風（advective ageostrophic wind）

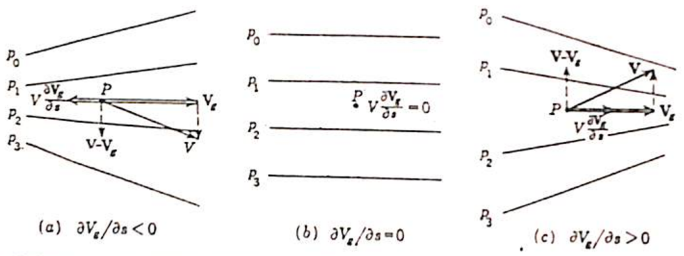
$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)adv=f\vec{u}_a\times\hat{k}$$

$\vec{V}_a = \vec{V}\cdot\nabla\vec{V}g = V(\frac{\partial Vg}{\partial S})$

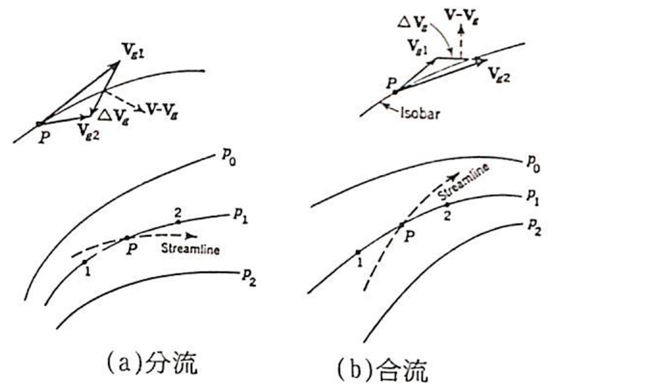
即順風而看V與Vg變量的積。此顯示$(\frac{d\vec{V}}{dt})adv$

與$V(\frac{\partial Vg}{\partial S})$成正比且與$\delta\vec{V}g$同向，而$\vec{\nu}a$則與$\delta\vec{V}g$

垂直。圖六－1及－2分別表示直線和彎曲等壓



(圖六－1) 直線等壓線。因氣壓梯度改變而生之偏地轉風。



(圖六－2 彎曲等壓線（取自Haltiner & Martin, 1957）

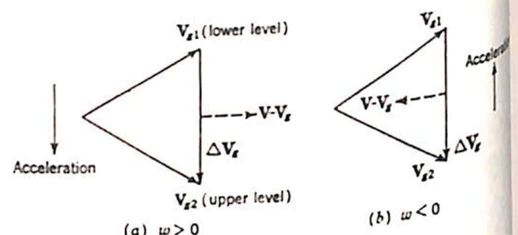
線的情形，其中圖(a) 風有減速度且偏向右（高壓）爲超地轉風，(b) 則爲次地轉風。在直線等壓線分布中則有超梯度風（圖六－1(a)）及次梯度風（圖六－1(c)）。

由圖可見，無論是直線或曲線等壓線，只要梯度有改變，則風都會受到$\vec{\nu}_a$'即加速的影響，此加速度一方面使風向偏向低或高壓，一方面減小或加大風速以使之達到新的力的平衡關係。由於彎曲等壓線的力作用一項（向心力），所以偏梯度風與偏地轉風並不一定相同。

㈢對流型偏地轉風（convective ageostrophic wind）

$(\frac{d\vec{V}}{dt})c = f\vec{u}'_c\times\hat{k} = fw(\frac{\partial\vec{V}g}{\partial z})$

$(\frac{d\vec{V}}{dt})c$與$\delta\vec{V}g$（≡熱力風∞▽T）平行，亦即與等溫線平行（高溫在右邊），$\vec{u}_c$'則與$\delta\vec{g}$垂直
左。



圖七 垂直運動所引起之偏地轉風（取自Haltiner & Martin, 1957）

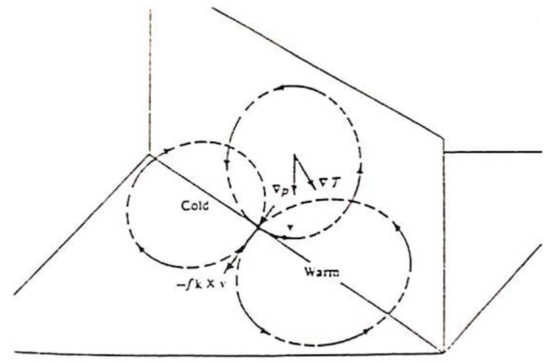
由圖七可知，當上升運動中w>0，$w(\frac{\partial\vec{V}g}{\partial z})$與$\delta\vec{V}g$同號，所以vc'向低溫區；而下降運動中w<0則$w(\frac{\partial\vec{V}g}{\partial z})$與$\delta\vec{V}g$反號，即vc' 向高溫區。故由
以上可顯示上升運動中偏地轉風由暖吹向冷區，而下沈運動中，偏地轉風由冷吹向暖區，使得
空氣在下暖空氣在上→鋒面結構。

㈣$\frac{d\vec{u}'}{dt}$爲偏地轉風加速度，爲瞬間陣風的主因。而$-\vec{F}/f$ 則爲摩擦（阻力）作用項，使風偏向低
。

由上述可知，偏地轉（梯度）風的發生原
很多，但都是爲了做適度的調節以保持地轉（
度）風平衡。在鋒生過程中透過此一調節以保
因鋒區溫度梯度加大而增强的垂直風切亦即熱
風，進而產生半地轉模式中的正回饋機制，所
在日常工作中要重視偏地轉風的演變。其次，

$\frac{dc}{dt} = \phi Tds = R\int\int F(P)\nabla\theta\times(-\nabla P)da$

可知（如圖八），當冷高壓南下中，力管效應會引發冷空氣侵入暖空氣區（Cold air injection），形成垂直環流及跨鋒面氣流，有利低壓生成發展及鋒生。以上討論，不但說明鋒面可快速形成，且顯示有斜對流產生。

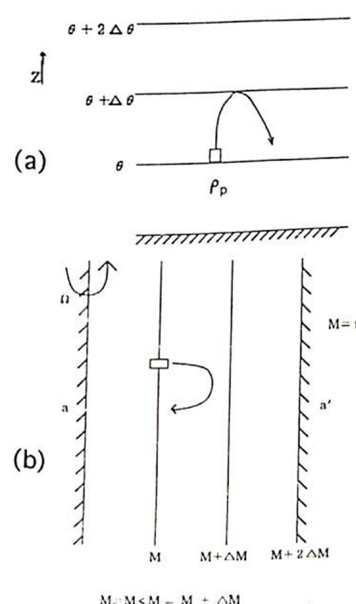


圖八 由力管作用引發冷空氣侵入暖空氣所形成之地面旋生（取自Dutton）。

四、對稱不穩定

鋒面雲系中，與鋒面平行的雲帶以及相伴之帶狀降水，可用對稱不穩定說明之。

㈠考慮如圖九的兩種狀況：



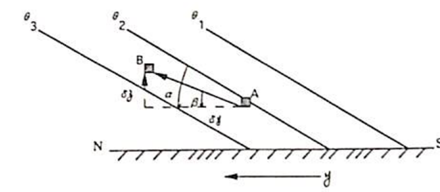
圖九

圖(a)爲密度爲ρp之氣塊在該位溫（θ）分布下的運動，而圖(b) 則係角動量M之氣塊在旋轉流（氣流在aa'間旋轉）中做徑向（a→a'）運動，由於受到負的浮力及慣性作用(a)與(b)中的空氣塊受外力作用位移後當外力消失後都有回至原位的加速度，即爲穩定的情形。

㈡斜對流（slantwise convection）：

對實際大氣運動而言，我們可做下述修訂以與實際狀況相附。如圖十中氣塊在A處與環境是平衡的，即

$T=Tp=Te$，$\theta p=\theta e$，$Pp=Pe$，$Vp=Ve$



圖十

移到B處後氣塊的溫度爲

$$[T+(\frac{dT}{dp})dp]_p \equiv T+\frac{KT}{P}(\frac{\partial P}{\partial y}\delta y+\frac{\partial P}{\partial z}\delta z) \quad ...(2)$$

而B處的氣溫則爲

$$[T+\frac{\partial T}{\partial y}\delta y+\frac{\partial T}{\partial z}\delta z]_e \equiv$$

$$T+[\frac{T}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\frac{KT}{P}\frac{\partial P}{\partial y}]\delta y$$

$$+[\frac{T}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\frac{KT}{P}\frac{\partial P}{\partial y}]\delta y \quad ....(3)$$

$$\rightarrow T_p - T_{eB} = (2)-(3)$$

$$= -T(\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\delta z+\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial y}\delta y)$$

所造成之浮力（buoyancy force）爲

$$F_B = g(\frac{T_p - T_{eB}}{T})$$

$$= -g(\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\delta z+\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial y}\delta y)$$

除浮力外，由於是南北斜對流，所以氣塊還會受

到柯氏力與氣壓梯度改變的影響：在A至B中，如所用時間爲 δt ，則柯氏力改變會引起 x 方向的風速改變，其量爲 $fu\delta t=fdy$，即氣塊移到B時所受之柯氏力增加 $f^2\delta y$。其次，由於 θ 面是斜的，所以水平氣壓梯度會隨高度改變，即 ∇P 的變化：

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}\right)\delta y+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}\right)\delta z$$

$$=f\frac{\partial u_g}{\partial y}\delta y+f\frac{\partial u_g}{\partial z}\delta z$$

即在新位置B處，氣塊會受到 F_B 以外的另一個力

$$F_H=f\frac{\partial u_g}{\partial y}\delta y+f\frac{\partial u_g}{\partial z}\delta z-f^2\delta y$$

$$=f\left[\frac{\partial u_g}{\partial z}\delta z-\left(f-\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)\delta y\right]=\nabla$$

這就是說，單位質量氣塊由A移到B其加速度爲

$$\vec{a}\equiv\frac{d^2\triangle}{dt^2}=\underset{(\vec{a}_B)}{F_B\sin\beta}+\underset{(\vec{a}_H)}{F_H\cos\beta}\ \ldots\ldots\ldots(4)$$

如 $\beta=90°$ 即垂直運動，則 $\delta y=0,\ \triangle=z$

$$\therefore\frac{d^2z}{dt^2}=g\left(\frac{T_p-T_e}{Te}\right)\quad\text{——熱對流}$$

由公式(4)可知，斜對流不穩定包括（Rogers & Yau）：

① $\dfrac{d^2\triangle}{dt^2}=F_B\cos\beta$

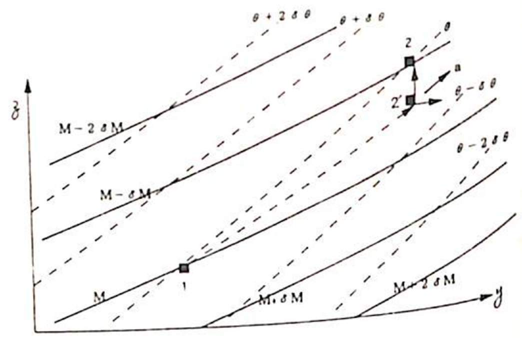
$$=f\delta y\cos\beta\frac{\partial u_g}{\partial y}\left[\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{\left(f-\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)}{\frac{\partial u_g}{\partial y}}\right]$$

$$=f\delta y\cos\beta\frac{\partial u_g}{\partial z}\left(\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{\frac{\partial M}{\partial y}}{\frac{\partial u_g}{\partial y}}\right)$$

其中 $M\equiv fy-u_g$ ，稱爲絕對緯向動量（absolute zonal momentum）。即沿等熵面位移，稱爲「等熵慣性不穩定」。式中 $\dfrac{\partial z}{\delta y}$ 爲等熵面斜率；$\dfrac{\partial M}{\partial y}$ 爲緯向平均的絕對渦度；

$$\frac{\partial M/\partial y}{\partial ug/\partial y}=\frac{\eta z}{\eta y}$$

爲絕對緯向動量的斜率亦即渦度 z 分量(ηz)與 y 分量（ηy）之比。由圖十一可知，當等熵面斜率＞絕對緯向動量（M）的斜率 1→2 時，M減小，即爲不穩定。



圖十一

②二維(y,z)斜壓不穩定：（Two dimensional baroclinic instability）

$$\frac{d^2\triangle}{dt^2}=F_B\sin\beta$$

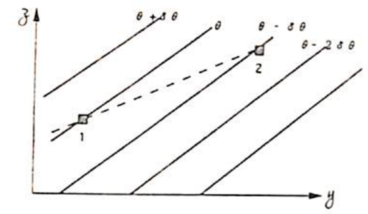
$$=-g\left[\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\delta z+\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial y}\delta y\right]\sin\beta$$

$$=-g\left(\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)\delta y\sin\beta$$

$$\left[\frac{\delta z}{\delta y}-\left(\frac{-\frac{\partial\theta}{\partial y}}{\frac{\partial\theta}{\partial y}}\right)\right]$$

式中 $\dfrac{\delta z}{\delta y}$ 爲氣塊位移路徑的斜率，$-\dfrac{\partial\theta}{\partial y}$ $\dfrac{\partial\theta}{\partial z}$ 爲等熵面的斜率；即當

$$\frac{\delta z}{\delta y}\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\frac{-\frac{\partial\theta}{\partial y}}{\frac{\partial\theta}{\partial z}},\quad\frac{d^2\triangle}{dt^2}\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}0\quad\begin{matrix}\text{穩定}\\\text{中性}\\\text{不穩定}\end{matrix}$$



圖十二

由圖十二中 1 至 2 時 θ 減小，即爲不穩定。

③當①+②時，θ 斜率＞M斜率，即氣塊兩者所夾銳角內位移，如圖十一中 1 至 2 的狀況，沿虛線路徑。

$$\frac{\left(\frac{\delta z}{\delta y}\right)M}{\left(\frac{\delta z}{\delta\theta}\right)\theta}=\frac{f\left(f-\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)\left(\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)}{f^2\left(\frac{\partial ug}{\partial z}\right)^2}$$

$$=F^2\omega g^2/S^4$$

式中

$$F^2=f\left(f-\frac{\partial ug}{\partial y}\right),\ \omega_g^2=\frac{g}{\theta_0}\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)\ ,$$

$$S^4=f^2\left(\frac{\partial ug}{\partial y}\right)^2$$

當 $F^2\omega_g^2/S4<1$ ，即 θ 面的斜率大於M的斜率時，爲對稱（斜對流）不穩定，而

$$F^2\omega_g^2-S_4=(\rho fg/\theta)\left[(\xi_\theta+f)\left(-g\frac{\partial\theta}{p}\right)\right]$$

式中[　]部份爲基流的位渦度，在北半球綜觀尺度運動中[　]>0，即 $F^2\omega_g^2-S^4>0$ 或 $F^2\omega_g^2/S^4>1$，即在正常狀況下，是對稱穩定的。但當大氣飽和時，$\dfrac{\partial\theta}{\partial p}\longrightarrow\dfrac{\partial\theta_E}{\partial p}$ 而 $\theta_E=\theta+3r$，

$r=\rho w/\rho d$，即

$$\frac{\partial\theta E}{\partial p}=\frac{\partial\theta}{\partial p}+3\frac{\partial r}{\partial p}$$

因爲 $\dfrac{\partial r}{\partial p}>0$，即 r 隨 p 減小而減小，所以 $\dfrac{\partial\theta E}{\partial p}$ 可能＞0，而[　]有可能＜0，即 $F^2\omega_g^2-S_4$ 有可能＜0，也就是說，當空氣柱上乾下濕，使得 $\left|\dfrac{\partial r}{\partial p}\right|>\left|\dfrac{\partial\theta}{\partial p}\right|$ 時即爲對稱不穩定。其次，在噴射氣流附近，$(f-\partial ug/\partial y)$ 可能小於 0 ，而使

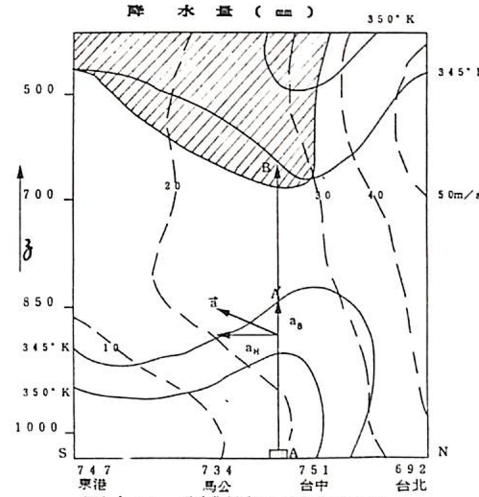
$$\frac{d\vec{u}}{dt}=-f\left(f-\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)\delta y>0$$

即產生 $d\vec{u}/dt>0$，即偏地轉風加大，形成慣性不穩定。

圖十三爲民國76年 6 月 8 日0000UTC 的探空剖面圖，由圖可知 A→A'，θ 減小，爲靜力不穩定產生向上加速度，M<M'→偏南；A'→B，M仍小於M'，斜對流不穩定，即等熵慣性不穩定。所以南部下層爲靜力不穩定，上層爲斜對流不穩定（斜線部份）。如果A'繼續上升至上層 $\theta=345°$ K處（中間一段爲對流中性穩定），則爲斜對流的等熵慣性不穩定。

地方	台中	台南	岡山	恆春
降水量	80	35	96	89

降　水　量　（mm）



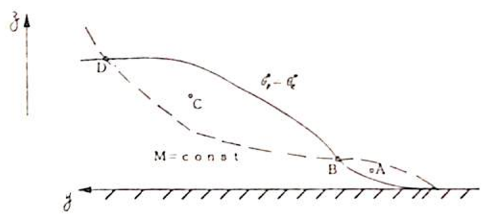
圖十三　斜對流不穩定個案

對濕空氣而言，亦可使用 $\theta^*=\theta$（1＋0.61q），q 爲比濕，圖十四中 $\theta_p^*=\theta_e^*$ 表示在此線上斜對流氣塊之 θ_p^* 始終保持與環境之

θ_e^*相等，B爲不穩定與穩定的分界線。即

$A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D$

A→B	B→C	C→D
穩定	不穩定	至不穩上限



圖十四

五、結　　語

引唐劉禹錫的〝竹枝詞〞做尾，「楊柳青青江水平，聞郎江上唱歌聲；東邊日出西邊雨，道是無晴還有晴！」這中間有你我，也有我們的工作。

有關鋒面的問題大家雖有相當瞭解，但由於它包括著綜觀尺度的機制，與中尺度（橫鋒面方向尤顯著）的機制，因而仍有許多問題待深入探究。今天的報告很簡要，不足之處尙祈不吝指正。

致　　謝

感謝民航局氣象中心邀約講授，空軍氣象中心徐忠民預報長整理。並向參與討論的蒲副主任金標及其他同仁的意見。

參考資料

王崇岳，1979：天氣學（p.33—），正中書局。

陳泰然，1989：天氣學原理。聯經出版社。

Bennetts, D.A., & B.J. Hoskins, 1979: Conditional symmetric instability- A possible explanation for frontal rainbands, QJRMS.

Dutton, J.A., 1976: The Ceaseless Wind. McGraw-Hill book Comany.

Emanuel, K., 1984: Symmetric Instability. NCAR Lecture notes.

Haltiner, G.J., & F.L. Martin, 1957: Dynamic and Physical Meteorology. Wiley New York.

Holton, J.R., 1992: An Introduction to Dynamic Meteorology. Acadamic press, INC.

Lilly, D., 1986: Instabilities (In "Mesoscale Meteorology and forecasting, edited by Peter S. Ray, chapter 11).

Rogers, R.R. & M.K. Yau, 1989: A short course in cloud physics. Pergamen Press.