

## 水氣對山岳波的陷入效應(二)

許武榮

戴志輝

國立台灣大學大氣科學系

空軍氣象中心

### 摘要

經由理論及數值模式之驗證，顯示水氣在山岳波的過程中，扮演了相當重要的角色：當潮濕大氣受到地形激發後，呈現出與乾大氣下不太相同的波動型態；基本上，潮濕大氣山岳波的成雲，將引起潛熱釋放而使大氣成層，而適當的成層結構會引起陷入山岳波的發生，然而定性上的說明，仍不足以讓我們充分了解其物理過程，必須藉由量化的分析，始能真正一窺潮濕大氣山岳波的真實面貌。本文主要內容，即在於以較接近真實大氣溫、溼度分布之結構，來模擬潮濕大氣山岳波的陷入效應。

### 一、陷入山岳波的理論回顧

Scorer (1949) 將線性理論運用在無磨擦、無旋轉、絕熱成層乾大氣中，推導出成層結構下，下層大氣內所發生的所謂陷入波 (trapped waves)（如圖 1）解析解。即當大氣滿足以下的 Scorer 條件時，在下層大氣會有陷入波的發生。

$$l_s^2 - l_u^2 \geq \pi^2 / 4H^2 \dots \dots \dots \quad (1)$$

其中  $l_s^2$ 、 $l_u^2$  分別是下、上層的 Scorer 參數， $H$  是界面高度，而 Scorer 參數之定義請參閱氣象預報與分析第 160 期，水氣對山岳波的陷入效應(一)乙文。此外，我們亦可以用線性理論，來解釋陷入波發生的原因：在無垂直風切時，恆態重力波方程可寫為：

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + l_s^2 w' = 0 \dots \dots \dots \quad (2)$$

如果考慮下邊界任意的地形如：

$$h(x) = \sum_{s=1}^{\infty} Re[h_s \exp(i k_s x)]$$

下標  $s$  是地形傅氏分量的第  $s$  個模 (mode)， $h_s$  為相對於第  $s$  個模的振幅。因此，(2) 式的解可以寫成：

$$w'(x,z) = \sum_{s=1}^{\infty} Re\{W_s \exp[i(k_s x + m_s z)]\}$$

$k_s$ 、 $m_s$  分別是第  $s$  個模，在水平及垂直方向上的波數。對於任意的第  $s$  個模，其頻散關係式為：

$$m_s^2 = l_s^2 - k_s^2 \dots \dots \dots \quad (3)$$

當  $k_s^2 < l_s^2$  時  $m_s^2 > 0$ ，波動向上傳播；若  $k_s^2 > l_s^2$  時  $m_s^2 < 0$ ，在垂直方向上會衰減。於是整個山岳波在垂直方向上的傳播情形，就由所有模的合成效果來決定。如果下層大氣具有較大的  $l_s^2$  值，可允許較多波數段的波動向上傳播，但是上層較小的  $l_s^2$  值卻只能允許較少波數段的波動向上傳播，造成部份波數段的波動會被反射回來，於是就在界面與地表之間不斷反射並向下游傳播，形成陷入波。

### 二、實驗設計

大氣的潛熱釋放對穩定度垂直結構有修正作用 (Durran and Klemp, 1982b)，在潛熱釋放的影響下，穩定度將變小，此部份之理論基礎亦可參閱氣象預報與分析 160 期，水氣對山岳波的陷入效應(一)乙文，又由(1)~(3)式得知，成層的穩定度結構利於陷入山岳波發生；這些特性隱含的意義在於，即使原本是單一穩定度的垂直大氣結構，會因水汽凝結的潛熱釋放效

應而成層，形成下層穩定度較大而上層穩定度較小的結構，而此時的山岳波，將會以類似於陷入山岳波的形態出現！

這種現象明顯的在個案一（環境條件如表一）中出現（此個案即為氣象預報與分析 160 期，水氣對山岳波的陷入效應→乙文中的個案二），此個案積分一個小時後的液態水分布如圖 2-(a)，而山岳波在向下游、向上傳播過程中所穿越的穩定度垂直結構則如圖 2-(b)，顯見山岳波自底層條件性不穩定區域（1.6km 高度以下， $N^2$  為負值）開始傳播時，先穿過一層穩定度較大之區域，再進入一層穩定度較小之區域，但由於陷入波與條件性不穩定兩種現象都重疊在地表附近，造成分析上的困擾，因此有必要重新設計另外的大氣環境，以使水氣的陷入效應能夠單獨被討論。而這個新的環境必需滿足以下的要求：

1. 升高地表虛位溫。較高的溫度可以加強水氣的影響程度，使雲區的穩定度與非雲區的穩定度之間有更大的差別（也就是要使圖 2 的線段①長度加長），足以使陷入效應更加明顯。因此 Durran and Klemp (1982b) 模擬 Boulder 風暴個案時，所使用的 263K 地表溫度並不合適，就連個案一的 285K 都稍嫌過低。

2. 底層設為未飽合層。為了避免氣塊在為  $N^2$  為負值的區域內飽合，最好將近地表的低層大氣，設定為未飽合層，這樣可避免條件性不穩定現象的干擾（也就是使圖 2 中的線段②向下延伸到地面）。但是此未飽合層又不能太厚，以免飽合層的  $N^2$  平均值太接近  $N^2$ （即  $\bar{N}^2$  太接近  $\bar{n}^2$ ），致陷入波無法形成。

3. 增大環境穩定度。這樣作至少有三個好處，第一是較大的穩定度會反應出較強的山岳波，所有想分析的特徵都會比較明顯。第二是使山岳波的垂直波長變小，於是不必將未飽合層升的太高，就足以避開條件性不穩定現象的干擾；從另一個角度而言，增大環境穩定度就是將圖 2 中的穩定度曲線向右位移，

自然可以避免條件性不穩定的發生。第三，因環境穩定度增大而減小的垂直波長，使緊臨於地形的第一個上升半波長減小，可以適當地避免因為未飽合層不夠厚而存在的最下層雲區（這層雲區的成因，與圖 1 緊貼於地表上的雲區相同，雖不見得會造成陷入效應，卻會使山岳波的強度減弱）；但是環境穩定度也不能太大，一方面是不符合實際大氣狀況，另一方面，過大的穩定度使垂直波長過小，有可能使雲區分為上下兩層，增加波反射的複雜性，反而不利於分析。

此外，根據 Jusem and Barcilon (1985) 的結果顯示，越是非靜力的山岳波系統，其地表波拖曳量因水氣加入而減弱的程度越明顯（如圖 3a、b），意即水氣效應在非靜力的個案中會比較明顯。對於一個因為水氣效應而發生類似陷入山岳波的個案而言，由於只有一部份能量會被反射回來，為了讓這部份能量能夠清楚地被診斷出來，必需採用較小半寬的地形，以使伴隨的山岳波能落在 Queney (1948) 所定義的 nonhydrostatic regime 內。在以上的考量之下，設計出了一個較有利於類似陷入山岳波發生的個案二實驗，其環境條件如表二。

### 三、結果分析

個案二的穩定度分布如圖 4 中的粗實線所示。在無垂直風切環境下， $N^2/\bar{n}^2$  為  $\beta^2$  分布。在山岳波發生之後，低層因為沒有凝結，是以乾山岳波型態傳播，其環境大氣的  $\beta^2$  較大，但是在 3000 至 10000 公尺之間，因為有凝結發生，是以潮濕山岳波型態傳播，可視其環境大氣具有較小的平均  $\beta^2$ ，於是山岳波相當於在兩層結構的大氣中進行著。

圖 5a、b、c、d、e 分別為第 10 小時的氣流線與雲區、垂直速度、位溫偏差、水平速度偏差，及水平平均波拖曳量的垂直分布。

檢視此個案的成層狀態，下層無雲區的  $\beta^2 = 1.69 \times 10^{-6} m^{-2}$ ，上層雲區內  $\beta^2$  的平均值約為

$4.5 \times 10^{-7} m^{-2}$ ， $H$  為 3000 公尺，滿足 Scorer 條件，故應有陷入波的發生，以下分就個變數場的特徵加以說明：

#### 1. 氣流線與雲區：

由圖 5a 的氣流線分布（粗實線），可以明顯看到沿地表向下游傳播的大振幅波動，以及在雲區內波長增大的垂直傳播波。但在此個案裡，垂直方向波長增大的原因有二，其一是陷入山岳波本身的特性所造成的，其二是因為穩定度被潛熱釋放修正的結果；意即陷入山岳波本身的垂直波長增大特徵，很難與穩定度被潛熱釋放修正的效果分開，在這種情形下，要將兩種效應分開討論並不容易，但仍可以看出此個案在 10 公里以下約只有一個半波。在 10 公里以上，垂直傳播波的波長並沒有被拉長，這是因為在無雲區，少了潛熱釋放效應，穩定度又恢復為乾大氣下較大的值之故。

#### 2. 垂直速度：

從垂直速度的強度來看，在圖 5b 中，也可以看到沿地表向下游傳播的大振幅波動，其絕對值的最大值約為  $0.046 ms^{-1}$ ；但在 10 公里以下，垂直傳播波的強度卻仍然明顯，這是因為雲區內的穩定度分布並非常數，可允許較多的能量向上傳所致（並非完全只沿地表作水平向的傳播）。從垂直速度分布的垂直波長來看，若為完全乾之個案，其垂直波長（如圖中線段所示）應為  $2\pi \frac{10}{0.013} \approx 4.8 km$ 。但如同在分析氣流線時所遇到的困難，雲區內垂直速度被減弱，以及垂直波長被拉長的原因，是由潛熱釋放與陷入波所共同造成的，很難將兩者分開討論，因此，只能由沿地表向下游傳播的明顯波動現象，來斷定陷入波的存在。

3. 位溫偏差：負（正）位溫偏差表示空氣塊在淨向上（下）垂直位移區內，也就是在雲（無雲）區內，得到向下（上）的浮力。再無潛熱釋放時，乾氣塊上下振盪時的行為是對

稱的。但在本個案裡，如圖 5c 所示，由於空氣塊在淨向上及淨向下位移區，也就是在雲區內外的狀態不同，這種對稱性質消失，因為在雲區內相當於大氣穩定度較小，山岳波垂直波長加大，故淨向上位移區比向下位移區要寬廣，意即垂直波長有明顯的對比。由位溫偏差量的角度來觀察，較氣流線或垂直速度分布，更能清楚表現出因潛熱釋放造成的山岳波垂直波長變化。

#### 4. 水平速度偏差：

由圖 5d，顯示本個案沿著地表，從山岳 lee 側到下游都有較大的水平速度偏差，即地面風速有增大現象，此風速的增量約為  $0.1 ms^{-1}$  左右。此外，與圖 5b 比較，水平速度偏差與垂直速度分布，向上傳播的部份呈現 180 度相差，沿地表傳播的部份則呈現 90 度相差，這與 Yang (1995) 在二維颶線個案模擬中所看到的現象一致。

#### 5. 水平平均波拖曳量的垂直分布：

當水平範圍選取 1~220 個網格點時，沿地面向下游傳播的陷入波為整數個，此時才能分析水平平均波拖曳量的分布 (Bretherton, 1969)。由圖 5e，顯示在雲底所在的 3 公里下方，出現較大的平均波拖曳量，其值約為  $3.0\text{--}3.2 \times 10^{-4} kgm^{-1}s^{-2}$ ，在 3 公里以上則減小為約  $2.6 \times 10^{-4} kgm^{-1}s^{-2}$ 。

### 四、結論

藉個案二的分析，在山岳波的外型上，出現與 Scorer (1949) 的理論，及 Durran and Klemp (1982b) 的模擬相類似的結果，尤其在雲區下方，不論是氣流線與垂直速度分布，均可明顯看到陷入山岳波的大振幅波動特徵；而在雲區內，氣塊因為潛熱釋放而增溫，致密度減小、增加上升浮力而跑的更遠，造成垂直波長的拉長。在波拖曳量分布方面，雲區下方所出現的較大水平平均波拖曳量，也與陷入波的特性相符。因為雲區與其下方非雲區之間的大氣結構

關係滿足 Scorer 條件，因此可以確定潮濕山岳波的傳播過程，的確會製造類似陷入山岳波的形態。

### 參考文獻

- 戴志輝，1998：水氣對山岳波的影響。國立台灣大學大氣科學研究所碩士論文，92頁。
- Bretherton, F. P., 1969: Momentum transport by gravity waves. Quart. J. R. Met. Soc., 95, 213-243.
- Durran, D. R., and J. B. Klemp, 1982b: On the effects of moisture on the Rrunt-Vaisala frequency. J. Atmos. Sci., 39, 2152-2158.
- Jusem, J. C., and D. K. Lilly, 1978: Simulation of moist mountain waves with an anelastic model. Geophys. Astrophys. Fluid. Dyn., 33, 259-276.
- Queney, P., 1948: The problem of airflow over mountains: A summary of theoretical studies. Bull. Amer. Meteor. Soc., 29, 16-26.
- Scorer, R. S., 1949: Theory of waves in the lee of mountains. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 75, 41-56.
- Yang, M.-Y., and R. A. Houze Jr., 1995: Multicell squall-line structure as a manifestation of vertically trapped gravity waves. Mon. Wea. Rev., 123, 641-661.

|            |   |
|------------|---|
| 地溫（虛位溫）    | 285K  |
| 山高         | 10m   |
| 半山寬        | 1000m   |
| 相對濕度垂直分布   | 98% $\xrightarrow{sfc}$ $\frac{d(RH)}{dz} = 0$ 10km $\xrightarrow{\frac{d(RH)}{dz} = -10^{-4}}$ 15km $\xrightarrow{\frac{d(RH)}{dz} = 0}$ top |
| 環境風速垂直分布   | $u = 10 \text{ m/s}$ , $\frac{du}{dz} = 0$  |
| $N^2$ 垂直分布 | $N^2 = 0.0001 \text{ s}^{-2}$ , $\frac{d(N^2)}{dz} = 0$   |
| 網格數        | 241×101 (水平×垂直)   |
| 網格距        | $\Delta x = 200m$ ; $\Delta z = 200m$ , 第二層 $\Delta z = 100m$   |
| 時間步長       | 1 sec (stage1), 1/3 sec (stage2)  |

表一 個案一的環境條件

|            |  |
|------------|--|
| 地溫（虛位溫）    | 300K   |
| 山高         | 10m  |
| 半山寬        | 1000m  |
| 相對濕度垂直分布   | 88% $\xrightarrow{sfc}$ $3.334 \times 10^{-5}$ 3km $\xrightarrow{0}$ 10km $\xrightarrow{-1 \times 10^{-4}}$ 15km $\xrightarrow{0}$ top |
| 環境風速垂直分布   | $u = 10 \text{ m/s}$ , $\frac{du}{dz} = 0$   |
| $N^2$ 垂直分布 | $N^2 = 0.000169 \text{ s}^{-2}$ , $\frac{d(N^2)}{dz} = 0$  |
| 網格數        | 241×101 (水平×垂直)  |
| 網格距        | $\Delta x = 200m$ ; $\Delta z = 200m$ , 第二層 $\Delta z = 100m$  |
| 時間步長       | 1 sec (stage1), 1/3 sec (stage2)   |

表二 個案二（水氣效應產生類似陷入山岳波）的環境條件

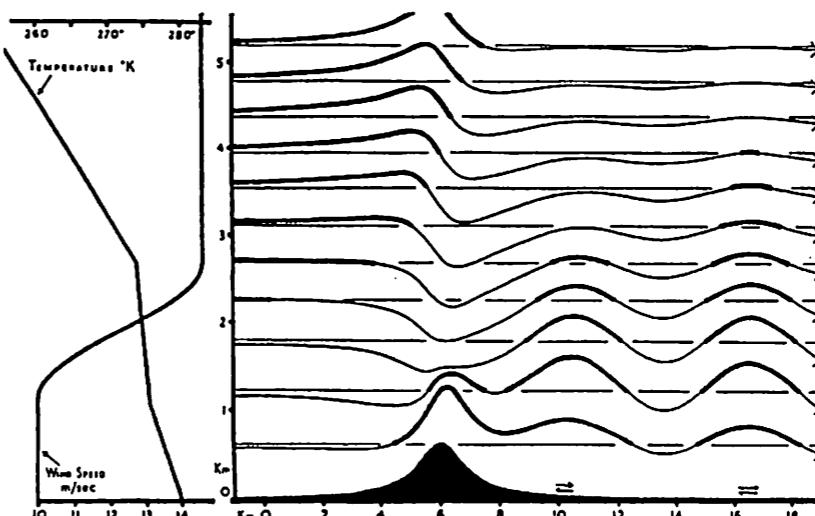


圖 1 恒態線性陷入山岳波的解析解。左側為風速及溫度之垂直結構。（摘自 Scorer, 1949）。

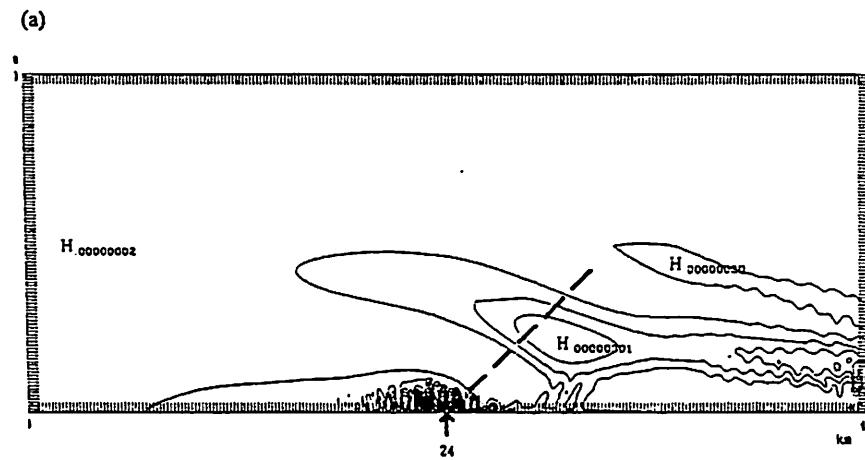


圖 2 (a) 個案一積分至第一個小時的(a)液態水分布(b)受水氣效應修正後的大氣穩定度垂直分布。圖(a)中液態水含量大於  $0.0001 \text{ g kg}^{-1}$  為雲區，等值線為  $0.001 \text{ g kg}^{-1}$ 。箭頭所指為山頂所在位置，斷線為相同背景環境下，乾個案的傳播方向。

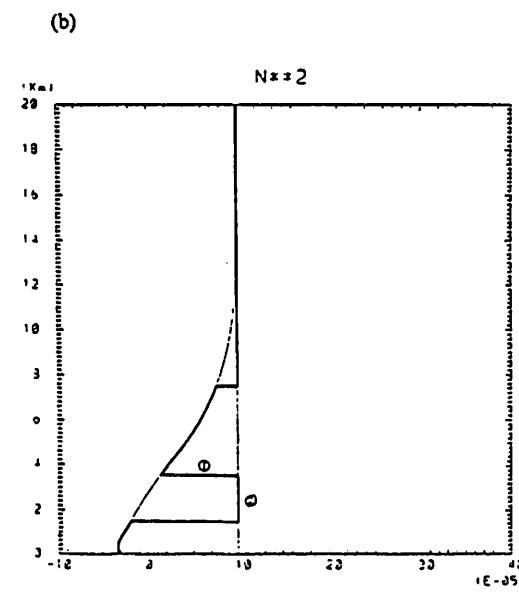


圖 2 (b)

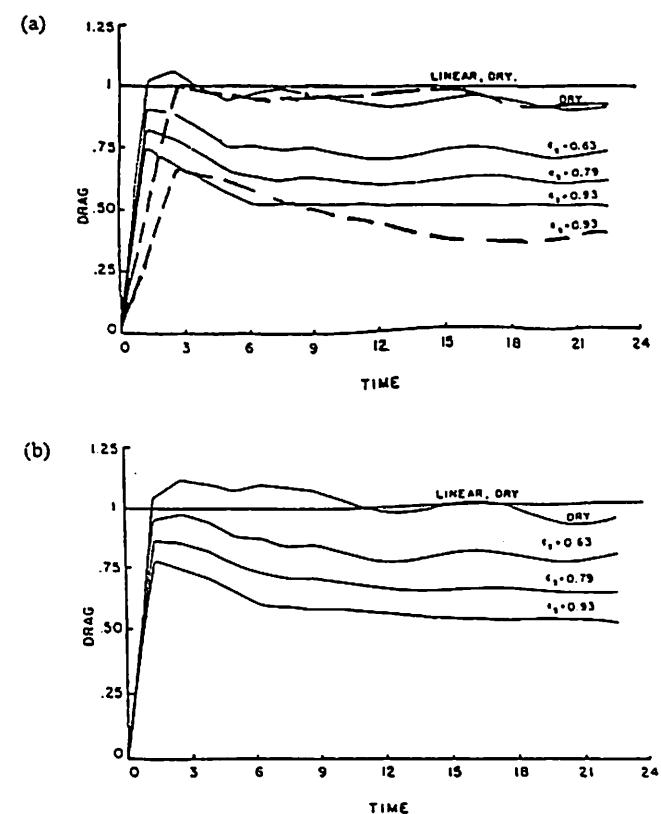


圖 3 不同水氣含量下， $N$ 為  $1.375 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ，風速  $\bar{u}$  為  $10.5 \text{ ms}^{-1}$ ，由高度(a)100m (b) 300m、半寬  $a$  為  $5 \text{ km}$  (實線) 及  $1.8 \text{ km}$  (虛線) 地形，所激發的線性靜力及非靜力山岳波，地表波拖曳量時間趨圖。其中波拖曳量已除以乾大氣理論值，時間已除以  $a/\bar{u}$ ，水氣含量以  $\varepsilon = (N^2 - N_s^2)/N^2$  表示，下標  $s$  表示海平面值。(摘自 Jusem and Barcilon, 1985)。

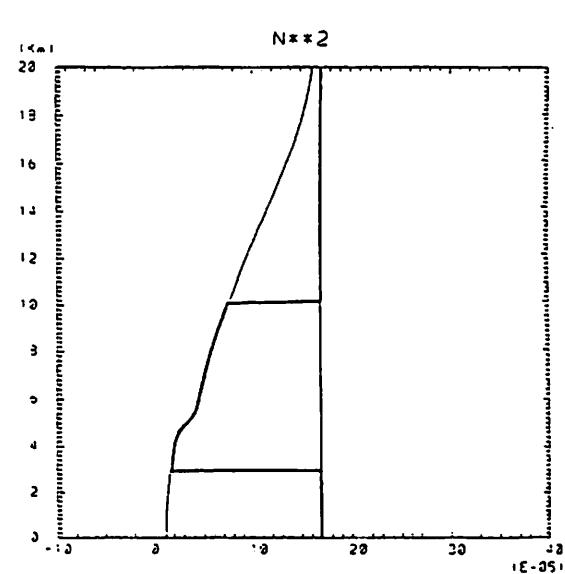


圖 4 個案二(有利於類似陷入山岳波發生的大氣環境)的大氣穩定度分布(粗實線)。

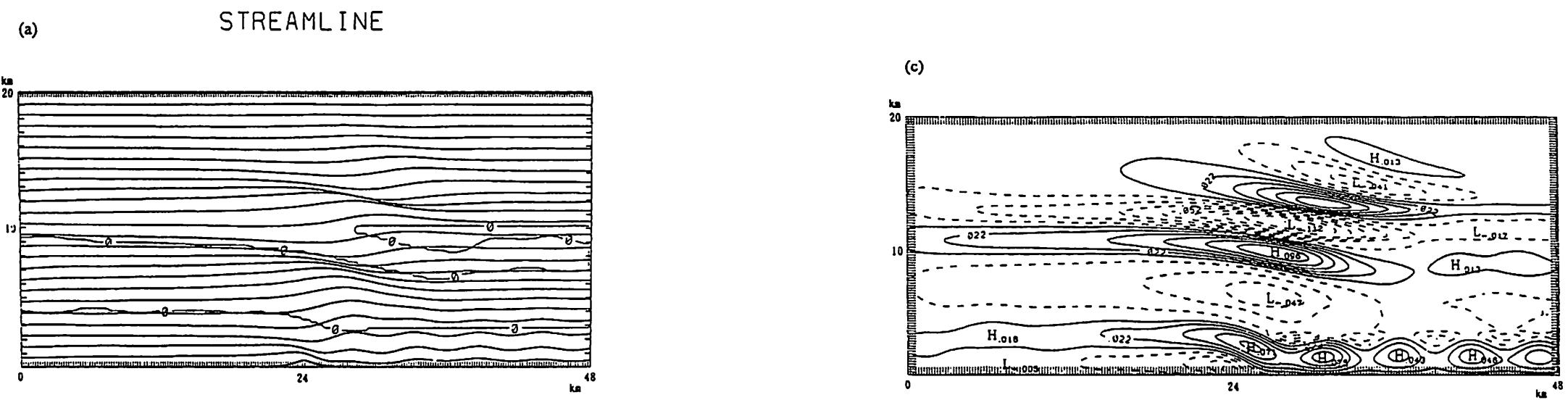


圖 5 (a) 個案七積分到第 10 個小時的(a)氣流線(粗實線)與雲區(細實線)分布；(b)垂直速度的分布，等值線間距為  $0.01\text{ms}^{-1}$ ；(c)相當位溫偏差的分布，等值線間距為  $0.015\text{K}$ ；(d)水平速度場偏差的分布，等值線間距為  $0.02\text{ms}^{-1}$ ；(e)水平平均波拖曳量的垂直分布。圖(a)的氣流線垂直位移已放大 50 倍，雲區是水氣含量超過  $0.0001\text{gkg}^{-1}$  的區域。

圖 5 (c)

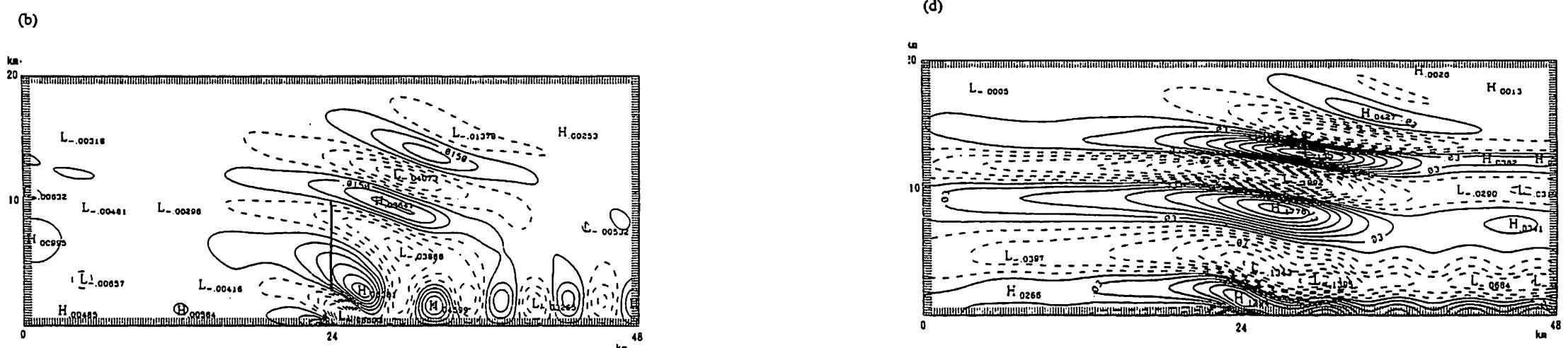


圖 5 (b)

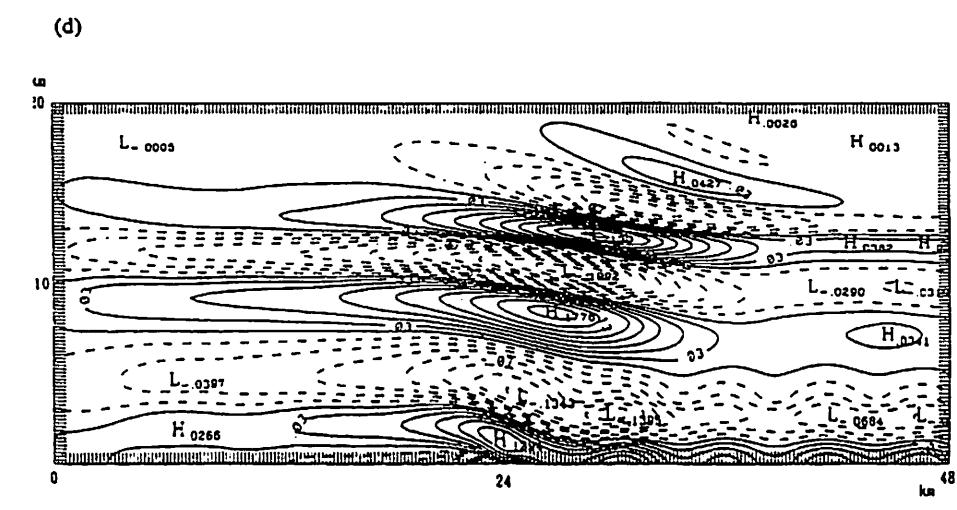


圖 5 (d)

89年09月

許武榮 戴志輝

(e)

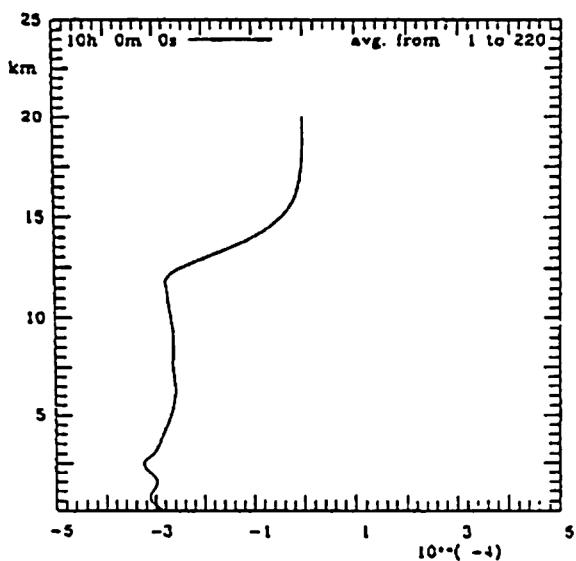


圖 5 (e)