

# 污染物擴散之數值研究

吳志宏

空軍氣象中心

## 摘 要

本文以 Sun and Chang 的二維高階擴散模式為基礎，模擬水平均勻大氣背景場在穩定情況下污染物擴散情形。其環境背景場是由一個簡單的一維總體平均邊界層模式提供，此模式包含凝結、蒸發、大氣輻射和地表能量收支，包括二個水平風場、相當位溫、水汽總含量及紊流動能等預報變數。二維高階擴散模式包括濃度、濃度通量和濃度與溫度之互變異數三個預報方程，近源點處的污染物濃度值採用高斯分佈求取。

研究顯示，污染物受穩定層化影響，濃度值都侷限在釋放高度附近，分別向上和向下遞減，而大致呈對稱分佈；而由濃度收支情形可知，在濃度較大值高度之間，水平平流項為正貢獻，垂直擴散項為負貢獻。

## 一. 前言

大氣的熱力結構以及動力狀態，對污染物的擴散 (dispersion) 有重要的影響。長久以來，簡單方便的高斯模式 (Gaussian model) 常被運用在擴散計算上，但是在水槽實驗 (Deardorff and Willis, 1975; Willis and Deardorff, 1978, 1981) 中，對於在對流邊界層內污染物之擴散情形，高斯模式並無法有很好的描述。水槽實驗 (圖 1) 的結果顯示，若污染物是由一高層連續點源釋放時，煙流 (plume) 的中心線 (定義為局部高值之連線) 將會先下降，至地面形成一個相對高濃度區後，再反彈 (rebound) 回高層；而近地面污染源釋放時，煙流中心線將在地面行進一小段距離後，再升高至高層。而在現場觀測實驗 (Moninger et al., 1983) 中，亦可發現

此現象。

Sun and Chang(1986b) 及 Sun(1989) 則利用一個二維高階總體平均 (ensemble average) 擴散模式，成功的模擬出 Willis and Deardorff 的實驗結果。此擴散模式包括濃度、濃度通量及濃度與溫度之互變異數三個預報方程，其水平均勻 (homogeneous) 的環境背景場 (平均風速、平均虛位溫、紊流動能以及其他紊流場) 則由一個簡單的一維總體平均邊界層模式提供 (Sun and Chang, 1986a)。

而一般穩定大氣情況，由於變量的變化非常小，要做精確的測量是有困難的，所以不容易對紊流變量作良好的測量，也因此對於穩定大氣的擴散問題瞭解仍然有限。而對於穩定情況之擴散問題，一般多採用對濃度通量  $K$  理論閉合方法，如 Nieuwstadt and van Ulden (1978) 對連續點源的垂直擴散問題，利用一個

擴散方程式求得數值解，而其垂直渦流擴散係數  $K_z$  則採用 Businger(1973) 的相似理論求得，其計算而得之垂直濃度分佈，和 Prairie Grass 實驗及 Porton 實驗 (Thompson, 1965) 比較，有很好的的一致性。並且發現，在穩定情況下垂直濃度分佈接近高斯分佈，而在對流不穩定情況，其垂直濃度分佈則無法以高斯濃度分佈來描述。

本文利用一維總體平均邊界層模式 (Sun and Chang, 1986a) 建立高階擴散模式 (Sun, 1989) 之背景場，考慮在水平均勻的穩定大氣背景場下，污染物的擴散情形。

## 二. 模式描述

### 2-1 一維大氣邊界層模式

此模式包含凝結、蒸發、大氣輻射和地表能量收支。Wangara 實驗第 33 天的資料被用於模擬，其結果與觀測和其他高階紊流模式的結果，有相當的一致性 (Sun and Chang, 1986a; Wu and Sun, 1990)。模式中的預報變數包括二個水平風場 ( $u, v$ )，相當位溫 ( $\theta_e$ )，水汽總含量 ( $q_w$ )，以及紊流動能 ( $E$ )，其基本控制方程式為

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f\bar{v} - f\bar{v}_g + \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{u'w'}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -f\bar{u} + f\bar{u}_g + \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{v'w'}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}_e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{w'\theta_e}) + \frac{\theta_0}{g}(\overline{v'\frac{\partial u_g}{\partial z}} - \overline{u'\frac{\partial v_g}{\partial z}}) - \overline{w'\frac{\partial \theta_e}{\partial z}} - \frac{\theta_0}{T} \frac{\partial \bar{r}}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(-\overline{w'q_w}) - \overline{w'\frac{\partial q_w}{\partial z}} \quad (4)$$

式中的  $(-)$  表示總體平均， $(')$  表示對平均的偏差 (deviation)。w 為垂直風速 (給定)，科氏參數  $f = -8.26 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ，氣壓梯度由地

轉風  $\bar{u}_g$  和  $\bar{v}_g$  代替。 $\overline{u'w'}$  和  $\overline{v'w'}$  為動量通量。

(3) 式中， $\theta_0 = 273\text{K}$ ，相當位溫  $\theta_e = \theta + (L/C_p)(\theta/T)q$ ，其中  $\theta$  為位溫， $T$  為溫度， $L$  為水汽的潛熱釋放， $C_p$  為定壓比熱， $q$  為比溼； $\theta_e$  之水平梯度則由熱力風關係，用地轉風  $\bar{u}_g, \bar{v}_g$ ，之垂直風切代替。 $F$  為淨輻射通量，為向上和向下輻射通量之總合。水汽總含量  $q_w$  則為比溼  $q$  和液態水含量  $q_l$  之總合 ( $q_w = q + q_l$ )。

紊流動能方程式為

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{g}{\theta_0} \overline{w'\theta_e} - \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}[\overline{w'(E+p)'}] - \epsilon_d \quad (5)$$

式中  $E' = 0.5(u'^2 + v'^2 + w'^2)$  為紊流動能， $E = \overline{E'}$ 。有關輻射參數化、紊流通量、渦流擴散係數及混合長度尺度的參數化方法，則可參閱吳 (1995)。

### 2-2 二維高階擴散模式

根據 Sun and Chang (1986b) 及 Sun (1989)，二維高階擴散模式，主要包括污染物濃度 ( $C$ )、濃度垂直通量 ( $\overline{w'c}$ ) 及濃度與溫度之互變異數 ( $\overline{c'\theta'}$ ) 三個預報方程。

在濃度方程中假設水平擴散項  $(-\overline{u'c})/\partial x$  遠小於水平平流項  $(-u\partial C/\partial x)$  而將水平擴散項予以忽略；而在濃度通量及濃度與溫度互變異數兩個預報方程中，假設小尺度紊流結構為均向性 (isotropic) 而將分子項去除。

模式只考慮 X-Z 二維的變化，因此將方程組沿垂直風向 ( $y$  方向) 積分 (cross-wind integration)，即  $\Phi_y = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi dy$ ，所以最後的基本控制方程可簡化為

$$\frac{\partial C_y}{\partial t} = -U \frac{\partial C_y}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w'c_y}}{\partial z} \quad (6)$$

(A)      (B)

$$\frac{\partial \overline{w'c_y}}{\partial t} = -U \frac{\partial \overline{w'c_y}}{\partial x} - \overline{u'w'} \frac{\partial C_y}{\partial x} - \overline{w'w'} \frac{\partial C_y}{\partial z} + \frac{g}{\theta_0} (1 - \alpha_1) \overline{c'\theta_y} + A \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sqrt{2E\lambda} \frac{\partial \overline{w'c_y}}{\partial z} \right] - \alpha_1 \frac{\sqrt{2E}}{\lambda} \overline{w'c_y} \quad (7)$$

(a)      (b)      (c)      (d)      (e)      (f)

$$\frac{\partial \overline{c'\theta_y}}{\partial t} = -U \frac{\partial \overline{c'\theta_y}}{\partial x} - \overline{w'\theta} \frac{\partial C_y}{\partial z} - \overline{w'c_y} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \alpha_1 \frac{\sqrt{2E}}{\lambda} \overline{c'\theta_y} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sqrt{2E\lambda} \frac{\partial \overline{c'\theta_y}}{\partial z} \right] \quad (8)$$

式中下標  $(y)$  表示對垂直風向作積分， $\lambda = 0.18 \ell$ ， $\ell$  為混合長度尺度。Sun and Chang (1986b) 曾經對上面各式中的係數做過一些敏感度測試，本研究採用其結果  $A=1, \alpha_1=0.15, \alpha_2=0.75, \alpha_3=0.13$ 。

為使污染源為連續源且避免濃度梯度過大，離開源點下風處 5 點垂直上之濃度值將以高斯分佈 (Gaussian distribution) 求得，其方程式為

$$C_y(x, z) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_z(x)Lk} \left\{ \exp\left[-\frac{(z-z_\lambda)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] + \exp\left[-\frac{(z+z_\lambda)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right] \right\} \quad (9)$$

式中，

$$z_\lambda = z_s + 0.5\left(\frac{x}{U}\right)^2 \frac{d\overline{w'^2}}{dz} \quad (10)$$

$\sigma_z(x) = \sqrt{2/3} E^{1/4} x / U_s$  (Sun and Chang, 1986b) 為距源點  $x$  之下風處的垂直標準差，而  $\overline{w'^2}$  並不直接計算，假設為  $\overline{w'^2} = (2/3)E$ 。其中， $z_s$  為有效源點高度， $U_s$  為源點高度之風速， $Q$  則為源點強度。

## 三. 網格結構、邊界和初始條件

### 3-1 網格結構

擴散模式在垂直方向上採交錯網格，共有 20 層。在 0, 25, 100, 200, . . . . 1800 公尺高度置放  $U, \theta$ ，和  $C_y$  等平均場，在 0, 50, 150, 250, . . . . 1850 公尺置放  $\overline{w'c_y}, \overline{c'\theta_y}$  等二階變數 (second moments) 和其他紊流場。在水平方向則為等間距座標，網格間距 50 公尺，網格點數共 400 點，所以整個模式涵蓋範圍為 20 公里。

一維大氣邊界層模式之垂直網格安排和擴散模式相同。

### 3-2 邊界和初始條件

#### a. 邊界條件

模式在上邊界之處理，是假設所有紊流通量梯度為零。亦即，

$$\frac{\partial \overline{w'c_y}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \overline{c'\theta_y}}{\partial z} = 0$$

上邊界之濃度值  $C_y$  則假設為零。

下邊界之處理，假設  $\overline{w'c_y}$  及  $\overline{c'\theta_y}$  為零。而  $C_y$  則以上一層乘以 0.999 作為下邊界之值。而提供大氣背景場之大氣模式之地表溫度 ( $T_g$ ) 和土壤濕度 ( $W_g$ )，則根據 Deardorff (1978) 的強迫恢復法，以預報方程預報，並利用相似方程 (Businger et al., 1971) 決定地表的熱通量，詳細方法可參考 Wu and Sun (1990a)。

在上風處之側邊界 (左側)，因源點置於左側邊界上，因此在離開源點下風處 5 點垂直上之濃度以高斯分佈求得；而在下風處之側邊界 (右側)，則是採開放邊界條件 (open boundary condition)。

#### b. 初始條件

水平均勻背景場之建立，是以 Wangara 實驗第 33 天早上 9 點的觀測資料作為初始值，初始之地表溫度 ( $T_g$ ) 為 278.5K，地表土壤濕度 (液態水體積 / 土壤體積,  $W_g$ ) 為 0.01，摩擦風速  $u^* = 0.1 \text{ m/s}$ ，溫度尺度  $\theta^* = -0.01\text{K}$ ，以一維大氣邊界層模式建立背景場。

污染物在離開源點下風處 5 點垂直上的污染物初始濃度場，是以高斯分佈求得。式中源點強度  $Q$  值給定為 1000 g/s， $\overline{w'c_y}$  及  $\overline{c'\theta_y}$  則假定其初始值為零。

## 四. 穩定大氣情況下之擴散

### 4-1 大氣背景場

模式從 Wangara 第 33 天早上 9 時積分到第 34 天下午 15 時，其虛位溫和可感熱通量的

垂直剖面示於圖2,3中。由圖2可看出第33天白天地面溫度隨著時間的增加而升高,同時對流邊界層亦逐漸增高。15時,近地面為超絕熱,其上近乎中性結構,對流邊界層的厚度約為1100公尺。紊流熱通量在對流邊界層內隨高度線性增加,在近逆溫層底因逸入作用而成負值。至18時,地面溫度逐漸下降,而在近地面形成淺薄的穩定邊界層,由虛位溫 and 熱通量剖面判斷,此時厚度大約50公尺左右,高層逆溫層則逐漸降低至1000公尺,整層殘差層(50~1000公尺左右)則近乎中性結構,近地面熱通量為負值的穩定結構。至00時,地面溫度持續下降,穩定的夜間地面逆溫邊界層逐漸成長,高層逆溫層高度亦逐漸降低,使得殘差層逐漸變窄。

至第34天03時(圖3),穩定邊界層已成長至200公尺左右,200公尺以下之熱通量則皆為負值,高層逆溫層也已下降至650公尺左右,殘差層則在200~650公尺之間。至09時,因地面受熱加溫,再出現超絕熱情形,熱通量在近地面為正值,其上熱通量則為負值或零。至12時,對流邊界層高度逐漸增高至900公尺左右,地面超絕熱現象和地表之上混合均勻的中性結構已非常明顯。至15時,對流邊界層已增高至1200公尺左右。

#### 4-2 模擬結果

利用第34天03時的穩定邊界層情況作為背景場,將污染源置於高度695公尺(3.48h)。由虛位溫剖面(圖3)可瞭解在695公尺之上大氣為穩定結構,之下則為微弱穩定或中性結構,圖4a為從源點至下風處20公里之濃度場,顯示煙流垂直擴散受穩定度限制,由最外圍濃度等值線 $C_y=0.02 \text{ g/m}^2$ ,可知污染物濃度幾乎侷限在600~800公尺之間,在下游10公里始有較明顯之垂直擴散。並且由所預報的濃度通量場(圖4b),在695公尺高度(此高度約是濃度最大值所在高度)之上層,濃度通量為正值,表示有向上之濃度通量,695公尺之

下層則有向下之濃度通量,濃度通量為負值。至於濃度與溫度之互變異數(圖4c),由於濃度場和溫度場結構的關係,在695公尺之上層,濃度與溫度之互變異數為負,表示濃度與溫度為負相關(濃度 $C_y$ 在695公尺以上隨高度減小,溫度則隨高度增加);在695公尺之下層,濃度與溫度則為正相關,其互變異數為正。

另外,亦分別在距源點下游 $x=3,6,9,18$ 公里,對濃度和濃度通量的收支作分析,結果顯示不同 $x$ 的收支情況相似,因此這裡只對 $x=6$ 公里處之收支情形作探討(圖5)。由圖5a中濃度垂直分佈可知,濃度最大值出現在695公尺高度附近,也就是點源釋放高度,由於強烈平流作用造成此高度之最大濃度值,而在濃度較大值高度(620公尺~780公尺)之間,水平平流項(A)為正值,垂直擴散項(B)為負值,而其值相近,表示在此層高度之間,污染物濃度藉由水平平流項將污染物從上游平流至此,對此區域濃度造成正貢獻,並藉由垂直擴散項將污染物向上方和下方擴散,而達成平衡。在濃度較大值高度上方和下方,水平平流項和垂直擴散項與在濃度較大值高度間之水平平流項和垂直擴散項異號,顯示在濃度較大值高度之上方和下方,主要由垂直擴散作用將污染物從較大值高度之間擴散至此,造成此處濃度值增加,並由水平平流作用減少濃度值而達成平衡。因為穩定大氣的層化限制,穩定情況之擴散相較於對流邊界層內之擴散,其垂直擴散被限制在較小的範圍內。

垂直濃度通量(方程式(7)式)的收支示於圖5b,圖中在695公尺之上,濃度通量為正,695公尺之下則為負,且由於695公尺上方處於較穩定結構,其下則較接近中性結構,所以受穩定度影響,695公尺下方之最大向下濃度通量值( $0.05\overline{w'c'_y} \approx -0.00016$ )會大於其上方之最大向上濃度通量值( $0.05\overline{w'c'_y} \approx 0.00011$ ),顯示受695公尺高度之上較穩定大氣的影響,向上擴散之濃度通量值會小於向下擴散之濃度通量

值。而各項中,水平平流項( $-U \partial \overline{w'c'_y} / \partial x$ )、雷諾應力和水平濃度梯度之產生項( $-\overline{u'w'} \partial C_y / \partial x$ )及擴散項( $\partial \{ \sqrt{2E\lambda} \partial \overline{w'c'_y} / \partial z \} / \partial z$ )對濃度通量之貢獻不顯著,所以整個濃度通量主要由垂直速度變異數和垂直濃度梯度之產生項( $-\overline{w'^2} \partial C_y / \partial z$ )、重力項( $g/\theta_0(1-\alpha_2)\overline{c'\theta'_y}$ )及消耗項( $-\alpha_1(\sqrt{2E/\lambda})\overline{w'c'_y}$ )控制。由於濃度在垂直方向上分佈,分別向上、下方遞減,所以在695公尺高度之上,垂直速度變異數和垂直濃度梯度之產生項為正,之下則為負值,顯示在695公尺高度之上,垂直濃度梯度為負( $\partial C_y / \partial z < 0$ ),污染物由高濃度區往低濃度區擴散,而有向上之濃度通量(濃度通量為正值),對向上濃度通量為正貢獻,695公尺高度之下,垂直濃度梯度為正,對向下濃度通量為正貢獻。重力項和大氣穩定層化結構有關, $\overline{c'\theta'_y}$ 在695公尺之上為負,之下則為正,所以重力項則在695公尺之上為負,695公尺之下為正。消耗項對濃度通量一直維持負貢獻,和濃度通量異號,所以在695公尺上為負,之下則為正。

## 五. 結論

由以上討論可知,在此層高度(695公尺)釋放污染物,污染物受穩定層化影響,使污染物在垂直方向擴散受到限制,濃度值主要侷限在600~800公尺之間,最大值出現在源點釋放高度(695公尺)。並且由濃度收支情形顯示,由上游平流污染物至此,造成濃度最大值,並由垂直擴散項向上方和下方擴散,而使污染物濃度達成平衡。由濃度通量收支情形,則可瞭解濃度通量方程中各項在垂直上之分佈情況,其中重力項受穩定層化影響大,是穩定度直接影響濃度通量的一項。

## 參考文獻

- 祁立中, 1993: 海風環流下污染物之擴散, 國立台灣大學大氣科學研究所碩士論文, 72頁。
- 吳志宏, 1995: 穩定邊界層污染物之擴散, 國立台灣大學大氣科學研究所碩士論文, 88頁。
- Businger, J. A., 1973: Turbulent transfer in the atmospheric surface layer. In Workshop on Micrometeorology, pp.67-100, Amer. Meteor. Soc.
- Businger, J. A., J. C. Wyngaard, Y. Izumi and E. F. Bradley, 1971: Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. J. Atmos. Sci., 28, 181-189.
- Deardorff, J. W., 1978: Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation. J. Geophysical Res., 83, 1889-1903.
- Deardorff, J. W., and G. E. Willis, 1975: A parameterization of diffusion into the mixed layer. J. Appl. Meteor., 14, 1451-1458.
- Moninger, W. R., W. L. Eberhard, G. A. Briggs, R. A. Kropfli and J. C. Kaimal, 1983: Simultaneous radar and lidar observations of plumes from continuous point source. Preprints 21st Conf. on Radar Meteorology, Edmonton, Amer. Meteor. Soc., 246-250.
- Nieuwstadt, F. T. M. and A. P. van Ulden, 1978: A numerical study on the vertical dispersion of passive contaminants from a continuous source in the atmospheric surface layer. Atmos. Environ., 12, 2119-2124.
- Sun, W. Y., 1989: Numerical study of

dispersion in the convective boundary layer. *Atmos. Envir.*, 23, 1205-1217.

Sun, W. Y. and C. Z. Chang, 1986a : Diffusion model for a convective layer. Part I : Numerical simulation of convective boundary layer. *J. Clim. Appl. Meteor.*, 25, 1445-1453.

Sun, W. Y. and C. Z. Chang, 1986b : Diffusion model for a convective layer. Part II : Plume released from a continuous point source. *J. Clim. Appl. Meteor.*, 25, 1454-1463.

Thompson N., 1965 : Short-range vertical diffusion in stable conditions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 91, 175-183.

Willis, G. E. and J. W. Deardorff, 1978 : A laboratory study of dispersion from an elevated source within a modeled convective planetary boundary layer. *Atmos. Envir.*, 12, 1305-1311.

Willis, G. E. and J. W. Deardorff, 1981 : A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convectively mixed layer. *Atmos. Envir.*, 15, 109-117.

Wu, C. C. and W. Y. Sun, 1990a : Diurnal oscillation of convective boundary layer. Part 1 : Cloud-free atmosphere. *TAO*, 1, 23-43.

Wu, C. C. and W. Y. Sun, 1990b : Diurnal oscillation of convective boundary layer. Part 2 : cloudy atmosphere. *TAO*, 1, 157-174.

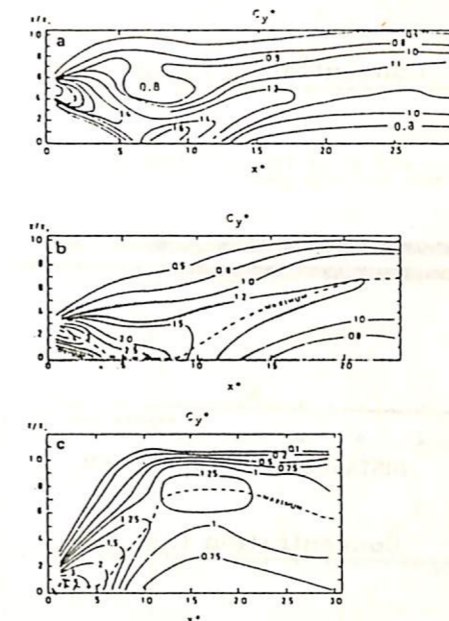


圖1 水槽實驗的結果。釋放高度分別為 (a)  $z/z_i=0.49$  , (b)  $z/z_i=0.25$  及 (c)  $z/z_i=0.067$  。 (Deardorff and Willis, 1975; Willis and Deardorff, 1978, 1981)

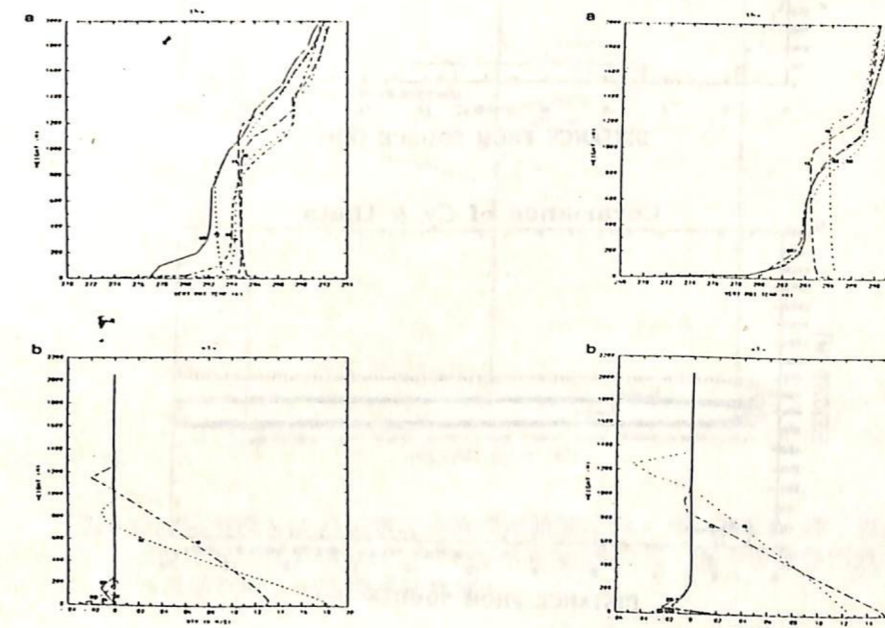


圖2 第33天之垂直剖面，(a) 虛位置，(b) 可感熱通量。09時為初始值。

圖3 續圖2，為第34天之垂直剖面。

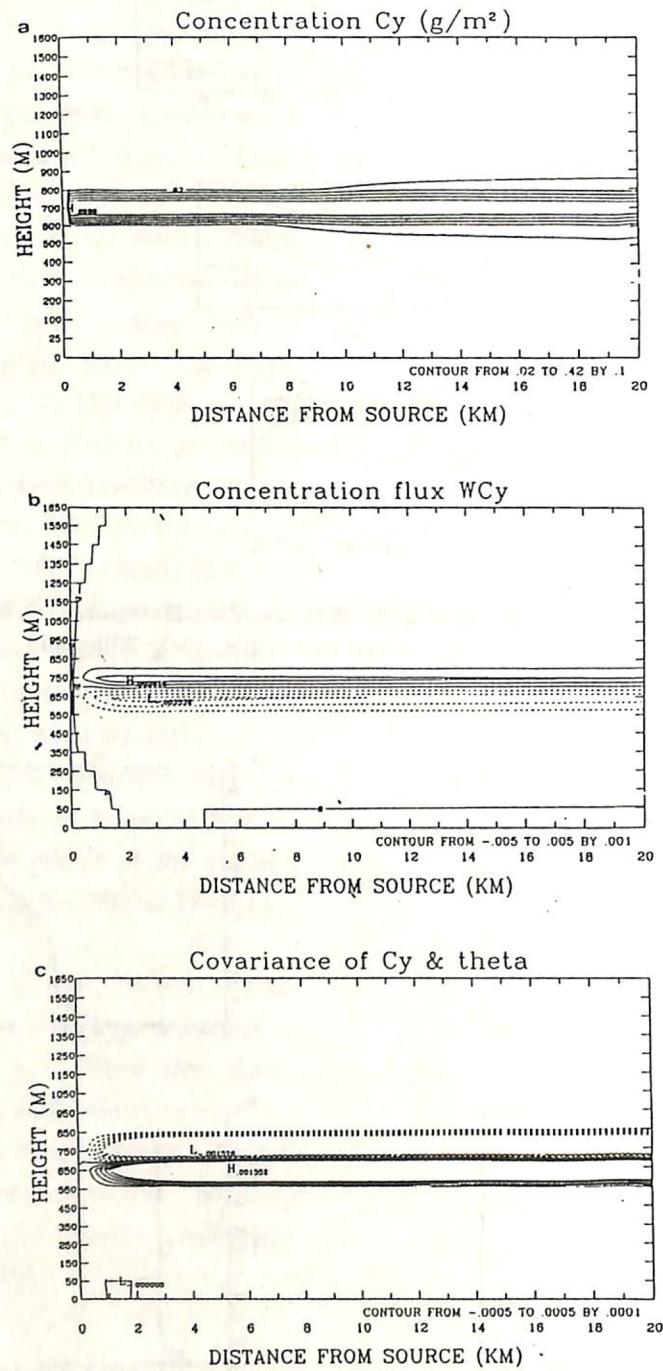


圖4 個案A (源點高度 495 公尺 (0.45Zi), 濃度場之時間序列。(a)15 時 (初始場)(b)16 時 (c)17 時 (d)17 時 30 分 (e)18 時 (f)18 時 30 分 (g)19 時 (h)00 時 (i)03 時。

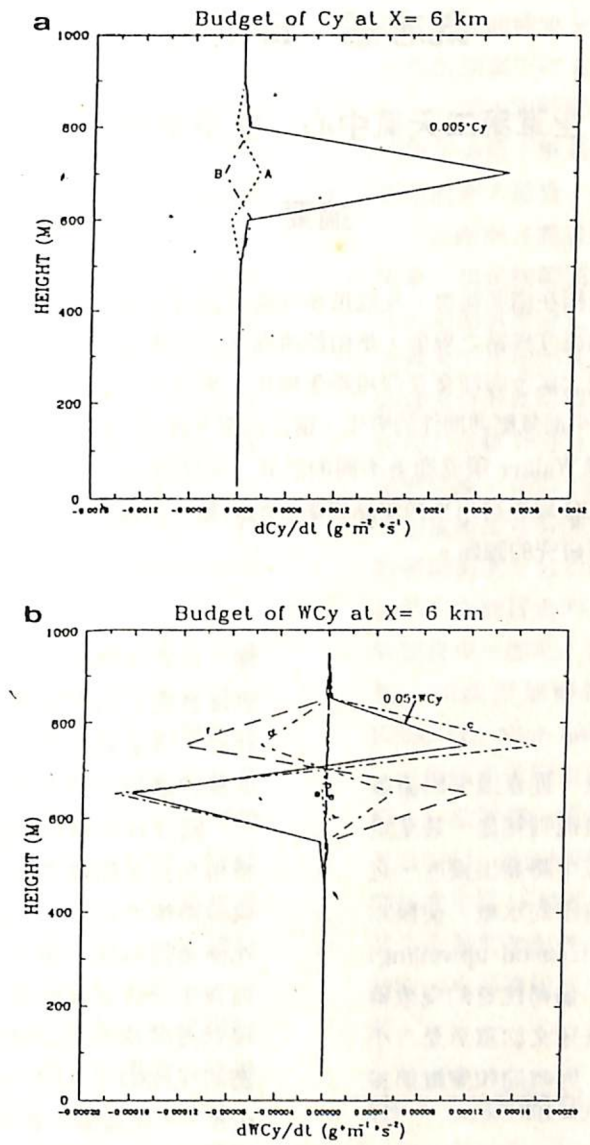


圖5 距源點下游  $x=4$  公里處之垂直濃度時間序列。(a) 個案A (源2點高度 495 公尺 (0.45Zi))。(b) 源點高度 95 公尺。圖中虛線分別為逆溫層高度、穩定邊界層高度。