

大氣環流之狀態及其物理過程

李文兆

大氣主環流 (General Circulation) 通常是指大氣中具有行星級幅度的運動系統，也就是經過時間和空間的平均後仍然存在的大氣變數，例如風、溫度以及其他的氣候因子。平均所取的時間必須長到能濾去日常天氣系統的變化，但要短到能保有季節性的變化。

由於海陸分佈及地形的影響，經過時間平均後的環流在經向上有相當大的差異，其中又可分為兩類，一是冬夏相反的季風環流 (monsoonal Circulation)，一是隨時間改變很少的滯留環流 (stationary Circulation)。後者即吾人所熟知的哈德萊環流 (Hadley Circulation)。因為主環流是一種平均的狀態，故在處理上希望能保留住緯向平均的氣流 (也就是氣流經整個緯度圈的平均)。這種處理方法類似小擾動方法 (small perturbation method) (註1)，將氣流分成平均及擾動兩部份。

以下將分成四部份來討論，其內容分別是(1)地球上的大氣主環流。(2)大氣中的能量循環。(3)地球一大氣的動量收支。(4)子午向對稱環流的動力學。

一、地球上的大氣主環流：

最初研究大氣環流的是氣候學家，他們根據氣候資料將地表風場分成赤道無風帶、信風帶、馬緯度無風帶、西風帶及極地東風帶，而研究大氣主環流的鼻祖可算是哈德萊 (Hadley)，他在找尋信風環流的過程中，認為信風環流是由於赤道和極區加熱不同，因而空氣在赤道地區上升極區下降，而由極區回赤道的這支即是信風。這樣的環流稱之為哈德萊環流。

進出地球的熱量主要經由輻射的過程，而地球上大氣的熱量傳送則主要靠對流。對整個地球而言，幾百年來平均溫度大致是個定值，這代表了進入

地球的短波輻射和地球的長波輻射達到平衡。對地球上不同區域而言，所受到的短波輻射不同，赤道最大，兩極最少，而長波輻射和緯度幾乎無關，故對赤道區而言有淨加熱 (Net heating)，對兩極而言有淨減熱 (Net cooling)，也就是冷卻。但是實際上赤道區並沒有愈來愈暖，極區也沒有愈來愈冷，其間勢必有一過程使得赤道多餘的熱量傳送到兩極以彌補短波輻射之不足。這種傳送過程是經由大氣環流來達成的。這種因赤道、極區溫度差異所形成的暖區上升、冷區下沉的熱力直接環流就是哈德萊環流。在實際大氣中只在熱帶地區觀測到對稱的哈德萊環流，中緯度存在的是一微弱的熱力間接環流 (Ferrel Cell)，此乃因對稱的哈德萊環流具有斜壓性不穩定 (baroclinic unstable)。南北溫度梯度增加後，為維持地轉平衡，熱力風將發展，形成斜壓不穩定而造成斜壓波 (天氣波) 的發展，斜壓波主要在中緯度發展，而斜壓波的功用就在將熱量北傳，因此在中緯度哈德萊環流的作用為斜壓波取代因而不存在。實際大氣中存在的子午向主環流如圖1，低緯和高緯是熱力直接環流，中緯度是熱力間接環流。



圖1：實際大氣中的三胞環流

地表上海陸分佈不均，尤以北半球為甚。陸地和海洋物理性質最大的差異在熱容量相差很大，經過計算，平均陸地升高 2°C，海洋僅升高 1°C，反

之，冷卻亦然。這使得冬季大陸上是冷源，有發展強烈的極地大陸冷高壓，北半球主要的大陸塊有歐亞大陸及北美大陸，但歐亞大陸遠較北美大陸範圍大，所孕育的高低壓無論範圍及強度均較北美為強，故選取亞洲為季風環流的代表，由圖2可看出，冬季大陸上是一廣大的輻散氣流中心，整個亞洲均在其範圍控制之下。夏季剛好相反，見圖3。大陸上是一片廣大的熱低壓，為氣流的輻合中心。由圖2及圖3可知，季風環流的特性就是冬夏相反。此外還有東西環流，噴射氣流等，並非本文探討之主題，故不多討論。

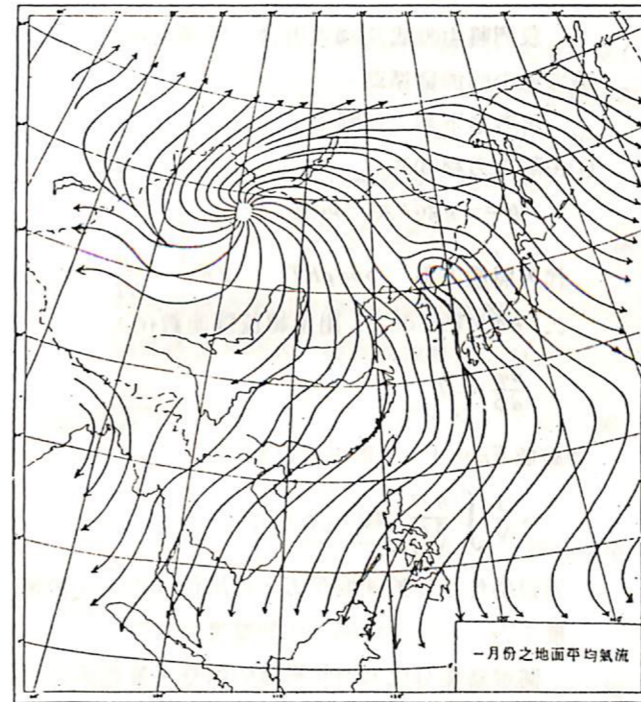


圖2：北半球冬季的平均環流。

二、大氣的能量循環 (Energy Cycle)

在不考慮水汽的情況下，控制大氣運動的方程式共有六個，在 (x、y、p) 坐標上分別是：

1 x 方向運動方程式：

$$\frac{du}{dt} = -g \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + \frac{1}{\rho} F_x + 2\Omega v \sin\phi \quad (1)$$

2 y 方向運動方程式：

$$\frac{dv}{dt} = -g \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p + \frac{1}{\rho} F_y - 2\Omega u \sin\phi \quad (2)$$

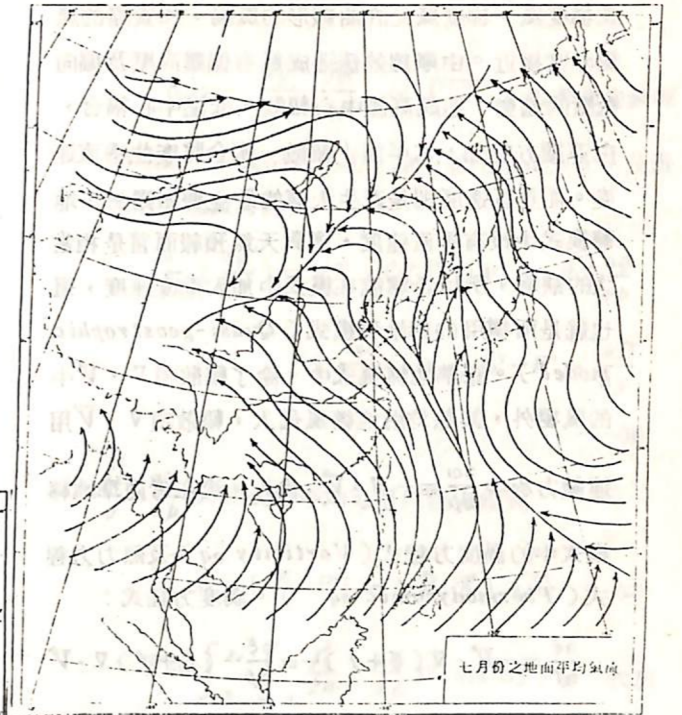


圖3：北半球夏季的平均環流。

3 靜力方程：

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (3)$$

4 連續方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

5 氣體狀態方程：

$$p v = n R^* T \quad (5)$$

6 熱力方程：

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{1}{c_p T} d \ln \theta \quad (6)$$

理論上我們只要解出這六個方程式即可得到所需之變數值，但此六個方程式是非線性偏微分方程式，無分析解，同時這組方程式包含的物理太多，除了各種尺度的大氣波動外尚包括聲波、重力波等非天氣雜波。所以將方程式簡化，希望只保留綜觀尺度的天氣波，其中最簡單的一種就是地轉平衡，也就是氣壓梯度力和柯氏力的平衡，風沿著等壓綫吹，在地轉關係下，只有直線形的氣壓場，所以也只有直線形的風場。若加入離心力，則地轉風將變

成梯度風，梯度風允許曲綫形的風場，和實際的風場非常接近。由摩擦效應造成風有偏離高壓及偏向低壓的趨勢，造成高壓中心輻散，低壓中心輻合，由連續方程知，水平面上輻散、輻合將產生垂直速度。而垂直速度則是產生天氣的最主要因素。在地轉模式中沒有垂直速度，這對天氣預報而言是相當大的缺陷，所以希望能在模式中加入垂直速度，這也就是所慣用的準地轉模式 (Quasi-geostrophic model)。在準地轉模式中，除了輻散項 $\nabla \cdot \vec{V}$ 中的風場外，其餘均用地轉風代入，輻散項 $\nabla \cdot \vec{V}$ 用連續方程中 $\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\nabla \cdot \vec{V}$ 代入。現在考慮準地轉

模式中的渦度方程式 (Vorticity eq) 及熱力方程式 (Thermodynamic eq)。渦度方程式：

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla (\xi + f) - \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} - (\xi + f) \nabla \cdot \vec{V} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\} \quad (7)$$

(7)式經幅度分析後剩下

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla (\xi + f) - (\xi + f) \nabla \cdot \vec{V} \quad (8)$$

將柯氏參數用泰勒級數展開後得

$$f = f_0 + \beta y + \text{高次項}$$

其中 y 代表運動的緯度幅度，以 L 來代表，

$$\frac{\beta L}{f_0} \sim \frac{\cos \phi_0 L}{\sin \phi_0 a}$$

若 $L/a \ll 1$ ，我們可令柯氏參數 $f = f_0$ 為一常數，但在平流項的微分式中令 $df/dy = \beta$ 來代替，這種關係稱之為 β 平面近似 (β -plane approximation)。

將(8)式用準地轉關係及 β 平面近似代入即得 F 式。

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial t} = -\vec{V}_s \cdot \nabla (\xi_s + f) - f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (9)$$

定義地轉流綫函數 $\phi = \Phi/f_0$ ，則地轉渦度可寫成 $\xi_s = \nabla^2 \phi$ ，風的旋轉部份 $V_\phi = \vec{k} \times \nabla \phi$

利用 $\nabla \cdot \vec{V}_\phi = 0$ 可得 $\vec{V}_\phi \cdot \nabla x = \nabla \cdot (V_\phi x)$

x : 任意函數

代入(3)式即得

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi = -\nabla \cdot [\vec{V}_\phi (\nabla^2 \phi + f)] + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (10)$$

同理，熱力方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -V_s \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \sigma \omega \quad (11)$$

經由同樣處理過程可得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\nabla \cdot [\vec{V}_s \frac{\partial \phi}{\partial p}] - \frac{\sigma}{f_0} \omega - R \quad (12)$$

$$R \equiv \frac{\alpha}{f_0 c_p} \frac{ds}{dt}$$

我們將由(10)式及(12)式出發，用準地轉模式來討論大氣中的能量循環。

再考慮下列二個關係：

(1)由靜力方程(3)式

$$dp = -\rho g dz = -\rho d\phi$$

$$\text{代入將態方程 } p = \rho RT \quad dp = -\frac{p}{RT} d\phi$$

$\therefore d\phi/dp \propto T$ 用地轉流綫函數代入

$$\frac{d\phi}{dp} \propto T$$

(2)動能 $E_k \propto V^2$ ，而可用位能

$$\propto \frac{1}{V} \int \frac{\theta^{12}}{\theta^2} dV$$

所以動能正比於速度平方，可用位能則正比於速度平方，可用位能則正比於溫度的平方。

將運動場分成平均和渦流的部分，首先將(10)式對緯度圈平均得到平均渦度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial y^2} + f_0 \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} \quad (13)$$

其中

$$\frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial y^2} = -\{ \nabla \cdot [(\vec{V}_s + V_\phi') (\nabla^2 \bar{\phi} + \nabla^2 \phi' + f)] \}$$

$M = \overline{u'v'}$ 代表 Momentum flux 動量通量

(10)式-(13)式即得渦流渦度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi' = -\nabla \cdot [(\vec{V}_s + V_\phi') (\nabla^2 \bar{\phi} + \nabla^2 \phi' + f)] + f_0 \frac{\partial \omega'}{\partial p} - \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \quad (14)$$

將(13) $\times \bar{\phi}'$ ，得到平均動能方程式

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = \{ K' \cdot \bar{K} \} + \{ \bar{P} \cdot \bar{K} \} - \bar{\epsilon} \quad (15)$$

其中 $K \equiv \int_0^{p_0} \int_A \frac{(\nabla \bar{\phi})^2}{2} dA dp/g$ 代表平均動能

$$\{ K' \cdot \bar{K} \} \equiv \int_0^{p_0} \int_A \bar{\phi} \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} dA dp/g$$

代表渦流動能和平均動能間的轉換

$$\{ \bar{P} \cdot \bar{K} \} \equiv \int_0^{p_0} \int_A f_0 \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} dA dp/g$$

代表平均可用位能和平均動能間的轉換，式中是 $\bar{\omega}$ (垂直速度) 及 $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p}$ (溫度) 的相關，物理意義是在南北方向上，暖的地方有上升運動，冷的地方有下沉運動將使平均可用位能轉換成平均動能。

$$\bar{\epsilon} \equiv \int_A \left[\rho \left(\frac{K f_0}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(\nabla \bar{\phi})^2}{2} \right]_{p_0} dA$$

代表平均風場透過地面摩擦所消耗的動能。

同理將 $\phi' \times (14)$ 式 得到渦流動能方程式

$$\frac{dK'}{dt} = -\{ K' \cdot \bar{K} \} + \{ P' \cdot K' \} - \epsilon' \quad (16)$$

其中

$$\frac{dK'}{dt} \equiv \int_0^{p_0} \int_A \frac{(\nabla \phi')^2}{2} dA dp/g$$

代表渦流動能

$$\{ P' \cdot K' \} = \int_0^{p_0} \int_A \frac{(\nabla \phi')^2}{2} dA dp/g$$

代表渦流可用位能轉換成渦流動能，是 ω' 及 $\frac{\partial \phi'}{\partial p}$ 的相關，物理上是東西方向上暖區有上升運動，冷區有下沉運動將使渦流位能轉換成渦流動能。

$$\epsilon' \equiv \int_A \left[\rho \left(\frac{K f_0}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(\nabla \phi')^2}{2} \right]_{p_0} dA$$

代表擾動風場經由摩擦所消耗的動能。

接下來考慮熱力能量方程式(12)式，同前將(12)式分成平均熱力能量方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \right) = \frac{\partial \bar{B}}{\partial y} - \frac{\bar{\omega}}{f_0} - \bar{R} \quad (17)$$

$$B = -\frac{\partial \bar{\phi}'}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}'}{\partial p} \propto \overline{V' T'} \quad \text{代表北向渦流}$$

熱通量，若暖空氣往北，冷空氣往南 $B > 0$ 。及渦流熱力能量方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) = -\nabla \cdot [(\vec{V}_s + V_\phi') \cdot \nabla \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} + \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right)] - \frac{\sigma}{f_0} \omega' - R' - \frac{\partial B}{\partial y} \dots (18)$$

$\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \times (17)$ 式得平均可用位能方程式

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\{ \bar{P} \cdot P' \} - \{ \bar{P} \cdot \bar{K} \} + \bar{G} \quad (19)$$

$$\bar{P} \equiv \int_0^{p_0} \int_A \frac{f_0}{2\sigma} \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \right)^2 dA dp/g$$

代表平均可用位能

$$\{ \bar{P} \cdot P' \} \equiv -\int_0^{p_0} \int_A \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \frac{\partial B}{\partial y} dA dp/g$$

代表平均可用位能轉換成渦流可用位能， $\frac{\partial B}{\partial y}$ 代表渦流熱通量的輻散、輻合，物理上是暖區若有渦流熱通量的輻散 (渦流熱通量向北增加)，暖區增暖，反之冷區更冷，將增加東西方向的溫度梯度，使平均可用位能轉換成渦流可用位能。

$$\bar{G} \equiv -\int_0^{p_0} \int_A \frac{f_0}{\sigma} \bar{R} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} dA \cdot dp/g$$

此項為位能產生項， \bar{R} 是非絕熱加熱項，太陽短波輻射 $\bar{R} > 0$ 。地球長波輻射 $\bar{R} < 0$ 。物理上 \bar{G} 是在南北方向暖區有輻射增溫，冷區有輻射冷卻，也就是增加南北向的溫度梯度，將產生平均可用位能。

$$\frac{f_0}{\sigma} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p} \right) \times (18) \text{ 式得渦流可用位能方程式}$$

$$\frac{dP'}{dt} = \{ \bar{P} \cdot P' \} - \{ P' \cdot K' \} + G' \quad (20)$$

$$P' \equiv \int_0^{p_0} \int_A \frac{f_0}{2\sigma} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p} \right)^2 dA dp/g$$

代表渦流可用位能

$$G' \equiv \int_0^{p_0} \int_A \frac{f_0^2}{\sigma} R' \frac{\partial \varphi'}{\partial p} dA dp / g \quad \text{代表}$$

渦流可用位能的產生項，和 \bar{G} 原理相同，即東西向暖區有非絕熱加熱，冷區冷卻，則將產生渦流可用位能。

將(15)+(16)+(19)+(20)得

$$\frac{d}{dt} (\bar{K} + K' + \bar{P} + P') = \bar{G} + G' - \bar{\epsilon} - \epsilon' \quad (21)$$

對一段長時期平均而言， $\bar{G} + G' = \bar{\epsilon} + \epsilon'$ 也就是經由非絕熱加熱所產生的可用位能必須剛好被摩擦所消耗的動能所平衡。因 $\bar{\epsilon}$ 和 ϵ' 永遠為正，所以長期平均下來 $\bar{G} + G'$ 也必須是個正值。對 \bar{G} 而言，赤道地區溫度高，且太陽輻射在赤道是極大值，所以經由南北向加熱所產生平均可用位能永遠是個正值。對乾燥大氣而言，因溫度高的地區長波輻射強，因此有減少東西溫度差異的趨勢，但是大氣中有水氣，在槽前地面低壓是暖區有上升運動，有雲，雲可以阻止輻射冷卻，槽後地面高壓是冷區，有下沉運動，無雲，故雲的存在將增加東西方向的溫度梯度，再加上上升區有水汽凝結潛熱釋放，使東西向暖區加熱，冷區冷卻， G' 是正值，經計算 G' 值為 \bar{G} 的一半大小。

由(15)，(16)，(19)，(20)式提供了大氣能量循環的一個完整的解釋，我們將過程及理論值大小整理於圖4；圖中箭頭方向配合理論值代表能量轉換的方向。以下把大氣能量循環過程簡單整理如下：

1. 緯向平均輻射加熱經由赤道區淨加熱，極區淨冷卻產生平均可用位能。
2. 斜壓波渦流擾動將暖空氣向北傳，冷空氣往南送，將平均可用位能(南北向)轉換成渦流可用位能(東西向)。
3. 經由東西向在渦流中的暖區上升及冷區下沉，將渦流可用位能轉換成渦流動能。
4. 平均動能的維持主要透過動量的向北傳送將渦流動能轉換成平均動能。
5. 平均氣流和渦流將透過地表及內部的摩擦作用消耗動能。由 $\bar{\epsilon}$ 及 ϵ' 知，摩擦消耗動能的多少和

系統的渦度有關，通常渦流較平均氣流具有較大的渦度，所以雖然平均氣流具有較大的動能，但渦流所消耗的動能較平均氣流所消耗的為多。

總結來說，由斜壓不穩定所造成的渦流在大氣能量轉換上扮演了非常重要的角色，經由渦流將暖空氣北傳，將平均可用位能轉換成渦流可用位能，經由渦流系統中的暖區上升，冷區下降使渦流可用位能轉換成渦流的動能，而這些動能最後仍透過渦流和地表的摩擦而消耗，由圖4可看出，這條路徑是能量循環中最重要的一條，絕大多數的能量皆由此產生而消耗。此外，由山脈影響形成的地形波及羅士培波對南北熱量傳送亦有相當重要的貢獻。在中緯度，平均可用位能直接轉換成平均動能是個微小的負值，過程較不重要，但在熱帶卻很重要，因為它是維持哈德萊環流的重要機制。

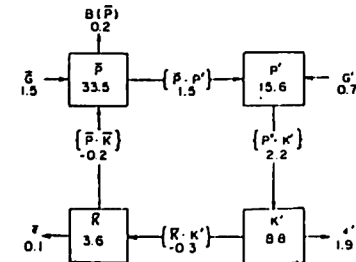


圖4：北半球能量循環的平均觀測值，方框中的數值單位是 10^5 焦耳每平方米 ($Joule/m^2$)。在箭頭旁的數值是能量轉換率，單位是瓦特每平方米 (W/m^2)。B(D)代表傳到南半球的熱量。

三、動量收支

如果我們將地球一大氣視為一封閉系統，則此系統的角動量勢必要保守。由觀測知，地表在低緯吹東風，中緯吹西風。地球由西向東轉在低緯區，地球相對大氣轉得快，因此看起來變成吹東風，在中緯區剛好相反，地面吹西風，表示大氣較地球轉得快。換一種角度看，低緯吹東風，摩擦力將使東風減少，使地球轉得慢些，也就是增加大氣西風的動量，所以在低緯度，地球將動量傳給大氣。在中緯度過程完全相反，大氣要使地球轉得快些，所以

大氣將動量傳給了地球。如果僅是單純的在低緯地球將動量傳給大氣，中緯大氣將動量傳給地球，那低緯東風和高緯的西風勢必減少而和地球轉速相同而達成平衡。但幾百年來，地球轉速並沒有變動，低緯依然吹東風，中緯的西風也沒有停止，所以必定存在著動量向北傳送，將低緯多餘的動量傳送到中緯度，以維持低緯度的東風，中緯的西風不停止。

動量的向北傳送可經由兩種過程，一是經由對稱的大氣環流，二是經由渦流的傳送。在赤道區，動量經由哈德萊環流及渦流的傳送均很重要。但在中緯度，大氣環流具有的 \bar{v} 太小，甚至是個負值，故斜壓波變成向北傳送動量的主要機制。大氣—地球的動量收支可以圖5來表示。經由觀測資料的計算，北半球的動量通量在低緯是輻散的 ($\frac{\partial M}{\partial y} < 0$)，在北緯 30° 達於最強，而在北緯 45° 有最大的輻合。這最大輻合帶代表了很強的 $\{K', \bar{K}\}$ ，這也是為什麼在中緯度底層雖然不斷將動量傳給地球，而在高層仍能存在噴射氣流的機制。

在中緯度，要使動量向北傳送，有一個重要的條件就是 $M = \bar{u}'v' > 0$ ， $M > 0$ 就是槽脊線由東北向西南傾斜，如圖6，在槽西，東西風有向西分量， $u' < 0$ 南北風有向南的分量 $v' < 0$ ，所以 $M > 0$ ，槽東則相反， $u' > 0$ ， $v' > 0$ ，故 $M > 0$ ，所以在中緯度槽脊線由東北向西南傾斜，是動量往北傳送，也是系統發展的一個重要機制。由觀測知，極區是吹東風的，因此高緯度地球將動量傳給大氣，由剛才的討論知，要使高緯度剩餘的動量往南傳送到中緯，槽脊線要西北—東南走向才可，而大致上是以北緯 60° 為分界，若斜壓波渦流要發展，在 60° 以南槽脊線要東北—西南走向而 60° 以北要西北—東南走向。

四、南北對稱環流的動力學

此處仍由準地轉模式開始討論，但南北對稱主環流所考慮的是長期的變化。因此在前面能量循環中沒有考慮進去的內部摩擦 (*internal friction*) 及輻射消散 (*radiative dissipation*)，為簡單計，在運動方程式中的內部摩擦用線性拖曳力 (*lin-*

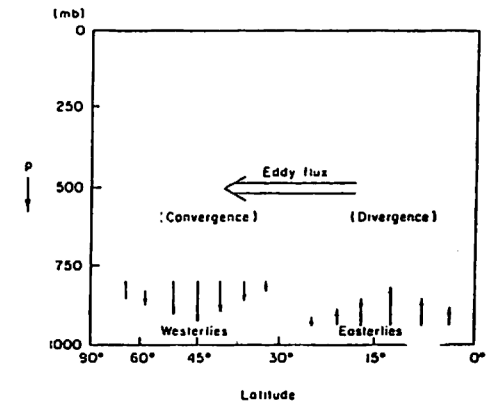


圖5：大氣中年平均角動量收支情形。

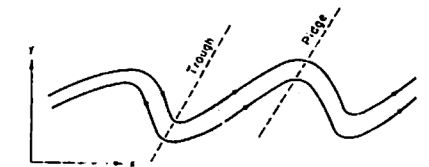


圖6：大氣中能產生正渦流動量通量的氣流線型態

ear drag) 來表示，也就是瑞里摩擦 (*Rayleigh friction*)，而在熱力能量方程式中的輻射消散則用線性熱力衰減 (*linear thermal damping*) 來表示，也就是牛頓冷卻 (*Newtonian cooling*)。在以下的方程式中 d 就代表這些線性的過程。緯帶平均後的渦度方程及熱力能量方程可寫成：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + d\right) \left(\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + f_0 \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} \quad (22)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + d\right) \left(\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial p}\right) = \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\sigma}{f_0} \omega - \bar{R} \quad (23)$$

在動量通量 M ，熱通量 B ，及非絕熱加熱項 \bar{R} 已知的情況下，(22)、(23)對 $\bar{\varphi}$ 及 $\bar{\omega}$ 構成一封閉系統。將連續方程對緯度圈 (x) 平均，得

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} \quad (24)$$

可定義流線函數 x ，使 x 滿足(24)式，可得

$$\bar{\omega} = \frac{\partial x}{\partial y} \quad \bar{v} = \frac{\partial x}{\partial p} \quad (25)$$

將(24)代入(22)式對 y 積分得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t} + d\right) \left(-\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y}\right) = -\frac{\partial M}{\partial y} + f_0 \bar{v} \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} (26) + \frac{\partial}{\partial y} (23), \text{ 再將(24)代入得}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) x$$

$$= -\frac{f_0}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial M}{\partial p} \right) - \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial \bar{R}}{\partial y} \right] \quad (27)$$

(27)式就是南北向對稱環流的診斷方程。

假設 x 在 y 及 p 向上均可用富氏級數 (Fourier series) 展開, 則

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) x \propto -x \quad (28)$$

又若無跨赤道的環流, 則在赤道上 $x = 0$, 見圖 7, 利用(28)式的關係, 則在北半球負的 x 值將產生熱力直接環流, 就是南方暖區有上升運動, 高層有向北的運動, 北方冷區下沉, 底層向南運動, 構成一環流。相反的, 正的 x 值將產生和前述完全相反的熱力間接環流。

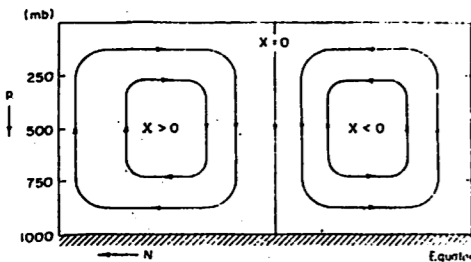


圖 7: 子午向流線函數 x 和垂直, 子午向速度間的關係

現在討論(27)式中 x 和右邊各項間之關係, 利用(28)式可得

$$x \propto \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial M}{\partial p} \right) - \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial \bar{R}}{\partial y}$$

(A) (B) (C)

(A)項代表水平渦流動量通量輻合的垂直梯度, 假設動量通量輻合為正, 且隨高度增加, 則 $\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial M}{\partial p} \right) > 0$, $x > 0$, 環流形成如圖 8, 為一熱力間接環流。由(27)式知, 除非 $\frac{\partial M}{\partial y}$ 被柯氏力矩 ($f_0 \bar{v}$), 及線性項 ($-d \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}$) 所平衡, 則 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \right) > 0$, 也就是熱力風將增加。在地轉平衡及靜力平衡的條件下, 要使熱力風增加, 勢必要增加南北向的溫度梯度, 但在不考慮渦流熱通量(B)及非絕熱加熱(C)的情況下, 只有熱力間接環流, 也就是在暖區下沉絕熱

增溫, 冷區上升絕熱冷卻才能達到增加南北溫度梯度的目的。但是這種熱力間接環流受柯氏力矩之作用在高層有向西加速度, 在底層有向東的加速度, 也就是熱力間接環流提供熱力風增加的條件, 但是柯氏力矩產生向西加速度將抵消一部分熱力風, 使熱力風不會無限的增加下去。這種狀況就像斜壓波中, 高層輻散雖有利於低氣壓的發展, 但輻散產生反氣旋式渦度又不利於低氣壓而將抑制其發展。

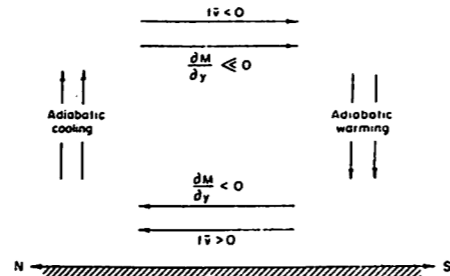


圖 8: 由渦流動量通量輻合的垂直梯度所驅動的子午向環流。

(B)中

$B = - \left\langle \frac{\partial \psi'}{\partial x} \frac{\partial \psi'}{\partial p} \right\rangle \propto \langle V' T' \rangle$ 代表北向渦流熱通量, 在渦流熱通量最大的緯度, $\frac{\partial^2 B}{\partial y^2} < 0$, 即 $x > 0$, 環流形式如圖 9 為熱力間接環流。渦流擾動將熱量北傳將減少南北溫度梯度, 也就是要減少熱力風。為維持地轉及靜力平衡條件下, 不考慮動量傳送(A)及(C)之作用, 熱力風之減少只有賴柯氏力矩的作用, 也就是高層往南的熱力間接環流可滿足。但是熱力間接環流將增加南北溫度梯度, 其作用在抵消一部分的柯氏力矩作用, 使熱力風不會無限制減少。

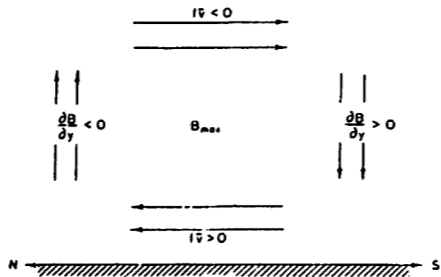


圖 9: 由渦流熱通量所驅動的子午向環流。

(C)中 $\frac{\partial \bar{R}}{\partial y}$ 就是緯帶平均加熱的差異, 在對流層中, 在赤道區有淨加熱, 在兩極有淨冷卻, 因此 $\frac{\partial \bar{R}}{\partial y} < 0$, $x < 0$, 非絕熱加熱將產生南北向熱力直接環流。南北加熱差異將增加南北向溫度梯度, 也就是增加熱力風, 在不考慮(A), (B)之作用下, 要維持地轉及靜力平衡, 增加熱力風只有經由柯氏力矩來達成, 就是高層向北的熱力直接環流, 但是熱力直接環流的絕熱溫度改變會減少南北溫度梯度, 其作用在抑制柯氏力矩的作用, 使熱力風不會無限制的增加。

由以上的討論可知, 在沒有渦流傳送動量及熱的情況下, 緯帶上的差異加熱會強迫出熱力直接環流, 也就是哈德萊環流。在赤道地區渦流擾動很弱而加熱很強, 因此觀測到的是熱力直接環流(哈德萊環流)。在中緯度, 渦流擾動傳送動量及熱的效果很強, 甚至強過加熱差異, 因此三者平衡後剩下一微弱的熱力間接環流, 也就是在中緯度觀測到的費若 (Ferrel) 環流。費若環流和渦流比較起來弱了很多, 因此在中緯度費若環流僅佔一個次要的角色。

以往在處理天氣波的時候總希望將方程式線性化以求解, 近年來發現非線性的作用非常重要, 所謂非線性的作用就是不同波數的波動會相互的影響, 例如一般波長 3000 公里的天氣波的變化不能只考慮其本身的變化, 其他波長的波在適當情況下會影響到 3000 公里波動的成長或衰滅。由此觀念可知, 我們亦不可將大氣主環流視為一獨立的系統, 大氣主環流勢必和其他幅度的環流有著某些關係, 已經被發現的例如哈德萊環流和寒潮的暴發似乎存在著一些關係, 又如東西環流 (east-west Circulation) 和副熱帶高壓的強弱間也存在著相當好的相關。因此, 對大氣環流的研究已不再是純粹為了大氣環流而研究, 更積極的是能找出大氣主環流如何影響那些影響日常天氣變化的系統, 或許這將是一種突破。

註: 小擾動方法 (Small perturbation method): 是一種處理非線性偏微分方程式的方法, 將氣流分成平均和擾動, $u = \bar{u} + u'$ 並令 $u' \ll \bar{u}$, 故名為小擾動, 將 u 代入方程式中, 整理

之後, 類似 $u'v'$, $u' \frac{\partial u'}{\partial x}$ 的這些二次項較 $\bar{u}v$, $\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$ 這些項小很多, 可以忽略, 剩下的方程式是一個線性的偏微分方程式, 因此小擾動方法可以簡化問題。