

大氣秉性參數之計算

曲克恭 莊思禮

Computation of the Parameters of Atmospheric Characteristics

Ko-Kung Chu

Sue-Li Chuang

Abstract

For most of the synoptical research purposes the historical rawinsonde data are often analyzed and the specified parameters representing the characteristics of the atmosphere are computed graphically. It will take tremendous manpower and time. In order to prepare the field data for studying the characteristics of typhoons when they approach the vicinity of Taiwan, we have tried to compute some of the parameters from observed rawinsonde data by using electronic computer. Only mixing ratio, pressure and temperature of LCL, potential temperature, equivalent potential temperature, stability index and thermal wind (shear) were computed but other parameters also may be computed by modification of the computing program.

一、前言

為準備研究臺灣近海颱風秉性之資料，發現人力用圖解法分析及計算大氣之秉性參數，甚為消耗人力及時間。若所用資料過多，分析斜溫圖幾乎為不可能，乃設法應用電算機解決此種困難。為適應颱風之研究，先試計算混合比，上舉凝結層之溫度及氣壓、位溫、相當位溫、穩定指數以及熱力風（風切），但其他參數亦可計算，僅須略修改計算程式而已。

二、位溫、混合比與上舉凝結層之溫度及氣壓

(1) 位溫：

位溫可由位溫方程計算：

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^k \quad (1)$$

(2) 混合比

混合比或飽和混合比為：

$$q \approx \frac{e}{p}$$

$$q_s \approx \frac{e_s}{p} \quad (2)$$

由 Clausius-Clapeyron 方程

$$\ln \frac{e_s}{6.11} = \frac{M_v L}{R^*} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) \quad (3)$$

以上(1)(2)(3)方程中，

$k = 0.286$ (乾空氣)

$\epsilon = 0.622$

T = 氣溫

p = 氣壓

q = 混合比

q_s = 飽和混合比

e_s = 飽和水汽壓

M_v = 水汽克分子量

L = 潛熱 (蒸發、融解或昇華)

R^* = 通用氣體常數

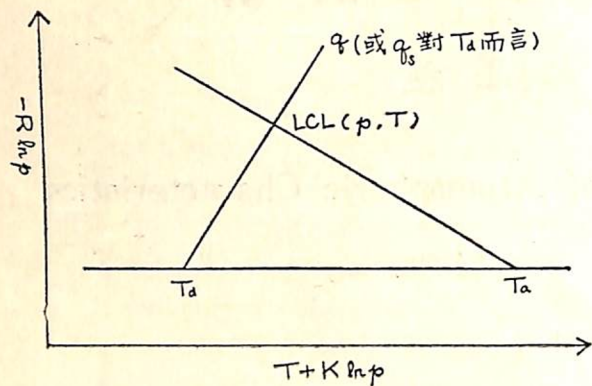
將(2)取自然對數，並將(3)代入，得

$$\ln q_s = \ln \frac{3.8}{p} + \frac{M_v L}{R^*} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) \quad (4)$$

方程(4)可用以計算飽和混合比，若使用露點溫度代替氣溫，則為露點溫度時之飽和混合比，亦可謂實際混合比 q 。

(3) 上舉凝結層之氣壓及溫度

以上舉凝結層之定義可獲圖一之關係：



(圖一)

解方程式(1)與(4)之聯立方程，其解當為上舉凝結層之溫度及氣壓。

首先以氣溫 T_a 及氣壓 p_a 求得 θ ，再以露點 T_d 及氣壓 p 應用方程(4)求得 q_s ，則在方程(1)，(4)中 θ 與 q_s 為已知。

取方程(1)之自然對數，然後與方程(4)合併消去 $\ln p$ 項，可得：

$$\ln T_c + \frac{a}{T_c} - K = 0 \quad (5)$$

T_c = 上舉凝結層溫度

$$a = \frac{kMvL}{R^*}$$

$$K = \ln \theta - k(\ln q_s + \ln 1000 - \ln 3.8 - \frac{kMvL}{273R^*})$$

a 及 K 皆為已知值。

但方程(5)仍難用數學方法求得相對應之 T_c 值，必得利用電算機以求其近似解。

T_c 求得以後代入方程(1)可獲上舉凝結層之氣壓 p_c 。

三、相當位溫、穩定指數及熱力風

(1) 相當位置

$$\theta_e = \theta \exp\left(\frac{L q_s}{c_p T_c}\right) \quad (6)$$

θ_e 可直接由(6)計算，因右式之各項皆為常數或已計算求得。

(2) 穩定指數：

穩定指數定為由上舉凝結層沿濕絕熱線上升與500mb層相交之該處溫度減去500mb層之溫度，此差值為穩定指數，並非蕭氏指數 (Showalter stability index)，亦非美國

劇烈風暴警報中心 (LSWC) 之學升指數 (Lifted index)，而係設此指數以備研究颶風外緣大氣秉性之用，但欲轉用為計算蕭氏或學升指數，計算程式之輸入略做修改即可。至於所謂之 K 指數，僅為定壓面層溫度與露點之數學和，更易計算。

空氣上升達飽和以後，其相當位溫有保守性，因之求得 θ_e 以後，即可知此線與500mb層相交點之溫度，但仍須解以下之方程：

$$\theta_e = T \left(\frac{1000}{500} \right)^k \exp \left(\frac{L q_s}{C_p T} \right) \quad (7)$$

內差也許是較為方便之方法，因此利用(7)，並研判500mb層可能之溫度範圍，先給予溫度 T 值，以求得相對應之 θ_e 值，共選十六點，如表一列：

(表一)

T_{500}^*	θ_e
-41.3	283.37
-38.9	286.45
-35.7	290.62
-32.8	294.48
-29.5	299.02
-26.1	303.88
-22.9	308.71
-19.3	314.51
-16.0	320.30
-12.3	327.48
-9.2	334.25
-5.8	342.70
-2.5	352.22
0.8	359.69
3.9	370.05
7.0	381.99

以上之關係如用內差而求得 θ_e 相對之500mb溫度值，誤差不大。

$$\text{穩定指數} = T_{500}^* - T_{500}$$

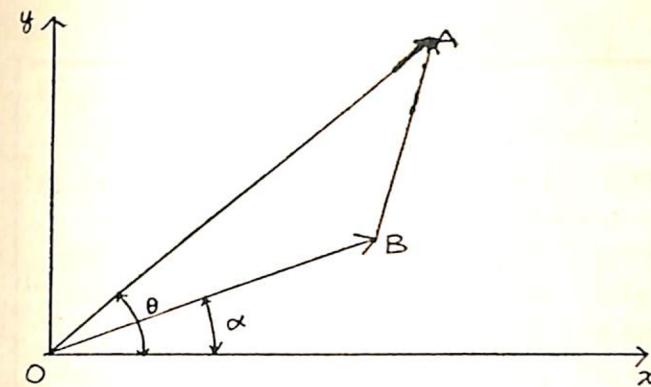
(3) 熱力風：

熱力風之計算較簡，按一般熱力風之向量定義而取 xy 軸之分量求得，如圖二：

$$|AB| = [(OA \cos \theta - OB \cos \alpha)^2 + (OA \sin \theta - OB \sin \alpha)^2]^{1/2} \quad (8)$$

$$\theta = 90^\circ - WD \quad (1)$$

$$\alpha = 90^\circ - WD \quad (2)$$



(圖二)

WD = 風向

四、計算程式及比較

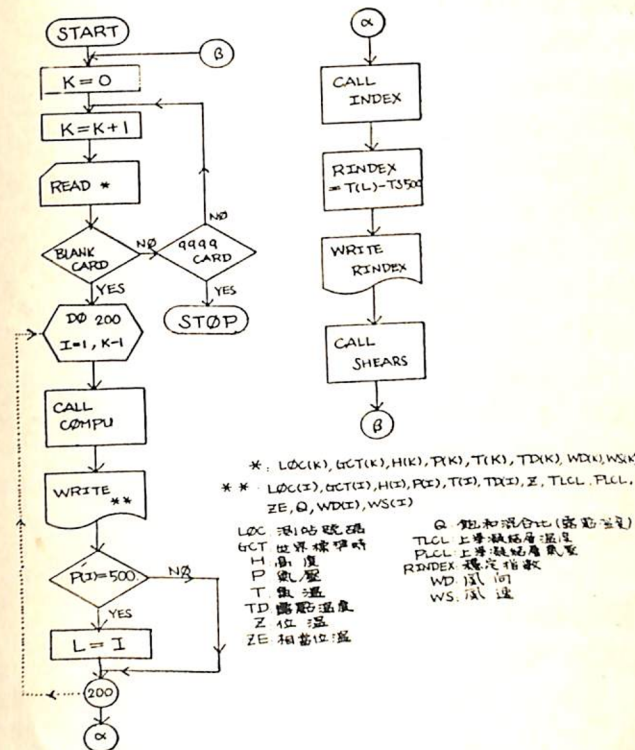
本文除部份流程圖外，有數點說明：

(1) 應用電算機解方程(5)使用估計法，因若 $T_c = T_d$ 則 T, T_c, T_d 應在一點，若上舉凝結層之氣壓小於原始層之氣壓，則 $T_c < T_d$ 。

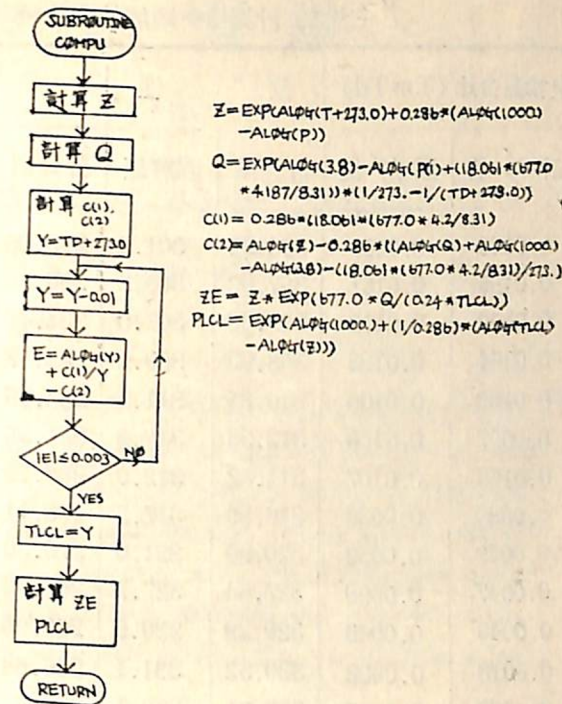
故可從 T_d 值開始代入，逐步代入減少某定值之值而使

$$\ln T_c + \frac{a}{T_c} - K = E$$

設 $E = 0.003$



(圖三a)



(圖三b)

流程圖

則 T_c 之誤差在 ± 0.04 範圍內，已達足夠之精確度。

(2) 熱力風 (風切) 只做從 850mb 至 100mb 間各定壓面層間之風速值，其方向亦易計算，但在本文之試算時未做。

(3) 在程式中亦將原始資料，如測站、日期時間、高度、氣壓、氣溫、露點、風向及風速等輸出列表，以資參考。

(4) L 值應用昇華潛熱 677.0 cal/gm，與用斜溫圖所得之值相近，故捨棄發潛熱。

表二為部份計算值與分析斜溫圖所得值之比較，二者皆相接近。

五、結語

大氣秉性參數之計算雖然只是對某一特殊問題研究之準備工作，但此種資料之計算却化費很大的人力與很多的時間。相信國內仍有很多研究者曾化費時間於這種基本的準備工作上。如果能够將計算程式公諸於世，蒐集在一起，也許可以建立成一種基本資料計算程式，如有需要，只照程式略做所用電算機特殊設計之修正，即可計算，事半功倍。本文旨在拋磚引玉，引領以望基本資料計算程式集之問世。

(表二) 計算值與圖解值之比較

飽和混合比 ($T=T_d$)		位 溫		T_c		P_c		相 當 位 溫	
計 算 值	圖 解 值	計算值	圖解值	計算值	圖解值	計 算 值	圖解值	計 算 值	圖 解 值
0.0206	0.0210	300.92	301.2	298.05	297.9	967.3	963	365.9	363
0.0155	0.0161	307.92	308.2	290.86	289.2	820.5	816	357.9	357
0.0109	0.0112	307.08	307.0	284.44	283.9	766.5	760	342.2	341
0.0104	0.0103	308.93	309.2	283.17	283.0	739.1	740	342.6	340
0.0100	0.0100	310.85	311.1	282.06	281.6	713.6	713	343.5	342
0.0097	0.0100	312.33	312.8	381.35	281.0	695.8	693	344.4	343
0.0105	0.0107	311.82	312.0	282.79	282.5	712.3	712	346.3	345
0.0080	0.0086	316.99	317.5	278.11	277.8	634.9	632	345.6	345
0.0049	0.0052	320.90	321.0	276.20	276.2	594.0	595	348.1	347
0.0047	0.0050	327.64	327.7	267.72	268.5	495.9	490	344.9	345
0.0046	0.0049	329.29	329.9	266.90	266.7	482.2	482	345.9	347
0.0018	0.0022	330.52	331.1	266.64	266.0	474.4	472	347.1	348
0.0009	0.0012	338.91	339.1	253.45	253.1	354.5	362	345.8	347
0.0004	0.0006	346.24	346.8	244.44	243.8	298.5	297	349.9	350

參 考 文 獻

1. "Introduction to theoretical meteorology" Hess, S. L.
2. "Principles of meteorological analysis"

Saucier, W. J.

3. "Computer application of numerical methods" Kuo, S. S.
4. "Fortran IV programming" 李學養