

颱風運動之位渦診斷研究

吳俊傑¹ 楊忠權²

台灣大學大氣科學研究所¹

空軍氣象中心²

摘要

颱風是台灣地區天然災害的重大肇因之一，但在某些特殊時刻(缺水期)其伴隨降水卻又是台灣地區重要之水資源。現今對於颱風的了解，不論是在其運動、強度及結構上仍然存在許許多多的不確定性；因此，颱風研究可謂是台灣地區大氣科學界最重要的研究議題之一。

本文將近十年來運用位渦概念在颱風運動研究的論文進行回顧，論述位渦反演及片段位渦反演的原理及方法，列舉實例加以說明 Wu et al. (2003)發展的方法在 2002 年鳳凰颱風運動定量分析的結果。

關鍵詞：颱風駛流、位渦反演、片段位渦反演、深層平均駛流、投影量
(2003 年 11 月 1 日收稿；2003 年 11 月 15 日定稿)

一、前言

Hoskins et al. (1985) 利用位渦診斷綜觀尺度割離低壓及阻塞低壓系統，並對位渦在大氣動力所扮演之角色進行完整的回顧，提出位渦在天氣應用上的重要性質，包括位渦保守與可反演的特性。此外，並以位渦觀點重新詮釋 Rossby Wave 傳播與中緯度波動斜壓不穩定理論，位渦在綜觀天氣的應用因此受到更廣泛的應用與重視。位渦反演理論指出，給定空間中平衡條件(如準地轉平衡或半地轉平衡假設)並指定一質量參考狀態，在適當的邊界條件下可以對空間中的位渦分佈進行位渦反演，以得到空間中的平衡氣象場分佈。但在 1980 年代，位渦反演僅侷限在準地轉平衡(Quasi-geostrophic balance)與準地轉位渦(pseudo-potential vorticity; PPV)假設下，受 Rossby Number (R_0) 小於 1 之限制，在氣旋尺度天氣系統的應用上

仍然不夠精確。

隨後 Davis and Emanuel (1991) 採靜力穩定及旋轉風近似實際風的假設，利用非線性平衡關係(Charney 1955)，發展 Ertel 位渦(Ertel potential vorticity; EPV)反演技術與片段位渦反演方法，並成功應用至氣旋生成動力過程的探討。由於 EPV 之反演為非線性的過程，且片段位渦反演線性化方法並非唯一，Davis (1992a) 進一步給定理想位渦分佈和不同線性化方法的處理，進行片段位渦反演的敏感度測試，並與 PPV 反演比較，發現當 R_0 超過 1 時，PPV 反演誤差迅速增加，而 EPV 反演誤差則不隨 R_0 成長。Davis (1992b) 同樣利用片段位渦反演方法，探討潛熱釋放對溫帶旋生的影響；Davis et al. (1996) 使用模式輸出資料進行位渦診斷，探討海上快速旋生的平衡動力機制。至此位渦反演的概念始能有效應用在大 R_0 與高曲率之溫帶氣旋系統。

Wu and Emanuel (1995a, b) 首先以位渦 (EPV) 觀點探討颱風駛流，使用 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ NMC (National Meteorological Center) 全球分析資料，針對大西洋的 Bob (1991)、Ana (1991) 和 Andrew (1992) 颱風進行研究。此外，考慮颱風為生命期比溫帶氣旋天氣時間尺度大很多的強烈獨立渦旋，其運動明顯受本身不對稱性與背景場兩者交互作用的影響，因此捨棄適當生命期時間平均場，選取當年 7-9 月季平均流場為基本場，與平均值之距平為擾動場。隨後透過位渦反演，定量探討颱風運動受到不同環境導引氣流影響的機制，發現渦旋附近之高層負位渦擾動，對颱風移動扮演重要的角色。Wu and Emanuel (1995b) 提出以位渦植入颱風模式作為初始渦旋的概念，認為將與颱風有關之全球分析大尺度渦旋擾動去除，在適當位置改植入由觀測決定之虛擬颱風渦旋，經位渦反演，可提供一不改變大尺度環境基本場特徵且動力保守之氣象場。

Shapiro and Franklin (1995) 使用飛機 Omega drop windsounde (ODW) 和飛機雷達，觀測 1985 年 Gloria 颶風的風場，並以非線性平衡方程計算颱風內核之高度場結構，求取 Gloria 的位渦分佈，以研究目前為止位渦診斷所能得到最高解析度之 Gloria 颱風結構。Shapiro (1996) 以軸對稱平均的位渦為基本場，同樣利用位渦反演方法，診斷 Gloria 颶風的駛流，發現 Gloria 的運動主要受控於 500hPa 以上、1000 公里以內的局部位渦擾動，而獲得與 Wu and Emanuel (1995a, b) 一致的結論。Shapiro (1999) 利用相同的方法，將大西洋 6 個颱風 9 個個案分類為受 1500 公里以內局部影響與受大尺度主宰之類型。

Wu and Kurihara (1996) 透過颱風模式模擬輸出，探討颱風和環境的交互作

用，並利用位渦收支的計算與位渦反演的的方法，研究凝結潛熱在颱風發展過程所扮演的角色，以及潛熱造成的位渦異常對颱風運動的反饋機制 (Wu and Emanuel 1993)。Wu and Cheng (1999) 則利用觀測資料，位渦反演診斷分析高層中緯度槽線與低壓系統對颱風強度之影響。黃 (2000) 及 Wu et al. (2000) 從位渦觀點探討中央氣象局颱風預報模式，不同初始化過程對颱風路徑模擬之影響。Wu et al. (2003) 利用位渦反演方法，定量診斷分析 2000 年寶發 (Bopha) 颱風受強烈颱風桑美 (Saomai) 交互作用之影響，寶發路徑異常往南的雙颱風交互作用的過程，這是文獻上首次發表以定量的觀點探討雙颱風之間的交互作用，並提出雙颱風交互作用的可能詮釋架構，相關論文亦在國科會自然科學簡訊刊出 (吳 2003)。

總之，位渦 (EPV) 反演及片段位渦反演方法可以廣泛地應用在颱風運動及強度演變上的定量診斷分析。

二、原理及方法

(一) 全位渦反演

Hoskins et al. (1985) 整理位渦理論概念指出，探討位渦反演的問題，首先必須考慮一個平衡條件，傳統準地轉 (quasigeostrophic) 假設下的準地轉位渦反演，在 Rossby number ≥ 1 及高曲率天氣系統之應用有其限制；Davis and Emanuel (1991)、Davis (1992a, b) 以及 Wu and Emanuel (1995a, b) 的位渦反演方法主要是針對 Ertel 位渦所發展，運用 Ertel 位渦可克服 Rossby number 的約束並提升反演結果的準確性，此法採用 Charney (1955) 提出的非線性平衡方程做為質量場與運動場的平衡條件，在省略非

旋轉風，僅保留非輻散風場的條件下，得到球座標的平衡方程：

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot (f \nabla \Psi) + \frac{2}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial(\partial \Psi / \partial \lambda, \partial \Psi / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)} \quad (1)$$

其中 Φ 是重力位， Ψ 則是非輻散流函數 ($V_\Psi = \hat{k} \times \nabla \Psi$)， f 是科氏參數， λ 是經度， ϕ 是緯度， a 是地球半徑。當非輻散風分量比非旋轉風分量大一個數量級以上時，可證明非線性平衡條件下所求得之風場與觀測所求得之非輻散風場相當一致。考慮 Φ 、 Ψ 的另一種關係式

$$q = -\frac{gk\pi}{p} \left[\eta \frac{\partial \theta}{\partial \pi} - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \pi} \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \pi} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right] \quad (2)$$

即 Ertel 位渦近似的基本定義，其中 $k = R_d / C_p$ ， p 表氣壓， $\pi = C_p (p / p_0)^k$ 是垂直座標 Exner 函數， η 則是絕對濕度之垂直分量。加入靜力平衡假設 $\partial \Phi / \partial \pi = -\theta$ ，以及水平和垂直方向的風速均以水平和垂直方向的非輻散風取代的假設，則 Ertel 位渦之定義可以下式近似

$$q = \frac{gk\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \Psi) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \pi^2} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda \partial \pi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi \partial \pi} \right] \dots \dots \dots (3)$$

方程式 (1) 及 (3) 所組成的偏微分方程組，給定 Ertel 位渦分佈下，則是一個包含 Φ 、 Ψ 兩個未知數之完整封閉的橢圓微分方程組，只要給定邊界條件則此方程組即可求解。

水平上、下邊界採用靜力穩定條件 $\partial \Phi / \partial \pi = f_0 \partial \Psi / \partial \pi = -\theta$ 為邊界條件 (即 Neumann condition)， Φ 之側邊界為實際觀測之重力位場 (即 Dirichlet condition)。流函數側邊界則假設為實際觀測風場在側邊界無輻散，故側邊界上的流函數可經由邊界上的風場積分而得

$$\frac{\partial \Psi}{\partial s} = -\bar{v} \cdot \hat{n} + \frac{\oint \bar{v} \cdot \hat{n} dl}{\oint dl}$$

\hat{n} 為垂直邊界 (向外為正) 之單位向量， s

則是平行邊界 (逆鐘向為正) 之單位向量，積分時由邊界上任一點開始，給定 $\Psi = \Phi$ ，沿邊界積分一圈後回到原點。

給定上述的邊界條件及空間中的位渦分佈，即可利用連續超鬆弛數值方法 (Successive Overrelaxation; SOR) 求得偏微分方程組 (1) 與 (3) 之唯一解析解。

(二) 片段位渦反演

Davis and Emanuel (1991) 指出，片段位渦反演是位渦反演方法更重要的應用，透過片段位渦反演，可診斷特定系統之位渦擾動對所關心的天氣系統與現象之影響；當反演性質為線性時，則片段位渦反演乃是數學上 Green 函數的應用。然而，前一小節中位渦反演之偏微分方程組 (1) 和 (3) 式均包含兩兩相乘之非線性項，屬於非線性方程，因此在使用片段位渦反演時，必須處理方程組線性化的問題。片段位渦反演首要工作是擾動場的定義，最初在 EPV 反演的研究 (Eliassen and Kleinschmidt 1957; Hoskins et al. 1985; Thorpe 1986) 給予一個獨立或理想的位渦距平視為擾動源。Davis and Emanuel (1991) 運用實際觀測分析場為研究資料，定義與時間平均的差異量視為擾動場。以下是 Davis and Emanuel (1991) 將位渦反演之偏微分方程組 (1) 和 (3) 式，透過線性化的處理，轉換成片段位渦反演線性方程組的過程：

步驟 1：

定義：將 Ertel 位渦分解成平均場與擾動場的組合，如下式：

$$q(\lambda, \phi, \pi, t) \equiv \bar{q}(\lambda, \phi, \pi) + q'(\lambda, \phi, \pi, t)$$

同樣在重力位 Φ 與流函數 Ψ 也分別進行分解為兩部分。

$$\begin{aligned} \Phi &= \bar{\Phi} + \Phi' \\ \Psi &= \bar{\Psi} + \Psi' \end{aligned}$$

此時，平均場 (基本場) 的非線性平衡方

程式與位渦方程式分別為

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot (f \nabla \Psi) + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \frac{\partial(\partial \bar{\Psi} / \partial \lambda, \partial \bar{\Psi} / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)}$$

$$\bar{q} = \frac{gk\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \bar{\Psi}) \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \pi^2} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \lambda \partial \pi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \phi \partial \pi} \right]$$

而擾動場的非線性平衡方程式與位渦方程式，則分別為

$$\nabla^2 \Phi' = \nabla \cdot (f \nabla \Psi') + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \left[\frac{\partial(\partial \Psi' / \partial \lambda, \partial \bar{\Psi} / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)} + \frac{\partial(\partial \bar{\Psi} / \partial \lambda, \partial \Psi' / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)} + \frac{\partial(\partial \Psi' / \partial \lambda, \partial \Psi' / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)} \right]$$

$$q' = \frac{gk\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \Psi) \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \pi^2} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \left(\frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \lambda \partial \pi} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \lambda \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \lambda \partial \pi} \right) - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \phi \partial \pi} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \phi \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \phi \partial \pi} \right) \right]$$

此處 $f + \nabla^2 \Psi = \eta$ 為絕對渦度。

為使擾動 Ertel 位渦的片段位渦反演方程式成為線性方程，Davis and Emanuel (1991) 將方程式中的非線性項隱藏在線性微分算子的非常數係數內。此方法的簡單說明如下：

$$q(t) = A(t)B(t)$$

$$A = \bar{A} + A'(t)$$

$$B = \bar{B} + B'(t)$$

推得

$$q'(t) = q(t) - \bar{q} = \bar{A}B'(t) + A'(t)\bar{B} + A'(t)B'(t) \quad (4)$$

當把擾動場 q' 分解成 N 塊，則 $q'(t) = \sum_{n=1}^N q_n$

同理， $A'(t) = \sum_{n=1}^N A_n$ 、 $B'(t) = \sum_{n=1}^N B_n$

則 (4) 式可改寫成

$$q'(t) = q(t) - \bar{q} = \bar{A}B'(t) + A'(t)\bar{B} + A'(t)B'(t)$$

推得

$$\sum_{n=1}^N q_n = \bar{A} \sum_{n=1}^N B_n + \bar{B} \sum_{n=1}^N A_n + A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_2 B_1 + \dots + A_N B_N$$

與 q_n 有關的 A_n 和 B_n 數列的組合並非唯

一，在此採用以下的兩種選擇

$$q_n = \bar{A}B_n + \bar{B}A_n + A_n(B_1 + B_2 + \dots + B_N) = \bar{A}B_n + (\bar{B} + B')A_n = \bar{A}B_n + BA_n \quad (5)$$

和

$$q_n = \bar{A}B_n + \bar{B}A_n + B_n(A_1 + A_2 + \dots + A_N) = (\bar{A} + A')B_n + \bar{B}A_n = AB_n + \bar{B}A_n \quad (6)$$

(5) 式 + (6) 式，推得

$$2q_n = (\bar{A} + A)B_n + (\bar{B} + B)A_n = (2\bar{A} + A')B_n + (2\bar{B} + B')A_n$$

$$q_n = \left(\bar{A} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N A_n \right) B_n + \left(\bar{B} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N B_n \right) A_n = A^* B_n + B^* A_n \quad (7)$$

此處 $[]^* = [] + 1/2 \sum_{n=1}^N []$ ，此即將非線性項轉換成線性組合的算子。

步驟 2:

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot (f \nabla \Psi) + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \frac{\partial(\partial \Psi / \partial \lambda, \partial \Psi / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)} \quad (1)$$

根據 Jacobian 數學展開式

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u}$$

推得

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda}, \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \right)}{\partial(\lambda, \phi)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda^2} & \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \phi} \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \lambda} & \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} \end{vmatrix} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \lambda}$$

$$\text{令 } Q = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} = AB \quad (\text{非線性項})$$

由 (7) 式知

$$Q_n = A^* B_n + B^* A_n = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda^2} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \phi^2} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda^2} \quad (8)$$

$$\text{同理，令 } R = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \lambda} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \phi} = AB$$

$$R_n = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \phi \partial \lambda} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda \partial \phi} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi \partial \lambda} = 2 \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda \partial \phi} \quad (9)$$

將 (8)、(9) 式帶入 (1) 式，得

$$\nabla^2 \Phi_n = \nabla \cdot (f \nabla \Psi_n) + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \times \left(\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda^2} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \phi^2} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda^2} - 2 \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda \partial \phi} \right) \quad (10)$$

步驟 3:

將 (3) 式非線性項分別以 S、T、U 標示，如下式：

$$q = \frac{gk\pi}{p} \left[\frac{(f + \nabla^2 \Psi) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \pi^2}}{S} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda \partial \pi}}{T} - \frac{1}{a^2} \frac{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi \partial \pi}}{U} \right]$$

透過非線性項轉成線性組合的算子，令

$$S = \nabla^2 \Psi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \pi^2} = AB$$

$$\text{推得 } S_n = \nabla^2 \Psi^* \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \pi^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \pi^2} \nabla^2 \Psi_n \quad (11)$$

同理，令

$$T = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda \partial \pi} = AB$$

$$\text{推得 } T_n = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \lambda \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda \partial \pi} \quad (12)$$

同理，令

$$U = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi \partial \pi} = AB$$

$$\text{推得 } U_n = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \phi \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi \partial \pi} \quad (13)$$

再將 (11)、(12)、(13) 式帶入 (3) 式得

$$q_n = \frac{gk\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \Psi^*) \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \pi^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \pi^2} \nabla^2 \Psi_n - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \left(\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \lambda \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \lambda \partial \pi} \right) - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial \phi \partial \pi} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi \partial \pi} \right) \right] \dots \dots \dots (14)$$

此處 $[]^* = [] + 1/2 \sum_{n=1}^N []$ (10)和(14)式組成片段位渦反演的線性方程組，其水平上下邊界為

$$\left[\frac{\partial \Phi_n}{\partial \pi}, f_0 \frac{\partial \Psi_n}{\partial \pi} \right] = -\theta_n$$

側邊界上的重力位場及流函數場給定為 0 或是適當的擾動邊界，最後透過連續超鬆弛數值方法可以解出伴隨任何一片段位渦擾動之流函數及重力位場。

(三) 位渦擾動分解方法

值得注意的是，片段位渦反演如何選取適當的基本場(或平均場)，須視所處理的問題而定。Davis and Emanuel (1991) 和 Davis (1992a, b) 運用片段位渦診斷溫帶氣旋旋生的研究，以氣旋生命期的平均場為基本場。Wu and Emanuel (1995a, b) 將片段位渦診斷方法應用於颱風問題時，考慮以颱風生命期為平均的基本場會殘留颱風訊息，因而採用較長時間平均(季平均)為基本場。然而選取時間平均為基本場時，颱風仍為擾動場的一部份，以此探討颱風運動路徑時，勢必增加討論的複雜度，因此，Wu and Emanuel (1995b) 建議適當去除颱風對稱分量應可獲得更合適的基本場。此概念在 Shapiro (1996) 論文即被發展出，即將颱風軸對稱分量視為基本場，扣除颱風軸對稱後的環境場當作擾動場，如此分解之後，可以清楚地知道環境擾動場與颱風之間的互動情形。Wu et al. (2003) 亦採用此分解概念，發展出軸對稱位渦反演新方法(如發展新的上、下邊界位溫條件處理方法)。

Wu et al. 取位渦全反演所得的流函數場，以颱風中心為中心點作環狀平均，得到軸對稱平均之 $\bar{\Psi}$ ，透過非線性平衡方程

$$\nabla^2 \hat{\Phi} = \nabla \cdot (f_0 \nabla \bar{\Psi}) + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \frac{\partial(\partial \bar{\Psi} / \partial \lambda, \partial \bar{\Psi} / \partial \phi)}{\partial(\lambda, \phi)}$$

求得相對應的環狀平均重力位場 $\hat{\Phi}$ 。再將 $\bar{\Psi}$ 、 $\hat{\Phi}$ 代入 Ertel 位渦近似方程

$$\hat{q} = \frac{gk\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \bar{\Psi}) \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial \pi^2} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial \lambda \partial \pi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial \phi \partial \pi} \right]$$

即可求得位渦基本場。藉由 $\Psi' = \Psi - \bar{\Psi}$ 、 $\Phi' = \Phi - \bar{\Phi}$ 及 $q' = q - \bar{q}$ 得到相對應的總擾動場。而總擾動場視颱風周圍大尺度環境天氣系統的配置，可加以任意切割成較細膩的片段擾動位渦，即 $q' = q'_1 + q'_2 + q'_3 + \dots$ 。片段位渦反演的最終目的是計算出相伴於個別擾動位渦塊相互平衡的質量場與運動場，以探討不同天氣系統對基本場颱風運動的影響程度。

(四) 颱風駛流

自 1952 年 Jordan 首先以真實觀測資料研究探討颱風「駛流」與颱風實際運動的相關性，之後類似「颱風駛流」的議題的研究如雨後春筍〔詳細地論文回顧可參閱 Wu and Emanuel (1995a)〕。基本上定義颱風駛流的主要假設是想像颱風氣旋式環流結構類似『剛體』，會隨著周遭環境基本流的驅駛而改變運動方向。因此，駛流場如何定義就顯得非常關鍵與重要。有些學者採某個半徑寬的環狀平均的垂直權重定義颱風駛流，另有學者提出應改以通過颱風中心軸對稱平均的垂直權重的環境基本流作為颱風的駛流；不同觀點定義駛流的主要差異，在於所使用分析資料的觀測品質，但其分別得到的結果均與颱風實際運動路徑有一定程度的相關性。

根據 Wu et al. (2003) 駛流場 (\bar{V}_{SDLM}) 的定義：以通過基本場颱風中心 3 個緯度半徑內的深層平均風加以軸對稱平均，代表驅駛該颱風運動的駛流，即

$$\bar{V}_{SDLM} = \frac{\int_{925hpa}^{300hpa} \bar{V}_s(p) dp}{\int_{925hpa}^{300hpa} dp},$$

其中

$$\bar{V}_s(p) = \frac{\int_0^3 \int_0^{2\pi} \bar{V} r dr d\theta}{\int_0^3 \int_0^{2\pi} r dr d\theta}.$$

颱風的最佳路徑向量使用 12 小時的

最佳路徑位置估計，即

$$\bar{V}_{BT} = \frac{\bar{X}_{t+6h} - \bar{X}_{t-6h}}{12h}.$$

為量化各個片段位渦在颱風移動方向造成的貢獻，Wu et al. (2003) 提出定義 AT 的方法：各片段位渦擾動伴隨駛流在沿颱風行進方向的投影比值，即

$$AT(q'_s) = \frac{|\bar{V}_{SDLM}(q'_s) \cdot \bar{V}_{BT}|}{|\bar{V}_{BT}|^2}$$

比值為 1.0 表示沿路徑方向的伴隨駛流和實際移速相同。為了更進一步瞭解個別片段位渦的相對駛流與所有片段位渦的相對駛流之間的比值，楊 (2003) 延續 Wu et al. (2003) 的方法定義新的 AT 值如下：

$$AT(q'_{FS}) = \frac{|\bar{V}_{SDLM}(q'_{FS}) \cdot \bar{V}_{SDLM}(q')|}{|\bar{V}_{SDLM}(q')|^2}.$$

此一 AT 值除可用來繼續探討個別片段位渦引起基本場颱風的相對駛流和基本場颱風運動之間的關係，更可以釐清每個片段擾動位渦的相對駛流在總擾動位渦的相對駛流中所佔的比例。因此，透過 Wu et al. (2003) 位渦診斷定量分析的方法，可以運用在觀測資料或數值模式輸出，進行量化釐清控制基本場颱風運動的主要因子，甚至是更複雜的雙颱風互動過程。相信此量化的位渦診斷工具，對於作業單位提升颱風渦旋路徑預報的能力有所貢獻。

Wu et al. (2003) 另一個新的發現是，利用桑美對寶發颱風的伴隨駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_s)]$ 及寶發對桑美颱風的伴隨駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_b)]$ 定義相對質量中心，定義如下：

$$\bar{r}_c = \frac{|\bar{V}_{SDLM}(q'_b)|}{|\bar{V}_{SDLM}(q'_s)| + |\bar{V}_{SDLM}(q'_b)|} \bar{r}_b + \frac{|\bar{V}_{SDLM}(q'_s)|}{|\bar{V}_{SDLM}(q'_s)| + |\bar{V}_{SDLM}(q'_b)|} \bar{r}_s.$$

其中 \bar{r}_b 和 \bar{r}_s 分別是寶發颱風和桑美颱風的相對位置。從 Wu et al. (2003) 雙颱風相對質心互繞運動圖可提供一個極佳的雙颱風互動型態分類工具，其優點除了顯示

雙颱風互動的類型，更獨特的是雙颱風進入互動或改變互動型態的時機可清楚掌握。Wu et al. (2003) 利用片段位渦理論發展定義 AT 和新的質心方法，可以明確地量化及描述雙颱風交互作用的過程，對於雙颱風互動的角色可以更明確地釐清。

三、個案研究結果

2002 年 8 月發生於西北太平洋上空的鳳凰颱風路徑異常呈氣旋式繞圈的現象 (圖 1)，運用中央氣象局 (CWB) 全球分析場 (GFS) 透過位渦診斷的結果。

圖 2 顯示 500 hPa 位渦場及其所伴隨的平衡風的深層平均 (925 - 300 hPa) 風場。本研究考慮鳳凰颱風強度達到中度颱風，其氣旋式環流發展高度將相對地提高，因此深層平均的深度也隨之增加到 300 hPa。圖中颱風符號分別是鳳凰颱風與風神颱風中心位置，箭頭代表該颱風實際瞬間移動的速度，其速率大小以半徑 10 kt 之圓表示。舉例來說，7 月 21 日 0000 UTC 風神颱風以 12 kt 的速度向西北方移動。

7 月 21 日 0000 UTC 風神颱風與鳳凰颱風位在同一個高位渦的區域，其中心最大位渦值分別是 1.4 PVU (1 PVU = 10⁻⁶ m²s⁻¹K kg⁻¹) 與 0.6 PVU。隨著時間風神颱風中心位渦值增強到 1.8 PVU (24 日 0000 UTC)，而後維持該強度到 26 日 0000 UTC。反觀，鳳凰颱風始終維持 0.6 到 1.1 PVU 之間，亦即鳳凰颱風強度始終小於風神颱風。7 月 21 日到 23 日風神颱風穩定以 12-14 kt 的速度往西北方向運動，而在 24 日 0000 UTC 移動方向有顯著偏西的現象，之後又恢復向西北且稍微加速行進的運動軌跡。鳳凰颱風前三天均以偏西方向移動，然而移動速度有逐漸趨緩之勢，24 日 0000 UTC 其移動方向明顯轉向南，25 日 0000 UTC

朝向東北，於 26 日 0000 UTC 指向北北西方。

圖 3 為伴隨於風神颱風的 500 hPa 擾動位渦及其深層平均風與鳳凰颱風實際瞬間移動的速度之間的關係。初始階段風神颱風對於鳳凰颱風往南的影響相當微小，但在 24 日 0000 UTC 與 25 日 0000 UTC 鳳凰颱風運動的方向幾乎與伴隨於風神颱風的深層平均風一致，代表此階段風神颱風對於鳳凰颱風駛流的貢獻確實扮演相當重要的角色。

每一片段位渦造成鳳凰颱風相對深層平均駛流的時間序列，如圖 4 所示。其中所有擾動位渦 (q') 造成鳳凰颱風的伴隨駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q')]$ 與鳳凰颱風的最佳路徑向量相當吻合，顯示鳳凰颱風的運動可利用位渦方法計算的深層平均駛流表示。為了進一步瞭解鳳凰颱風與周圍天氣系統的互動關係，將所有擾動位渦 (q') 切割成包含風神颱風 (q'_{FS}) 與副熱帶高壓 (q'_{SH}) 兩片主要擾動位渦，亦即 $q' = q'_{FS} + q'_{SH} + q'_{Others}$ 。透過 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_{FS})]$ 與 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_{SH})]$ 的比較知，7 月 20 日至 23 日風神颱風的相對駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_{FS})]$ 顯然比副熱帶高壓的片段位渦造成鳳凰颱風的相對駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_{SH})]$ 要小，但在 24、25 兩日鳳凰颱風的運動便受到風神颱風引起的駛流 $[\bar{V}_{SDLM}(q'_{FS})]$ 主導。換言之，圖 4 可以清楚指出鳳凰颱風主要受到風神颱風導引而造成路徑轉向東南及轉向東北的運動。

透過以上駛流的定義與分析結果，我們清楚瞭解利用位渦反演計算的駛流可以代表及詮釋實際颱風的運動狀況。為了進一步量化各個片段位渦對鳳凰颱風在移動方向造成的貢獻，各片段位渦擾動伴隨駛流在沿颱風行進方向的投影比值 (AT 值)。圖 4 顯示 $AT(q')$ 的平均 (標準差) 為 1.11 (0.22)，由此分析再次顯示所有

片段位渦引起鳳凰颱風的相對駛流和鳳凰颱風的運動相當一致。

此一 AT 值除可用來繼續探討個別片段位渦引起鳳凰颱風的相對駛流和鳳凰颱風運動之間的關係，更可以釐清每個片段擾動位渦的相對駛流在總擾動位渦的相對駛流中所佔的比例。在分析的前三天 $AT(q'_{FS})$ 接近 0.1，而 $AT(q'_{SH})$ 接近 0.9，可知鳳凰颱風在此時間內受風神颱風的導引比較有限。但從 7 月 23 日 0000 UTC 以後風神對鳳凰颱風的相對駛流場開始持續增加，在 24 日 0000 UTC 和 25 日 0000 UTC 之間甚至超過 1.0，此結果與深層平均駛流的結論相當一致。另一方面，副熱帶高壓的相對駛流在鳳凰颱風運動方向的投影比例 $AT(q'_{SH})$ ，顯示分析期間副熱帶高壓在鳳凰颱風西行運動方向始終供給主要的駛流分量（接近 0.9），但在鳳凰颱風受到風神颱風牽引互動期間，副熱帶高壓則扮演抑制鳳凰颱風行進的角色（負值）。

四、結論與展望

由於位渦具有保守、可反演及疊加的特性，只要給定適當的平衡條件、參考基本場及邊界條件，即可反演探知天氣系統運動的動力過程（Hoskins et al., 1985）。Wu and Emanuel 首先將位渦的概念引進到颱風運動的議題，歷經一連串的創新發展，運用位渦反演探討颱風運動已可達到精確量化的程度，有助於釐清真實颱風運動過程的不確定性。對於氣象作業單位而言，颱風發生期間此反演工具對於輔助颱風分析與預報應可扮演重要角色。

致謝

本文是在國科會專案研究計畫 NSC91-2111-M-002-024 和 NSC91-2119-M-002-032 部分支援下完成的。

參考文獻

- 吳俊傑，2003：雙颱風渦旋交互作用之新詮釋架構。《自然科學簡訊》，15，7-13。
- 黃椿喜，2000：從位渦觀點探討模式初始化過程對颱風路徑模擬之影響。國立台灣大學大氣科學系，碩士論文，81 頁。
- 楊忠權，2003：鳳凰與風神(2002)雙颱風交互作用之位渦診斷研究。國立台灣大學大氣科學系，碩士論文，94 頁。
- Charney, J. G., 1955: The use of primitive equations of motion in numerical prediction. *Tellus*, 7, 22-26.
- Davis, C. A., and K. A. Emanuel, 1991: Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. *Mon. Wea. Rev.*, 119, 1929-1953.
- , 1992a: Piecewise potential vorticity inversion. *J. Atmos. Sci.*, 49, 1397-1411.
- , 1992b: A potential-vorticity diagnosis of the importance of initial structure and condensational heating in observed extratropical cyclogenesis. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 2409-2428.
- , E. D. Grell, and M. A. Shapiro, 1996: The balanced dynamics nature of a rapidly intensifying oceanic cyclone. *Mon. Wea. Rev.*, 124, 3-26.
- Eliassen, A., and E. Kleinschmidt,

1957: Dynamic meteorology. *Handbuch der Physik*, Vol 48, Springer Verlag, 1-154.

- Hoskins, B. J., M. E. McIntyre, and A. W. Robertson, 1985: On the use and significance of isentropic potential-vorticity maps. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 111, 877-946.
- Shapiro, L. J., and J. L. Franklin, 1995: Potential vorticity in Hurricane Gloria. *Mon. Wea. Rev.*, 123, 69-92.
- , 1996: The motion of Hurricane Gloria: A potential vorticity diagnosis. *Mon. Wea. Rev.*, 124, 1497-2508.
- , 1999: Potential vorticity asymmetries and tropical cyclone motion. *Mon. Wea. Rev.*, 127, 124-131.
- Thorpe, A. J., 1986: Synoptic scale disturbance with circular symmetry. *Mon. Wea. Rev.*, 114, 1384-1389.
- Wu, C.-C., and K. A. Emanuel, 1993: Interaction of a baroclinic vortex with background shear: Application to hurricane movement. *J. Atmos. Sci.*, 50, 62-76.
- , and ——, 1995a: Potential vorticity diagnostics of hurricane movement. Part I: A case study of Hurricane Bob (1991). *Mon. Wea. Rev.*, 123, 69-92.
- , and ——, 1995b: Potential vorti-

city diagnostics of hurricane movement. Part II: Tropical storm Ana (1991) and Hurricane Andrew (1992). *Mon. Wea. Rev.*, 123, 93-109.

- , and Y. Kurihara, 1996: A numerical study of the feedback mechanisms of hurricane-environment interaction on hurricane movement from the potential vorticity perspective. *J. Atmos. Sci.*, 53, 2264-2282.
- , and H.-J. Cheng, 1999: An observation study of environmental influences on the intensity changes of Typhoons Flo (1990) and Gene (1990). *Mon. Wea. Rev.*, 127, 3003-3031.
- , T.-S. Huang, W.-P. Huang, and K.-H. Chou, 2003: A new look at the binary interaction: Potential vorticity diagnosis of the unusual southward movement of Tropical Storm Bopha (2000) and its interaction with Supertyphoon Saomai (2000). *Mon. Wea. Rev.*, 131, 1289-1300.
- , ——, K.-N. Huang, and T.-C. Yeh, 2000: PV diagnostics of the impact of model initialization on the performance of a typhoon prediction system. *Proc., 24rd Conf. on Hurricanes and Tropical Meteorology.*, Amer. Meteor. Soc., Boston MA. 423-424.

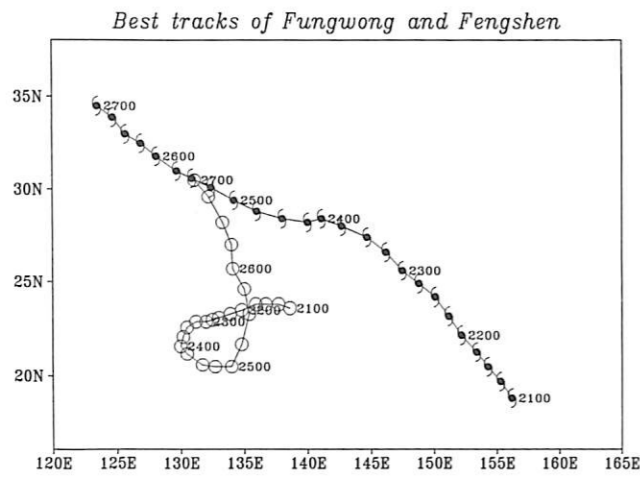


圖1 2002年7月21日0000 UTC至27日0000 UTC美軍聯合颱風警報中心(JTWC)每六小時一點的最佳路徑, 颱風符號表風神颱風, 鳳凰颱風則以空心圓代表。緊接符號的數字前二位數表日期, 後二位數表時間, 如2100表21日0000 UTC。

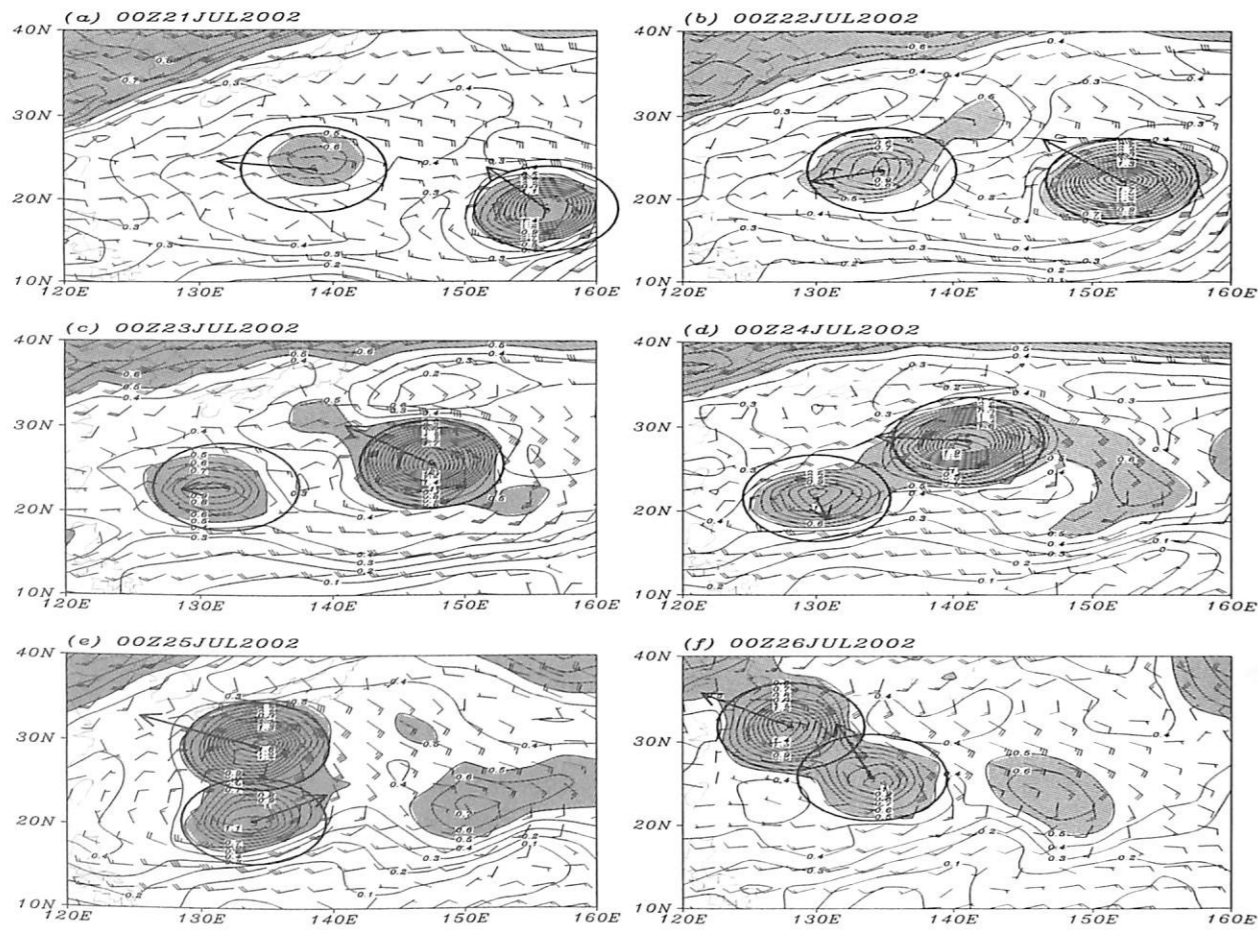


圖2 CWB/GFS 全球分析(GFS), 2002年7月21日0000 UTC至2002年7月26日0000 UTC 每24小時一張(a-f), 500 hPa位渦(單位: PVU, 陰影區表位渦大於0.5 PVU), 與925 hPa至300 hPa之深層平均風場。風標全桿表10 kt (8-12 kt), 半桿表5 kt (3-7 kt), 無風標桿表風速小於3 kt, 無風則以0表示。颱風符號分別為鳳凰颱風和風神颱風的中心位置, 箭頭表颱風前後6小時之運動向量, 大小以半徑10 kt之圓表示。(1 PVU = 10⁻⁶ m²s⁻¹K kg⁻¹)

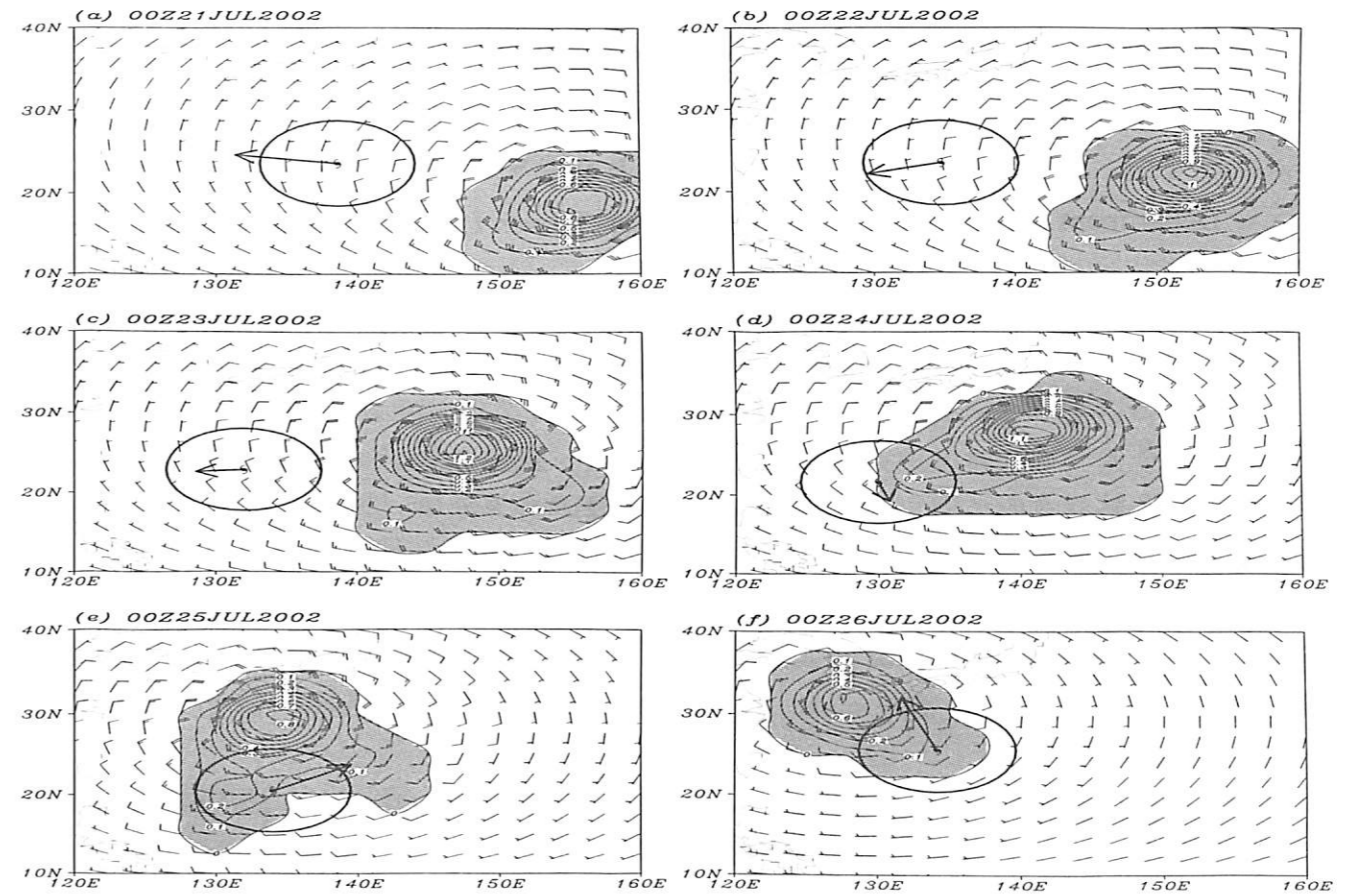


圖3 同圖2, 但為500 hPa風神颱風之擾動位渦(陰影區表位渦大於0 PVU)。颱風符號為鳳凰颱風的中心位置。

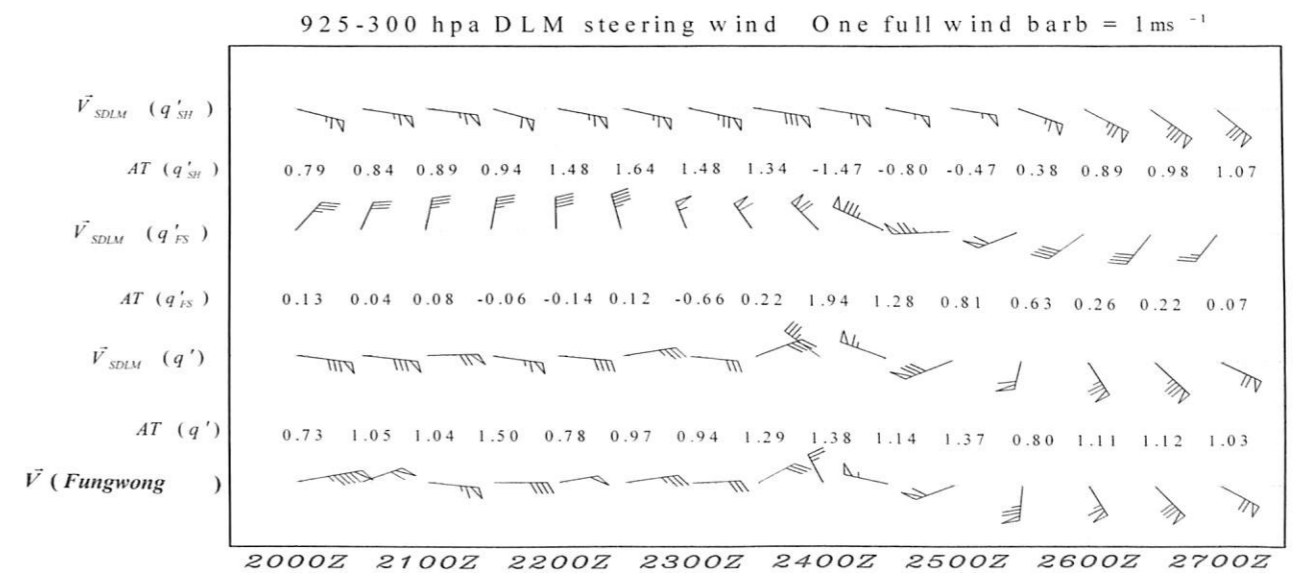


圖4 從2002年7月20日0000 UTC至27日0000 UTC每12小時, 鳳凰颱風之最佳運動向量 $\vec{V}_{BT}(Fungwong)$ 、所有片段擾動位渦 $\vec{V}_{SDLM}(q')$ 、風神颱風 $\vec{V}_{SDLM}(q'_{FS})$ 及副熱帶高壓 $\vec{V}_{SDLM}(q'_{SH})$ 對鳳凰颱風引起的伴隨深層平均(925-300 hPa)駛流場。其中三角形風標表10 kt, 一個全桿表2 kt, 半桿表1 kt。橫軸數字表每日0000 UTC。伴隨各片段擾動位渦駛流在鳳凰颱風運動方向的投影比例 $AT(q')$ 、 $AT(q'_{FS})$ 和 $AT(q'_{SH})$ 。

Potential Vorticity Diagnosis of the Typhoon Movement

Chun-Chieh Wu

Department of Atmospheric Sciences, Nation Taiwan University, Taipei, Taiwan

Chung-Chuan Yang

Weather Center, Weather Wing of C.A.F., R.O.C.

ABSTRACT

Tropical cyclones are the most serious meteorological phenomena which threaten Taiwan. The understanding of the dynamics of typhoon circulation and its interaction with the Taiwan terrain, and the forecasting of track, intensity, and mesoscale wind and precipitation distribution are some of the most important scientific and forecasting problems for meteorologists in Taiwan.

In this paper, past studies on the use of potential vorticity diagnosis in understanding the typhoon motion is reviewed. In particular, the new methodology developed in Wu et al. (2003) is emphasized, while the binary interaction between Typhoons Fungwong (2002) and Fengshen (2002) are analyzed.

Keywords: typhoon steering flow, potential vorticity diagnosis, piecewise PV inversion, deep layer mean flow