繞極軌道衛星雲圖的定位

曾忠一[※]　　洪理强[※※]

摘　　要

當我們使用衛星資料來求取氣象參數時，必須知道這個輻射資料對應的地理位置。本文在球形地球和圓形軌道的假設下討論繞極軌道衛星雲圖的定位問題，詳細說明基本原理及各種應用。

一、緒　　言

雲圖的定位是衛星資料處理的最基本問題。在一張雲圖上需要曉得某一點對應的地理位置，也就是說我們必須知道雲圖上某一像元對應的經緯度。從另外一個觀點來看，我們也需知道衛星輻射計所觀測到的上升輻射究竟來自地面上的哪個地點。這兩個問題本質上完全相同，因此在這裡都稱爲雲圖的定位。

定位的方法有下列三種：

(一) 利用電子計算機，自動在雲圖上繪出經緯度網格、海岸線、湖泊等等，同時可將雲圖轉換爲任何地圖投影法的雲圖，以利氣象人員進行分析。這個方法適合較大的衛星接收站。

(二) 事先繪製經緯度網格的透明膠片，然後疊在雲圖上面，以便讀出雲圖上某一點的經緯度，這裡所謂經度是指相對於昇交點的經度，往西爲正。因此這種透明膠片適合某一衛星所拍攝的任何雲圖，但對不同的衛星，定位透明膠片是不一樣的。

(三) 利用電子計算機計算各種輻射計的一條掃描線上某一個像元的經緯度，也就是決定某一輻射資料的地理位置。這個問題是大氣遙測中最基本和最重要的工作，因爲我們必須知道求出的海面溫度、雲參數、氣溫垂直分布、水汽垂直分布等等的確實地理位置。此外這個問題還和許多其他的遙測問題有關。

TIROS-N/NOAA 系列衛星的昇交經度和昇交時刻，以及每兩分鐘的高度和衛星正下點的經緯度，都由美國地球衛星中心（NESS）事先計算出來，然後編成電碼，經由地球同步衛星或電傳打字機傳送到世界各地的衛星資料接收站，以便各接收站進行追蹤工作和接收衛星傳送下來的雲圖和資料。若要了解衛星每一時刻的位置，可以用電子計算機計算其正下點的經緯度。這就是衛星軌道的預報問題。

上述的定位問題和軌道預報問題在數學上原理完全一樣，我們將在下面做詳盡的敍述。

二、雲圖的解像力

我們現在要討論衛星和視點之間的關係。視點就是衛星輻射計所看到的某一地點。如圖1所示，P點是視點，Q點是衛星正下點，η 是視點天底角，ε 是衛星天頂角，ϕ 是衛星和視點間的地心角，a_e 是地球半徑，H是衛星高度。圖1中的紙面是衛星、地心和視點三者所構成的平面。爲方便起見，我們設衛星正往紙內的方向運動。氣象衛星的掃描方向垂直於其運動方向，即由左往右掃描。如圖1所示，此時輻射計正好對準右下方的一個視點。我們現在要求出 η、ε 和 ϕ 角的關係。

* 中央研究院及國立台灣大學。

** 中央氣象局。

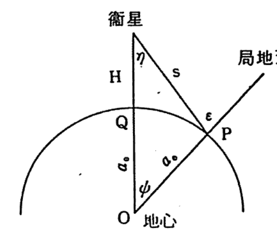

圖1　衛星和視點的關係

考慮衛星、地心和視點所構成的三角形。根據平面三角學的正弦定律，我們有

$$\frac{a_e}{\sin\eta}=\frac{a_e+H}{\sin(180^\circ-\varepsilon)}$$

由上式可得到

$$\sin\varepsilon=\frac{a_e+H}{a_e}\sin\eta \quad\cdots\cdots(1)$$

因此給定地球半徑 a_e 和衛星高度H，若 ε 和 η 其中一個已知，則另一個可由(1)式求得。由圖1可知，地心角 ϕ 可由下式求出：

$$\phi=\varepsilon-\eta \quad\cdots\cdots(2)$$

假設 ϕ 已知；使用平面三角學的餘弦定律，我們可以求出視點到衛星的距離 s：

$$s^2=a_e^2+(a_e+H)^2-2a_e(a_e+H)\cos\phi \quad\cdots\cdots(3)$$

然後再用正弦定律，可以得到下列兩個關係式：

$$\sin\varepsilon=\frac{a_e+H}{s}\sin\phi \quad\cdots\cdots(4)$$

$$\sin\eta=\frac{a_e}{s}\sin\phi \quad\cdots\cdots(5)$$

在實際計算時，必須先確定 ε，η 和 ϕ 的範圍。爲方便起見，我們可以設衛星往左邊掃描時 η 爲負的。由(1)和(2)式可知，此時 ε 和 ϕ 也是負的。若衛星往右邊掃描，則 η，ε 和 ϕ 都是正值。因此，η、ε 和 ϕ 的範圍如下：

$$-90^\circ<\eta<90^\circ,\quad -90^\circ\le\varepsilon\le 90^\circ,$$
$$-90^\circ<\phi<90^\circ$$

因爲這三個角度的範圍在 $\pm 90^\circ$ 之間，故(1)，(4)，(5)式可以完全決定它們的象限。

利用上面導出的幾個式子，可以決定各種輻射計的地面解像力。如圖2(a)所示，輻射計會接收到來自圓錐內各物質所放出的輻射。圓錐的大小可用其頂角來表徵，通常以毫弧度爲單位，稱爲輻射計的光學視場。因此，輻射計某一瞬間在地面上所觀測到的並不是一點，而是一定的範圍（圖2(b)）。這個範圍的大小稱爲解像力。解像力愈大，則輻射計在某一瞬間所觀測到的範圍愈小，此時光學視場也愈小，由此拍攝的雲圖也愈清楚。我們現在要決定光學視場和地面解像力的關係。

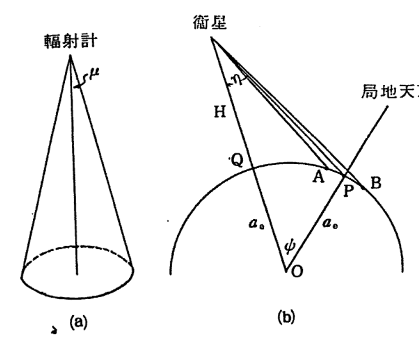

圖2　輻射計的光學視場

設 δ 爲光學視場，即圓錐的頂角，以毫弧度爲單位。那麼圓錐的半頂角 μ 爲

$$\mu=0.001\,\delta/2\ \text{rad} \quad\cdots\cdots(6)$$

設 η 爲視點天底角，所謂視點其實是圓錐中心線和地面的交點。於是輻射計在某一瞬間觀測到天底角 $\eta-\mu$ 和 $\eta+\mu$ 之間的區域。由(1)式我們得到對應的天頂角爲

$$\varepsilon_1 = \sin^{-1}\left[\frac{a_e+H}{a_e}\sin(\eta-\mu)\right] \cdots\cdots(7)$$

$$\varepsilon_2 = \sin^{-1}\left[\frac{a_e+H}{a_e}\sin(\eta+\mu)\right] \cdots\cdots(8)$$

利用(2)式，我們可以知道，圖2(b)中QA和QB的長度分別爲

$$QA = a_e\left[\varepsilon_1 - (\eta-\mu)\right]$$
$$QB = a_e\left[\varepsilon_2 - (\eta+\mu)\right]$$

因此輻射計某一瞬間在地面上所能觀測到的範圍爲

$$\Delta a = AB = |QB - QA| = a_e|\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - 2\mu| \cdots\cdots(9)$$

這就是地面解像力，它依賴於衛星高度H、視點天底角η以及光學視場δ。

現在以TIROS-N/NOAA 系列氣象衛星上的輻射計AVHRR爲例來說明。這種衛星的軌道大致在地表上空約830公里處。AVHRR每個頻道的光學視場爲$\delta = 1.3$毫弧度，故

$$\mu = 0.00065 \text{ rad}$$

使用地球半徑 $a_e = 6371$ km，則當$\eta = 0$時，我們有

$$\varepsilon_2 = \sin^{-1}\left[\frac{a_e+H}{a_e}\sin\mu\right] = 0.000735$$

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$$

因此衛星正下點處的解像力爲

$$\Delta a = 1.083 \text{ km}$$

這就是一般人所說的，AVHRR在衛星正下點處的解像力爲1.1公里。AVHRR所能掃描的最大角度爲$\eta_m = 55.4°$，故在邊緣處解像力可用同樣的方法計算出來得到

$$\Delta a = 6.26 \text{ km}$$

掃描帶的半寬也可計算出來爲1470公里。

上面所說的是垂直於軌道方向的地面視場長度。現在我們討論沿著軌道方向的視場長度。最簡單的方法是先由(1)和(2)式求出ψ，再由(3)式求出 s，如此則沿著軌道方向的視場長度是

$$\Delta b = 2\mu s \cdots\cdots(10)$$

當然上式只是一個近似值而已，可是因爲光學視場很小，使用(10)式並不會造成太大的誤差。我們可以想像得出來，在衛星正下點處，地面視場是一個正圓形，而離開衛星正下點，地面視場變爲類似於橢圓形。

表1是TIROS-N/NOAA 系列繞極軌道衛星上四個輻射計AVHRR，HIRS/2，SSU 以及MSU的儀器參數。例如HIRS/2，它所能掃描的最大天底角是由正下方算起±49.5°，掃描一條線（由−49.5°到+49.5°）所需時間爲6.4

表1　TIROS-N/NOAA系列衛星輻射計的儀器參數

參　　數	AVHRR	HIRS/2	SSU	MSU
最大天底角（η_m）	±55.4°	±49.5°	±40°	±47.3°
掃描時間/掃描線	1/6 s	6.4 s	32 s	25.6 s
像元個數/掃描線	2048	56	8	11
光　學　視　場	1.3 mrad	1.25°	10°	7.5°
天底角間距（$\Delta\eta$）	0.054128°	1.8°	11.4°	9.47°
兩相鄰像元時間間距	0.0813 ms	0.1 sec	4 sec	1.84 sec
地面解像力（天底）	1.1 km	17.4 km	147.3 km	109.3 km
地面解像力（邊緣）	6.2×2.8	58.5×29.9	224×186.1	323.1×178.8

秒，一條掃描線上共有56個像元。兩個像元間的天底角間距爲1.8°，掃描兩相鄰視點的時刻差距爲0.1秒。利用表1所列的光學視場值，我們可以按本節的方法求出各個輻射計的天底處地面解像力、邊緣處的地面解像力，掃描帶半寬等等，如表2所示。此外也可算出兩條掃描線間的距離。

圖3表示HIRS/2和SSU 在地面上的掃描型態，圖4表示HIRS/2和MSU 在地面上的掃描型態。對於表2和圖3、圖4所顯示的各種數值，我們發現仍有一點差異，這是由於假設的衛星高度不同而引起的。至於AVHRR，一條掃描線在2048 個像元，無法繪出類似圖3或圖4的地面掃描型態。

表2　計算出來的幾個衛星參數（曾忠一，1983b）
H = 850 km　a_e = 6371.22 km

參　　數	AVHRR	HIRS/2	SSU	MSU
天底處地面解像力（km）	1.10	18.55	150.6	111.5
邊緣處地面解像力（km²）	6.5×2.4	62.8×31.8	249.5×187.5	335×180.5
掃描線間距（km）	1.09	41.9	209.6	167.7
掃描帶半寬（km）	1504.5	1146.2	741.8	1188.1

三、衛星正下點的位置

TIROS-N/NOAA 系列衛星的昇交經度和昇交時刻，以及每兩分鐘的高度和衛星正下點的經緯度，都由美國地球衛星中心（NESS）事先計算出來，然後編成電碼，經由地球同步衛星或電傳打字機傳送到世界各地的衛星資料接收站。若要知道每半分鐘或每秒鐘的衛星正下點位置，就必須利用它和昇交點間的相對位置計算。昇交點是衛星北上通過赤道的點，其經度及通過的時刻可由衛星星歷電碼得知。

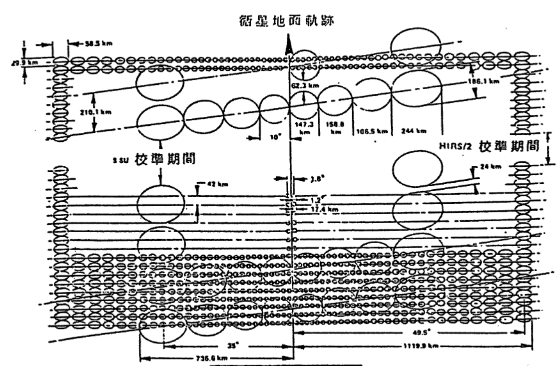

圖3　HIRS/2和SSU的地面掃描型態（Lauritson et al，1979）

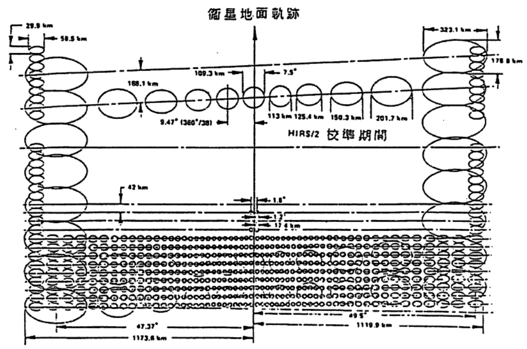

圖4 HIRS/2和MSU的地面掃描型態(Lauritson et al , 1979)

考慮由昇交點、北極和衛星正下點所構成的球面三角形ABC(圖5)。BA和BC分別爲通過昇交點和衛星正下點的經度圈，而AC爲通過這兩點的大圓圈。λ_0是衛星正下點相對於昇交點的經度。τ是衛星正下點和昇交點的地心角。i是衛星軌道傾斜角，即衛星軌道面和赤道面間的夾角。通常軌道傾斜角是在昇交點上由赤道面以反時針方向往軌道面計算。對太陽同步衛星而言，這個角度必須大於90°。在這裡爲方便起見，我們由赤道開始以順時針方向往軌道面計算，因此這個角度小於90°，如圖5所示。我們首先不考慮地球的自轉，

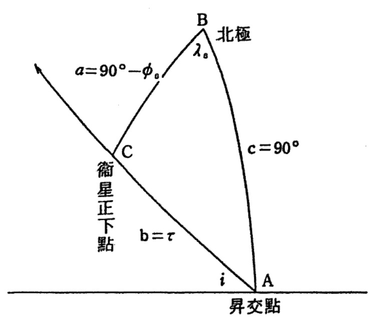

圖5 衛星正下點、昇交點和北極的相對位置

計算出衛星正下點相對經度λ_0和緯度ϕ_0，然後再計及地球自轉的效應。地球自轉的唯一效應是以一定的速率增加往西的經度。

將圖5中球面三角形的三個頂角和三個對角的值代入如下的球面三角學公式

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (11)$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \quad \cdots\cdots (12)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$

再經過整理後，我們得到

$$\sin\phi_0 = \sin\tau \sin i \quad \cdots\cdots (13)$$

$$\cos\lambda_0 = \cos\tau \sec\phi_0 \quad \cdots\cdots (14)$$

$$\sin\lambda_0 = \sin\tau \cos i \sec\phi_0 \quad \cdots\cdots (15)$$

假如τ、i已知，可由(13)式求出ϕ_0，因爲ϕ_0的範圍是

$$-90° < \phi_0 < 90°$$

故由(13)式可以唯一的決定ϕ_0的象限，ϕ_0求出以後，可由(14)和(15)式決定λ_0。因爲λ_0的範圍爲

$$0° \le \lambda_0 < 360°$$

因此必需由(14)和(15)式才能唯一的決定λ_0的象限。

由(13)，(14)和(15)式消去i得到

$$\sin\tau = \pm\sqrt{\sin^2\phi_0 + \sin^2\lambda_0 \cos^2\phi_0} \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\cos\tau = \cos\lambda_0 \cos\phi_0 \quad \cdots\cdots (17)$$

假如衛星正下點的經緯度λ_0，ϕ_0已知，則可由(16)式或(17)式決定τ。當衛星正下點在北半球($\phi_0>0$)時，(16)式右邊取正值，在南半球($\phi_0<0$)取負值。也就是說，衛星在北半球時，$0° \le \tau \le 180°$。在南半球時，$180° \le \tau \le 360°$或

$$-180° \le \tau \le 0°$$。

假如衛星軌道可視爲圓形，則τ可由下式計算

$$\tau = \frac{360°\, t}{P} \quad \cdots\cdots (18)$$

其中t爲昇交後時間，P爲衛星周期。衛星的軌道面一定通過地心，而在P分鐘內衛星繞了一圈，即360°，故在t分鐘內衛星繞了(18)式所示的τ角。

上面說過，地球自轉對固定坐標系統的某一點所產生的唯一效應是以一定的速率增加往西的經度，因此，衛星正下點相對於昇交點的眞正經度Λ_0可用下式求出：

$$\Lambda_0 = \lambda_0 + \frac{360°\, t}{P_E} \quad \cdots\cdots (19)$$

其中$P_E = 1440$ min 是地球自轉周期。

利用本節講述的原理，可以計算出衛星正下點處的緯度和相對於昇交點的經度，此外也可以計算出衛星正下點和昇交點的時差(當地太陽時)，如表3所示。表3使用的數據如(20)式所示。表3中第一欄是τ值，其單位爲$\pi/32$，若換算爲昇交後時刻，則單位爲$P/64 = 1.6$分鐘。換句話說，表3是昇交後每隔1.6分鐘的衛星正下點經緯度值和時差。由表3我們發現下列事實：

表3 衛星正下點位置隨時間的變化(曾忠一，1983b)

τ ($\pi/32$) t ($P/64$)	緯度 ϕ_0	經度 λ_0	和昇交點間的時差(hr)
0	0.000000000	0.000000000	0.000000000
1	5.55604362	0.879454315	0.586302839E-01
2	11.1107616	1.77570879	0.118380591
3	16.6627254	2.70685530	0.180457011
4	22.2102833	3.69378066	0.246252045
5	27.7513981	4.76216173	0.317477465
6	33.2834282	5.94537210	0.396358132
7	38.8027229	7.28904295	0.485936195
8	44.3040466	8.85868263	0.590578854
9	49.7794189	10.7531233	0.716874957
10	55.2160301	13.1298542	0.875323653
11	60.5918541	16.2560616	1.08373749
12	65.8656921	20.6199379	1.37466264
13	70.9521408	27.1937618	1.81291747
14	75.6499939	38.0803757	2.53869176
15	79.4274597	57.7103577	3.84735703
16	81.0335312	90.0000000	6.00000000
17	79.4274445	122.289810	8.15265369
18	75.6499939	141.919617	9.46130848
19	70.9521332	152.806259	10.1870842
20	65.8656845	159.380066	10.6253386
21	60.5918503	163.743958	10.9162626
22	55.2160187	166.870148	11.1246767

τ(π/32) t(P/64)	緯 度 φ。	經 度 λ。	和昇交點間的時差(hr)
23	49.7794189	169.246887	11.2831249
24	44.3040428	171.141312	11.4094210
25	38.8027191	172.710968	11.5140638
26	33.2834206	174.054642	11.6036425
27	27.7513962	175.237839	11.6825228
28	22.2102737	176.306213	11.7537489
29	16.6627254	177.293137	11.8195429
30	11.1107597	178.224289	11.8816195
31	5.55604076	179.120544	11.9413691
32	0	180.000000	12.0000000
33	−5.55605030	−179.120544	12.0586309
34	−11.1107721	−178.224289	12.1183805
35	−16.6627369	−177.293137	12.1804571
36	−22.2102833	−176.306213	12.2462511
37	−27.7514057	−175.237839	12.3174772
38	−33.2834320	−174.054611	12.3963585
39	−38.8027229	−172.710968	12.4859362
40	−44.3040466	−171.141312	12.5905790
41	−49.7794113	−169.246887	12.7168751
42	−55.2160301	−166.870148	12.8753233
43	−60.5918541	−163.743958	13.0837374
44	−65.8657074	−159.380035	13.3746643
45	−70.9521484	−152.806229	13.8129187
46	−75.6500168	−141.919525	14.5386982
47	−79.4274597	−122.289650	15.8473568
48	−81.0335312	−90.0000000	18.0000000
49	−79.4273987	−57.7098541	20.1526775
50	−75.6500168	−38.0804749	21.4613018
51	−70.9521332	−27.1937428	22.1870842
52	−65.8656845	−20.6199284	22.6253376
53	−60.5918541	−16.2560616	22.9162617
54	−55.2160187	−13.1298475	23.1246777
55	−49.7794113	−10.7531233	23.2831249
56	−44.3040237	−8.85867500	23.4094219
57	−38.8027191	−7.28904104	23.5140648
58	−33.2834320	−5.94537306	23.6036415
59	−27.7513866	−4.76215935	23.6825218
60	−22.2102814	−3.69378018	23.7537479
61	−16.6627102	−2.70685220	23.8195438
62	−11.1107550	−1.77570784	23.8816204
63	−5.55602217	−0.379450858	23.9413700
64	0.	0.	24.0000000

㈠ 衛星由60°S北上通過昇交點到達60°N的期間中，當地太陽時只相差了兩小時以內。此外，衛星南下時，自60°N到60°S的期間中，當地太陽時也只相差兩小時以內。這是太陽同步軌道的特性，在飛越地球表面的絕大部分期間中，地面的亮度不會相差太大，拍攝的照片灰度也就比較均勻了。

㈡ 降交點處的當地太陽時和昇交點正好相差12小時。

㈢ 太陽同步衛星北上（或南下）時，永遠在同樣的當地太陽時飛越赤道（曾氏，1983 a）。

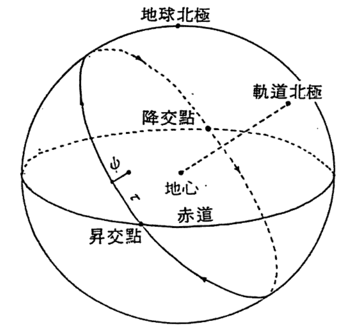

圖6 軌道坐標系和地理坐標系間的關係

四、雲圖定位

為了要說明繞極軌道衛星雲圖的定位問題，我們必須使用軌道坐標系。軌道坐標系是地表上的球坐標系，其中衛星正下點的路徑形成赤道，也就是說軌道面和地面的交線就是軌道坐標系的赤道。通過地心而垂直於軌道面的直線會和地表相交於兩點，在地球北半球的稱為軌道北極，在南半球的稱為軌道南極（圖6）。因為衛星掃描方向垂直於其運行方向，所以視點和衛星正下點的地心角ψ就是該視點的軌道緯度。在衛星正下點右邊的視點，ψ角是正的；而在左邊的，ψ角是負的。至於一個視點的軌道經度就是昇交點和衛星正下點間的地心角τ。軌道經度τ由昇交點往西增加。ψ和τ的範圍如下：

$$-90^\circ \leq \psi \leq 90^\circ \ . \ 0^\circ \leq \tau \leq 360^\circ$$

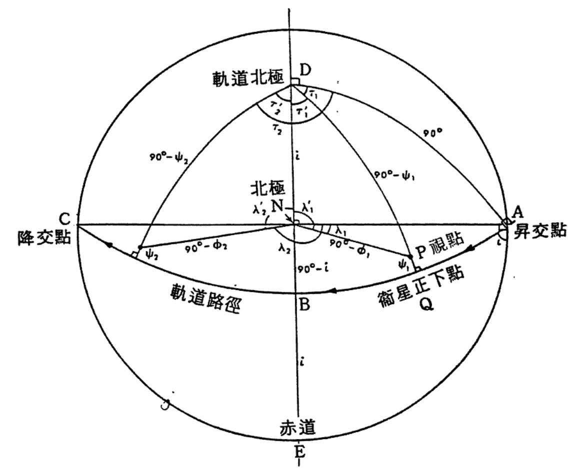

圖7 軌道坐標系和地理坐標系間的關係（Ruff and Gruber，1975）

當衛星在北半球時，$0° \le \tau \le 180°$，而在南半球時，$180° \le \tau \le 360°$。也可設 τ 的範圍爲 $-180° \le \tau \le 180°$，也就是說衛星在北半球時，τ 值爲正，在南半球時，τ 值爲負。

圖7是整個北半球及衛星正下點在赤道面上的投影。地球赤道就是一個圓，北極和地心在同一點上。衛星的地面軌跡由昇交點A開始，經過Q，B一直到降交點，然後進入南半球。當衛星正下點在Q時，掃描到視點P。我們的目的就是要求出視點P的地理經緯度 λ 和 ϕ。在這裡地理經度 λ 仍爲相對於昇交點的地理經度，往西爲正。B點就是衛星正下點所能達到的最高緯度。AQBC 就是軌道坐標系的赤道。在AQB 弧處，衛星北上，而在BC弧處，衛星南下。由圖8可知，衛星正下點所能到達的最高緯度等於軌道傾斜角 i，故B點和E點的

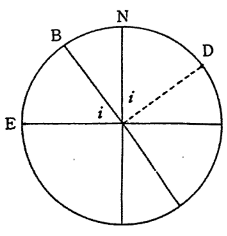

圖8　衛星的軌道傾斜角

地心角等於 i，而N和D點的地心角也等於 i。設視點P的地理經緯度爲 λ 和 ϕ，軌道經緯度爲 τ 和 ψ，那麼由圖7可知，P和N的地心角爲 $90° - \phi$，而P和D的地心角爲 $90° - \psi$。對於以軌道北極D點、地球北極N點和視點P爲頂點的球面三角形而言，我們已知其三邊爲 i，$90° - \phi$ 和 $90° - \psi$。設頂角D等於 τ'，頂角N等於 λ'。τ' 和 λ' 隨著北上軌道或南下軌道而不同。在北上軌道（$-90° < \tau < 90°$）的情形下：

$$\tau' = 90° - \tau, \quad \lambda' = 90° + \lambda$$

在南下軌道（$90° \le \tau \le 270°$）的情形下：

$$\tau' = \tau - 90°, \quad \lambda' = 270° - \lambda$$

這兩種情形的球面三角形如圖9所示。

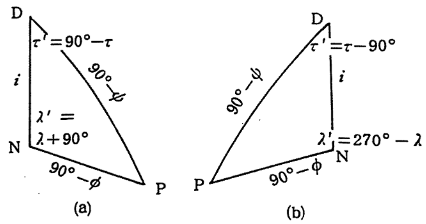

圖9　軌道北極、地理北極和視點間的相對關係
(a)北上軌道(b)南下軌道

將圖9中球面三角形的資料代入球面三角學的公式中，並經整理後，我們得到

$$\sin\phi = \cos i \ \sin\psi + \sin i \ \cos\psi \ \sin\tau \quad \cdots\cdots (20)$$

$$\sin\lambda = (\cos i \ \cos\psi \ \sin\tau - \sin i \ \sin\phi) / \cos\phi \quad \cdots\cdots (21)$$

$$\cos\lambda = \cos\psi \ \cos\tau / \cos\phi \quad \cdots\cdots (22)$$

需要指出的是，對北上軌道和南下軌道而言，都得到(20)、(21)和(22)式。若 i，ψ，τ 已知，則可由(20)到(22)式決定視點的地理緯度 ϕ 和相對於昇交點的地理經度 λ。在衛星正下點處 $\psi = 0$，故衛星正下點的地理經緯度 λ_0 和 ϕ_0 可由(20)到(22)得到：

$$\sin\phi_0 = \sin i \ \sin\tau$$

$$\sin\lambda_0 = \cos i \ \sin\tau / \cos\phi_0$$

$$\cos\lambda_0 = \cos\tau / \cos\phi_0$$

這個結果和(13)，(15)，(14)式完全一樣。

若衛星軌道可視爲圓形，則視點的軌道經度 τ 和昇交前後的時間 t 有如下的關係：

$$\tau = \frac{360° t}{P}$$

其中P爲軌道周期。關於這一點，我們已在第3節中提到過了。上面所有的計算都假設地球不自轉。若計及地球的自轉，則視點相對於昇交點的眞正經

度 Λ 爲

$$\Lambda = \lambda + \frac{360° t}{P_E} \quad \cdots\cdots (23)$$

其中 P_E 爲地球自轉周期。

利用(20)，(21)和(22)式，只要知道 τ 和 ψ，就可求出某一視點的經緯度，因爲對某一太陽同步衛星而言，軌道傾斜角 i 是固定的。爲方便起見，我們把步驟寫在下面：

(一) 地球半徑 a_e 和地球自轉自轉周期 P_E 的值分別爲

$$a_e = 6371.22 \text{ km} \quad P_E = 1440 \text{ min}$$

(二) 對某一氣象衛星而言，軌道傾斜角 i、衛星高度H以及衛星周期P都是已知的。

(三) 設 Δt_s 爲掃描兩視點時刻的間隔，$\Delta\eta$ 爲兩相鄰視點的天底角差，n爲像元序號，N爲掃描線上像元的個數，m爲掃描線序號，M爲兩次校準期間掃描線的總數，T爲完成一次掃描所需的時間，那麼 η 和 τ 可按下列式子求出：

$$\eta = \left(n - \frac{N+1}{2}\right)\Delta\eta \quad n = 1, 2, \cdots, N$$

$$\tau = \frac{360°[(m-1)T + (n-1)\Delta t_s]}{P}$$

(四) η 求出以後可以用(1)和(2)式求出視點的軌道緯度 ψ。

(五) 然後用(20)，(21)和(22)式計算 λ 和 ϕ。

(六) 最後由(23)式計算相對於昇交點的經度 Λ。

圖10到圖13是利用上述步驟計算得到的VAHRR，HIRS/2，SSU，MSU四種輻射計的地面掃描型態，假設昇交經度爲134°E。掃描方式的資料使用表1所列出的數值。此外我們也用了下列數據：

$$a_e = 6371.22 \text{ km}, \quad P_E = 1440 \text{ min}$$

$$H = 850 \text{ km} \qquad i = 81.0335° \quad \cdots\cdots (24)$$

$$P = 101.019845 \text{ min}$$

因爲AVHRR一條掃描線有2048個像元，在圖10中我們每隔128個像元才畫出一點，每隔128

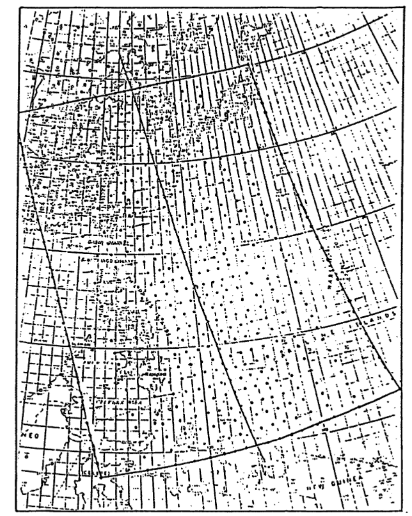

圖10　AVHRR的地面掃描型態

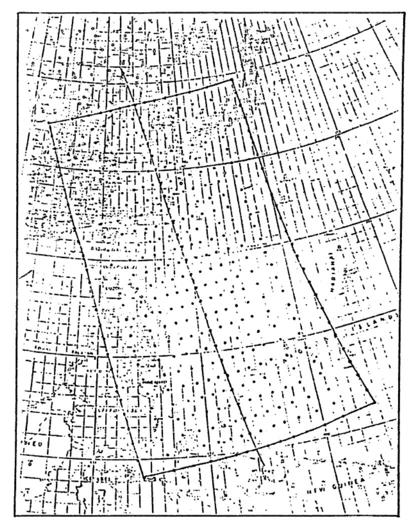

圖11　HIRS/2的地面掃描型態

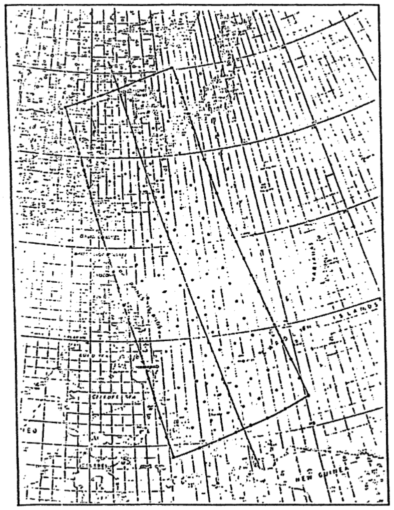

圖12　SSU的地面掃描型態

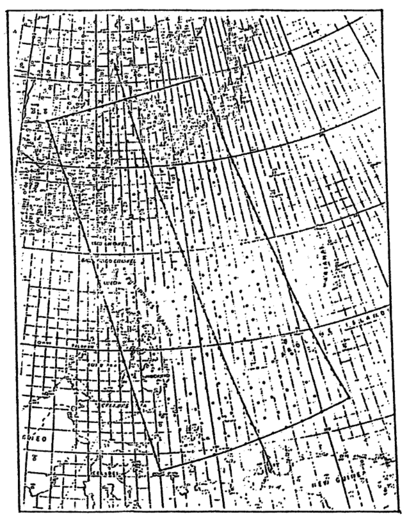

圖13　MSU的地面掃描型態

條掃描線才畫出一條。至於HIRS/2，每隔4個像元和4條掃描線才計算出經緯度。

五、定位透明膠片的製作

雲圖的定位，可以事先在透明膠片繪製經緯度網格，然後放在雲圖上讀出經緯度而達成。因爲我們要繪製經緯度網格，故此時經緯度Λ和ϕ是已知的。這種定位透明膠片的經緯度網格隨不同的衛星而不同，但可適用於某一特定衛星的任何雲圖。

將(20)，(21)和(22)式重新整理一下，我們得到

$$\sin\psi = \cos i \sin\phi - \sin i \cos\phi \sin\lambda \quad (25)$$

$$\sin\tau = \frac{\sin\phi - \cos i \sin\psi}{\sin i \cos\psi} \cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

$$\cos\tau = \frac{\cos\phi \cos\lambda}{\cos\psi} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

若已知i，ϕ和λ，可由(25)式到(27)式求出ψ和τ。由(18)式和(23)式我們有

$$\Lambda = \lambda + \frac{P}{P_E}\tau \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

將(28)式代入(25)到(27)式，得到

$$\sin\psi = \cos i \sin\phi - \sin i \sin(\Lambda - P\tau/P_E)\cos\phi \quad (29)$$

$$\sin\tau = \frac{\sin\phi \sin i + \cos i \cos\phi \sin(\Lambda - P\tau/P_E)}{\cos\psi} \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

$$\cos\tau = \frac{\cos\phi \cos(\Lambda - P\tau/P_E)}{\cos\psi} \cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

其中(30)式是由(25)和(26)式消去$\sin\psi$得到。

由(29)和(31)式消去ψ有

$$\cos\tau = \frac{\cos\phi \cos(\Lambda - P\tau/P_E)}{\sqrt{1 - [\cos i \sin\phi - \sin i \cos\phi \sin(\Lambda - P\tau/P_E)]^2}} \cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

(32)式是一個非線性方程，可用疊代法求解。疊代公式爲

$$\cos\tau^{(\nu+1)} = \frac{\cos\phi \cos(\Lambda - P\tau^{(\nu)}/P_E)}{\sqrt{1 - [\cos i \sin\phi - \sin i \cos\phi \sin(\Lambda - P\tau^{(\nu)}/P_E)]^2}} \cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

此外並令

$$\tau^{(0)} = 0$$

換句話說，先設地球不自轉，可求得一個$\tau^{(1)}$值，然後再重覆疊代下去，以便求得收斂的τ值。根據計算經驗，只要疊代數次就能得到相當準確的解。同理，由(29)和(30)式消去ψ，可以得到$\sin\tau$的疊代公式，因此可以決定τ的象限。必須記得，$-90° < \psi < 90°$，故$\cos\psi > 0$。

τ值求出以後可由(29)式求出ψ值，接著用(1)式和(2)式就可求出視點的天底角η。(1)和(2)式可化爲如下的形式

$$\tan\eta = \frac{\sin\psi}{(a_e + H)/a_e - \cos\psi}$$

以便由ψ直接求出η。

在雲圖上可建立一個直角坐標，原點放在昇交點，y軸指向衛星的地面軌跡，x軸指向衛星的右邊。如圖14所示，x和y坐標可由下式計算：

$$x = \sigma H \tan\eta$$

$$y = \sigma a_e \tau$$

其中σ爲雲圖比例尺。雲圖的x坐標也可用$x = a\psi$

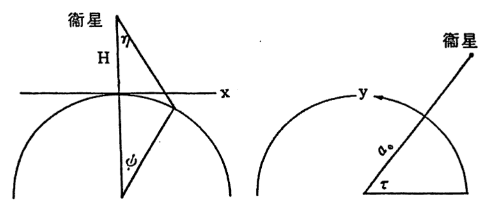

圖14　衛星雲圖的直角坐標x和y

圖15是按上述方法計算出來的定位透明膠片。我們使用如(24)式所示的地球和衛星參數，雲圖比例尺爲

$$\sigma = 1.178 \times 10^{-8}$$

圖15中的中心線是衛星地面路徑，外緣的兩條直線是AVHRR所看到的左右兩邊的地平線。地平線內側的兩條直線範圍內的區域就是掃描帶。

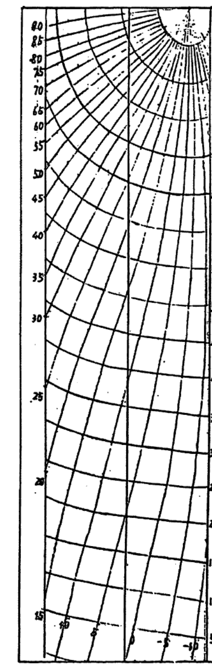

圖15　定位透明膠片

六、致　謝

本文是在國科會計畫NSC 72-0202-M 001-06 支持下完成的。中央研究院資訊科學研究所提供計算機計算的方便，吳玲美協助上機工作，吳瑞華協助繪圖，特此致謝。

參考文獻

曾忠一，1983 a：大氣遙測原理與應用。中央氣象局出版，287頁。

曾忠一，1983 b：氣象衛星應用。理論氣象講座第27卷。

Lauritson, L., G.J. Nelson and F.W. Porto, 1979 : Data Extraction and Calibration of TIROS-N/NOAA Radiometers. NOAA Tech. Memo. NESS 107 , NESS, NOAA, Washington, D.C., 58 pp.

Ruff, I. and A. Gruber, 1975 : Graphic Relations between a Satellite and a Point Viewed Perpendicular to the Satellite Velocity Vector (Side Scan). NOAA Tech. Memo. NESS 65, NESS, NOAA, Washington, D.C., 14 pp.

The determination of the geographic coordinates of image data for polar orbiting satellites

Chung-yi Tseng and Lee-chiang Hong

ABSTRACT

When retrieving the meteorological parameters from satellite radiation data, it is necessary to specify the earth location of these data. This paper presents a method to determine the accurate earth location information for the image data of polar orbiting satellite assuming a spherical earth and a circular orbit and gives a detailed account of the basic principle and various applications of the method.