WSR-64M雷達常數及降雨率方程

曲克恭

The Radar Constant and Precipitation Rate Equations of WSR-64M Radar

一、前言

曾任美國支加哥大學教授的 Louis J. Battan 先生在其所著雷達氣象學（Radar Meteorology）一書中介紹一較爲完整之雷達方程。同時，美空軍氣象勤務司令部之 TR-184 中亦有將各雷達參數之單位化算爲常數用單位之雷達方程。該書中曾計算WSR-57 雷達之常數爲 0.5×10^{-10}，且以此常數計算降水率而繪成一種簡易圖表。

現台灣省氣象局花蓮雷達站所有之雷達型式爲 WSR-64M 作者特於防颱防洪示範計劃雷達氣象專業技術人員訓練班講授雷達氣象學之時，與全班同學合作計算 WSR-64M 雷達之常數及降雨率方程。

該班同學學習熱心，特一併致謝。

二、雷達方程之研討

Battan 之雷達方程爲：

$$\overline{P}_r=\left(\frac{\pi^3 P_t\theta^2 hA_p{}^2}{72\lambda^6}\right)|K|^2\frac{Z}{r^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$\overline{P}_r$——雷達接收之平均電力

P_t——達達發射之最高電力

θ——雷達波柱寬

h——雷達脈波寬

A_p——雷達天線面積

λ——雷達波長

$$|K|^2=\left|\frac{m^2-1}{m^2+2}\right|^2$$ m爲複合折射指數。

Z——反射因子

r——雷達測距

當 Battan 演算以上之雷達方程時曾假定

$\frac{A_r}{A_p}=\frac{2}{3}$　A_r爲雷達接收反射電力之有效面積。

但是此一比值僅爲適合於各種雷達之一般值，而每一雷達之實際比值接近於 $^2/_3$，而不完全相等於 $^2/_3$。因 A_p 可直接計算獲得，但

$$A_r=\frac{G_o\lambda^2}{4\pi}$$

G_o——雷達天線之增益（gain）

λ——雷達波長

若以 WSR-64M 之有關值計算之，則

$G_o=38.6\text{db}=7.244\times10^3$

$\lambda=10.3\text{cm}$

$A_p=10.509\times10^4\text{cm}^2$

則 $\frac{A_r}{A_p}=0.582$　此值略小於 $^2/_3$。

使 $\frac{A_r}{A_p}=\frac{2}{3.44}\doteq0.582$ 則Battan 之雷達方程應用於 WSR-64M 爲：

$$\overline{P}_r=\left(\frac{\pi^3 P_t\theta^2 hA_p{}^2}{82\lambda^6}\right)|K|^2\frac{Z}{r^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

三、雷達常數之計算

方程(1)及(2)之括號內各參數爲一常數，如合併計算，可使 R_c 等於括號內之總值。則方程(1)及(2)皆可寫做以下之形式：

$$\overline{P}_r=R_c|K|^2\frac{Z}{r^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

以 WS-64M 各有關參數計算 R_c 之值，R_c 稱之爲雷達常數。則因

$P_t=5\times10^5\text{Watts}$

$\theta^2=1.22\times10^{-3}$（孤度）

$h=1200\text{m}$

$A_p{}^2=110.02\text{m}^2$

$\lambda=10.7\times10^{-2}\text{m}$（使用該雷達常用之波長）

R^2（浬）$=1.85^2\times10^6\text{m}^2$

$Z(\text{mm}^6/\text{m}^3)=Z(\text{m}^6/\text{m}^3)10^{-18}$

以方程(1)計算之 $R_c\doteq0.675\times10^{-10}$

以方程(2)計算之 $R_c=0.593\times10^{-10}\doteq0.6\times10^{-10}$

此外 TR-184 之簡化計算雷達常數公式爲

$$R_c=\frac{1.1\times10^{-23}P_tG_o{}^2\theta^2\tau}{\lambda^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

若以 WSR-64M 之參數代入，

P_t、G_o、λ同上，$\tau=4\mu\text{sec}$

則 $R_c=0.403\times10^{-10}$

四、Z-I關係之討論

關於雷達反射因子Z與降水率I之關係已有許多氣象學者研究，其所獲關係因地點及降雨形式與形態而異，在台灣地區之關係以往尚無研究，此種研究工作及成就當然寄托於省氣象局各雷達站先後修復及建立以後，再配合設於各地之雨量站而獲得，使用雷達測量Z與I的關係較應用其他方法如麵粉接受雨滴計算直徑法等要簡易而可爲。Z—I關係一般採用

$Z=200I^{1.6}$（穩定降雨）

$Z=1000I^{1.6}$（降雪）

$Z=486I^{1.37}$（雷雨）

若考慮 K^2 對降雨及降雪之值，則

$K^2=0.93$（降雨）

$K^2=0.19$（降雪）

在雷達方程中，$\overline{P}_r=R_cK^2\frac{Z}{r^2}$，$K^2$與Z之積爲

$K^2\cdot Z=186I^{1.6}$（降雨）

$K^2\cdot Z=190I^{1.6}$（降雪）

二者之積很相近，故吾人在雷達方程中以 $190I^{1.6}$ 之值代入；雖略有微小誤差，但可不考慮降水之形態，以及雲中是否有雨滴和雪片之混合存在，尤其以雷達方程所計算之降雨率受種種限制尚不可獲得精確之數值。因此我們只需要研究穩定降雨及雷雨之降雨率。

穩定降雨，$|K|^2\cdot Z=190I^{1.6}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$

雷　　雨，$|K|^2\cdot Z=452I^{1.37}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$

將(3)取常用對數，並予以簡單數學之處理，則

$$10\log\overline{P}_r=10\log(|K|^2\cdot Z)+10\log R_c-20\log r$$

或者，

$$10\log\overline{P}_r-10\log P_{min}=10\log(|K|^2\cdot Z)-20\log r-10\log P_{min}+10\log R_c$$

使

$$GR=10\log\frac{\overline{P}_r}{P_{min}}=10\log(|K|^2\cdot Z)-20\log r-10\log P_{min}+10\log R_c\cdots(7)$$

Pmin——最小可辨信號（Minimun detectable signal 簡稱 MDS）

GR——稱之爲增益之降低（Gain Reduction），爲用 db 表示之 P_r 與 Pmin之比值，此種比值應用目標回波信號在PP1（雷達水平位置指示器）上影像之消逝方法而獲得。

僅在理論上之考慮，以方程(2)所計算之雷達常數 $R_c=0.6\times10^{-10}$ 可能比較合理，至於其他三種有關 WSR-64M 之雷達常數，$R_c=0.675\times10^{-10}$，$R_c=0.403\times10^{-10}$ 及 $R_c=0.5\times10^{-10}$ 尚有待實際資料Z與I關係同時研究。

今試用 $R_c=0.6\times10^{-10}$ 之值及公式(5)，(6)之值，再應用WSR-64M之 $P_{min}=5\times10^{-14}$ Watts代入公式(7)中，

$$GR=10\log(190I^{1.6})-20\log r-10\log(5\times10^{-14})+10\log(0.6\times10^{-10})$$

即 $GR=16\log I-20\log r+53.6$（穩定降雨）$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$

$$GR=10\log(452I^{1.37})-20\log r-10\log(5\times10^{-14})+\log(0.6\times10^{-10})$$

即 $GR=13.7\log I-20\log r+57.3$（雷雨）$\cdots(9)$

應用方程(8)(9)，在雷達觀測時可獲得 GR 之值（單位爲 db）及測距 r 之值（單位爲浬），同時以降雨之性質分別選定適當之方程代入則可計算降雨率（單位mm/hr），但是因以上之方程，其正確性受Z I關係之影響甚大，方程(5)(6)所予以之值僅爲統計所得最適當值，並不可能代表一地，特別是受地形影響最大地區之關係，因此建議應用公式(8)(9)分別用對數座標紙製表而取降雨率爲一定之幅度（如 3mm/hr以下，3—8mm/hr，8—30mm/hr，30mm/hr 以上等等，可視使用狀況決定），因此在一定之 GR 及測距值給予降雨率之估計值爲一範圍內之值，其使用價值較爲良好而有效。當然今後本省各地如花蓮、高雄地區之Z I關係確定以後此範圍可予縮小，但很難由一定之 GR 與測距值獲得精確之降雨率，此問題涉及雷達本身之問題與電力之消減作用，不在此文中討論。

關於雷達電力之消減作用（Attenuation），以 10cm 之雷達言，空氣及雲之消減大約在 2db左右（見 Battan 之雷達氣象學），其他方面之消減可以忽略，則方程(8)(9)中之常數應分別減去 2，成爲51.6與55.3。

五、Donaldson風暴標準

Donalson 曾研究而獲得一普遍性之風暴與反射因子Z之關係，其標準爲 $Z>3\times10^5\text{mm}^6/\text{m}^3$ 將有強烈風暴發展，若 $Z>10^6\text{mm}^6/\text{m}^6$ 則將有強烈風暴發生。我們若使 $Z=3\times10^5\text{mm}^6/\text{m}^3$ 及 $Z=10^6\text{mm}^6/\text{m}^6$ 爲強烈風暴發展及發生之臨界值，則可代入雷達方程(7)中而求得相對之 GR 值，

即 $GR=10\log(0.93\times3\times10^5)-20\log r$

（下接第九頁）