利用電子計算機做数值天氣預報之研究(上)

劉廣英
鄧施人

摘　要

爲改進數值天氣預報製做方法，並使天氣預報計算機化，特從事此專題研究。本文中先將各數值預報模式做一簡要介紹，再按主客觀條件擬定初步工作計劃。本計劃僅爲草案，深具彈性，尚望氣象界先進、學者多加指正。

In the first part a brief introduction of numerical weather prediction models is presented. Those include barotropic and baroclinic models. In the second part we designed a working procedure, such that will bring the goal, solve the numerical prediction problems by computer, to us. In order to fulfill this big job any help is appreciated.

使用符號（本文採用英文字母代替慣用之符號）：

$W = \frac{dp}{dt}$，氣壓座標之垂直速度，$w = \frac{dz}{dt}$，垂直速度

Z = 渦旋率；z = 高度

X = 風位函數（velocity potential function）

S = 流函數（stream function）

s' = 靜力穩定（static stability）係數

G = 重力位（geopotential）

壹、前　言

首先倡導數值天氣預報，英國科學家李查遜(1)曾估計，用數值法預報天氣，欲使之趕得上實際天氣變化，需6400人同時工作，更不幸的是根據當時的方法，他計算出來的氣壓變化，與實測者相去甚遠，因而自他以後有廿餘年的時間，對數值天氣預報無人問津。但自二次世界大戰以後，一方面由於全球觀測站普遍增加，另方面則由於高速電子計算機之發明，此項研究方始重新進行，此時賈尼（J.G. Charney）(2)將地轉及靜力平衡作用引入大氣動力方程式中，以濾去該等公式中所含聲波及重力波，由而構成了似地轉風（Quasi-geostrophic）模式。世界上第一次用計算機所做之數值天氣預報，即採用本模式改進而得之相當正壓（Equivalent barotropic）模式。

廿多年來，電子計算機容量漸大，測站網亦愈來愈密，因而使氣象學家具有了設計各種模式，與加大預報範疇之自由。至今以美中央氣象局而言，已重新採用動力方程之完全式，做半球甚至全球天氣預報，這不但恢復氣象作業更快更好，使科學性工作更符合本質，亦使工作人員具有較多時間，就學理與觀測現象中研究創新，吾人深信，只有循此路徑發展，氣象工作方有達到理想地步之一天。

反觀國內，在過去數十年中我們的工作成效一直很好，但此種成就，可說完全是少數學驗具豐之前輩，經長時期埋頭苦幹所得來的，他們均以全部精力與時間，從事這種費力而不討好的工作，其敬業精神與毅力實可爲後進者的楷模，可是這終究不是人人可以做得到的，而且訓練一

位優秀從業員亦非一朝一日之功。尤有進者，就科學的觀點而論，吾人亦需趕得上時代，所以我們認為無論就客觀的條件，或工作上的需要而言，國內之天氣預報電子計算機化，必須立即展開。本文即根據此一構想，就模式及工作計劃提出討論。為使此一劃時代工作進展順利，尚乞先進學者協劫。

貳、數值天氣預報簡介(3)：

數值天氣預報為動力氣象之主要用途。我們知道，天氣現象發生在包圍地球之大氣中，因而如能根據眼前觀測所得，透過主宰大氣運動之三大定律：動量不滅、質量不滅、能量不滅，或其相關方程式：運動方程式、連續方程式，熱力學第一定理，計算未來大氣環流型態，則可由而推演出未來天氣狀況。為實現此目標，吾人先需具備四項條件：

㈠現在觀測資料，亦即先具備運算變數之初值。

㈡一組與變數配合，且可求解之方程式，亦即先設計成一個預報模式。

㈢由以上一組方程式積分求得未來變數值之方法，亦即需有運用模式之方法。

㈣速度夠快之計算工具。

以上四項各具發展潛力，因而數值天氣預報仍為未完全成熟之科學。在美國而言，自1957年即開始用電子計算機做數值天氣預報，但至今仍隨時改進，因而我們可做的事就更多了，在未討論工作計劃之先，謹以歷史演進為準，先將數值預報模式，簡介如后：

㈠正壓模式（Barotropic Models）：

此類模式又可稱為單變數或單層模式。所謂正壓模式，即將大氣密度視為壓力之函數（正壓大氣），亦即密度，溫度與氣壓面相吻合，同時氣壓面與氣壓面相平行，因而僅需預報單層變化，即可預知整個大氣層之變化。在實用上，最簡之正壓模式，係假定大氣中有一無輻散層存在，如此即可利用正壓渦旋率（Vorticity）方程。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla(\zeta+f)=0 \qquad \text{———(1)}$$

計算該層之氣流變化，並由而推演預報天氣圖。根據觀測知大氣無輻散層，位在600—400MB間，故多用此模式做500MB等壓面預測圖。

此一簡單模式未計垂直運動，但就經驗而論，垂直運動影響天氣甚巨，欲使預報精確，實不可忽略不計。將垂直運動納入之最簡模式，稱為相當（Equivalant）正壓模式。在此模式中將地形造成之對流作用列為預報因素，所使用之運算公式為似地轉（Quasi geostrophic）渦旋率方程：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla(\zeta+f)=f\frac{\partial W}{\partial p} \qquad \text{———(2)}$$

在上式中設

$$\vec{V}=A(p)\langle\vec{V}\rangle \qquad \text{———(3)}$$

即假定風在垂直方向僅有強度變化，而無方向變化，亦即仍假定大氣等溫線與等壓線相平行。故(3)式中A（p）為一經驗函數，而角形括號則代表垂直平均，或

$$\langle(\ )\rangle=\frac{1}{p_0}\int_0^{p_0}(\ )\,dp \qquad \text{———(4)}$$

根據此假定，渦旋率，ζ，即可寫成

$$\zeta=A(p)\langle\zeta\rangle \qquad \text{———(5)}$$

將(3)及(5)式代入(2)式並以(4)式平均即得

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\zeta\rangle+\langle A^2\rangle\langle\vec{V}\rangle\cdot\nabla\langle\zeta\rangle+\langle\vec{V}\rangle\cdot\nabla f=\frac{\langle f\rangle}{p_0}W \qquad \text{———(6)}$$

式中W，為 $p=p_0$（下限）時之垂直速度（$p=0$ 時 $W=0$）。

又知

$$W\equiv\frac{dp}{dt}=\frac{\partial p}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla p+\omega\frac{\partial p}{\partial z}=\rho\left(\frac{\partial gh}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla gh-g\omega\right)$$

故在下限地形平坦，及取地轉近似值條件下　　　　h = 地面高度

$$W_0=\rho_0\left(\frac{\partial gh}{\partial p}\right)_{p=p_0}=\rho_0A(p_0)\frac{\partial gh}{\partial t}$$

將W_0值代入(6)式，並設 $p=p^*$為預報層，在此層上則得一預報方程：

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\left[(\zeta^*+f)+\frac{A(p_0)f_0gh}{RT_0}\right]=0 \qquad \text{———(7)}$$

如h為已知，即可由上式求ζ^*之趨勢，進而做p^*層之預報圖。此模式不僅將地形因素納入，同時不需先假定大氣中有無輻散層之存在，故一般所稱之正壓模式預報，實多採用本模式。

㈡斜壓模式（Baroclinic Models）：

在正壓模式中，未計溫度平流作用，同時，在預報時距內，絕對渦旋率視為守恒量（在相當正壓模式中所加修正量亦甚小），故其非但難以預報新生系統，亦不能測知系統之加深或填塞，因而欲使預報準確，勢需考慮斜壓作用。

最簡之斜壓模式為二參數（Two－pararmeter）模式。設

$$\vec{V}=\langle\vec{V}\rangle+B(p)\vec{V}_T \qquad \text{———(8)}$$

其中B（p）為氣壓之經驗函數；　$\vec{V}_T=\vec{V}_{500}-\vec{V}_{1000}$

由(8)式可得

$$\zeta=\langle\zeta\rangle+B(p)\langle\zeta_T\rangle,\quad \zeta_T=\hat{k}\cdot\nabla\times\vec{V}_T \qquad \text{———(9)}$$

將(8)(9)二式代入式(2)，並以(4)式平均之即得

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\zeta\rangle+\langle\vec{V}\rangle\cdot\nabla(\langle\zeta\rangle+f)+\langle B^2\rangle\vec{V}_T\cdot\nabla\zeta_T=0 \qquad \text{———(10)}$$

再由熱力方程

$$C_p\frac{dT}{dt}-\alpha W=Q \qquad \text{———(11)}$$

並將 $\frac{\partial z}{\partial p}=-RT/gp$ 及 $\theta=T(1000/p)^{R/c_p}$ 代入上式，則得

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\frac{\partial z}{\partial p}+\sigma' W=-\frac{RQ}{pgc_p} \qquad \text{———(12)}$$

式中 $\sigma'=\frac{1}{\theta}\frac{\partial z}{\partial p}\frac{\partial\theta}{\partial p}$　稱為靜力穩定（Static stability）係數。

設大氣運動為絕熱者（$\theta=0$），並設σ'為常數，則在似地轉運動條件下，式(12)對p積分即得

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\langle\vec{V}\rangle\cdot\nabla h-\sigma''\langle W\rangle=0 \qquad \text{———(13)}$$

式中h為1000至500MB厚度，$\langle W\rangle$為該層之積分平均（integral mean）垂直速度，而

$$\sigma''=(p_0-\langle p\rangle)\sigma'$$

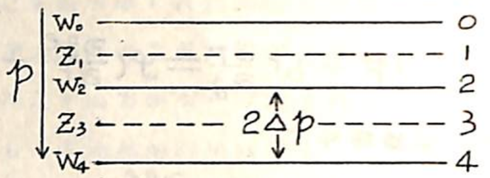
在實用上，式(13)簡化為

$$\frac{\partial h}{\partial t}+k\langle\vec{V}\rangle\cdot\nabla h=0 \qquad \text{------------(14)}$$

$$0.5\leq k\leq 0.75$$

式(11)及(14)即構成一組二元（$\frac{\partial}{\partial t}\langle\zeta\rangle$，$\frac{\partial}{\partial t}h$）聯立方程，由而可預報500及1000MB天氣圖。

另一種二參數模式，則先將大氣分為上下兩層（故又稱二層斜二模式）如下圖所示：



然後在1及3層等壓面上計算渦旋率（Z_1及Z_3趨勢，而在第2層等壓面上計算垂直運動（W_2）。設在大氣上下限處無垂直運動，即$W_0=W_4=0$，則得

$$\frac{\partial Z_1}{\partial t}+\vec{V}_1\cdot\nabla(Z_1+f)=\langle f\rangle\frac{W_0}{2\Delta p} \qquad \text{------------(15)}$$

$$\frac{\partial Z_2}{\partial t}+\vec{V}_2\cdot\nabla(Z_2+f)=\langle f\rangle\frac{W_2}{2\Delta p} \qquad \text{------------(16)}$$

在絕熱運動中，設$\vec{V}_2\simeq\vec{V}$，則由式(13)可得

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla h-\sigma' W_2=0 \qquad \text{------------(17)}$$

利用式(17)將W_2消去，則(15)及(16)式可寫成

$$\frac{\partial}{\partial t}(Z_1-\lambda' h)+\vec{V}_1\cdot\nabla(Z_1+f-\lambda' h)=0 \qquad \text{------(18)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(Z_3+\lambda' h)+\vec{V}_3\cdot\nabla(Z_3+f+\lambda' h)=0 \qquad \text{------(19)}$$

式中$\lambda'=\langle f\rangle/2\sigma''\Delta p$。

以上二式即構成二層斜壓模式。在此模式中，視位渦旋率，（$Z\pm\lambda' h$），為守恒量，由而可求得ζ_1及ζ_3，進而求得1及3層之預報天氣圖。

欲使預報與實際天氣相符合，將大氣分為兩層是不夠的，因而乃有所謂多層模式設計，亦即將上述二層模式，根據需要再加細分，然後以公式(2)計算各層中之渦旋率，並在相鄰層交界處應用由(2)及(12)式所得之方程：

$$A_s\nabla^2W+\frac{\bar{f}^2}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial p^2}=\frac{\bar{f}}{g}\frac{\partial}{\partial p}[\vec{V}\cdot\nabla(Z-f)]+\frac{R}{gp}\nabla^2(\vec{V}\cdot\nabla T)-\nabla^2Q \qquad \text{---(20)}$$

計算垂直運動速度W_0在上式中A_s為氣壓p之函數，而Q則為絕熱加溫（diabatic heating）項。

至此為止，我們所介紹者，均為似地轉風模式，但大氣運動並非完全遵地轉條件，故進一步之預報勢須考慮大氣運動之非地轉情況。最簡之非地轉模式，係由線型平衡方程組（Linear belance system）所構成。在實用上克雷斯曼三層模式(4)即屬此類。在克氏模式中，首先將平衡方程（balance equation）

$$\nabla^2G-f\nabla^2S-\nabla S\cdot\nabla f+2\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x\partial y}\right)-2\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)=0 \qquad \text{----(21)}$$

中高次項略，並將風場分為無輻散（或旋轉）風，及輻散風二部份，即：$\vec{V}=\vec{V}_s+\vec{V}_x$

其中$\vec{V}_s\equiv\hat{k}\times\nabla S$，$\vec{V}_x\equiv\nabla X$，而S及X則分別代表流勢（Stream）及風位（Velocity potential）函數。以此$\vec{V}$代替渦旋率方程中，除扭轉項（twisting term）以外，諸項中之風速，則得

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2S+J(S,\nabla^2S+f)+\nabla\cdot[(\nabla^2S+f)\nabla X+W\nabla\frac{\partial S}{\partial t}]=0 \qquad \text{-----(22)}$$

以上二式與連續方程：

$$\nabla^2X=\frac{\partial W}{\partial p}$$

熱力方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial G}{\partial p}+\vec{V}\cdot\nabla\frac{\partial G}{\partial p}+\sigma' W=0$$

及W方程：

$$\nabla^2(A_sW)+f^2\frac{\partial W}{\partial p}=f\frac{\partial}{\partial p}[\vec{V}_s\cdot\nabla(Z+f)]-\nabla^2(\vec{V}\cdot\nabla\frac{\partial G}{\partial p})+f\nabla f\cdot\frac{\partial\vec{V}_x}{\partial p}+\nabla f\cdot\nabla\frac{\partial^2 S}{\partial p\partial t}$$

即構成一組方程，由而計算S，X及W，並進而預報天氣變化。

三全方程（Primitive Equation）模式：

以上討論過之模式，均將所需之計算方程式，做或多或少之簡化，此種簡化不但可使運算簡便，且可將不重要（對天氣而言）之大氣波動濾去，故通常將此簡化手續稱為過濾，而相關之天氣預報模式，則稱之為「過濾模式」。此類模式應用在中緯度時，所帶自然誤差約為百分之廿。如用在低緯度，則自然誤差外，另需採用平衡方程之全式，方能確定流勢函數S(3)。由於平衡方程為一非線型偏微分方程式，其解不但難求而且頗費時間，因而為了補救上述缺失，當電子計算機容量日大，而吾人知識亦感成的今日，數值天氣預報之最新發展，正走向李查遜當年的老路，而重新採用有關方程之全式做運算，此種方法稱為全方程模式，其中包括三條預報方程（X、Y二方向之運動方程，及熱力方程）、及三輔助方程（連續方程、靜力方程、及狀態方程）之全式。使用此類模式之最大優點，在於①可將各種加熱或冷却作用計入②可將摩擦及黏滯作用計入③可將水份及降水作用計入。目前美中央氣象局即採用六層之全方程模式做數值天氣預報。詳情請參閱Stackpole原著，劉廣英改寫之「美中央氣象局數值天氣預報模式」(4)。

四熱帶天氣預報：

在熱帶區域內，大氣運動多非似地轉風形式，因而數值天氣預報之發展較高緯度者為晚。最先（1960）使用Schuman及Vanderman之正壓模式配合氣候資料做預報。至1962年，T、N Krishnamurti首先應用全方程模式做預報，並於1969年發表「赤道地區數值天氣預報實驗」(5)，其結果證明，使用他的方法做24小時預報頗為理想。另外美國海軍學院，亦正在實驗由Elberry—Harrison所創之十層模式(3)。美國國家大氣研究中心根據去夏「熱帶氣象研習會」討論結果，正全面實驗Krishnamurti之模式，國內氣象工作者，對這方面之發展，應隨時注意。

在我們的計劃中，先利用正壓模式做預報。在颱風季節，為加強低緯度波動之預報，將把網格區（即預報區）向南移。進一步將設法預測熱帶氣旋之發展可能性。在此區域做預報，首先面臨的困難將是資料缺乏，其次將是方法的不完整，故更需要氣象界群策群力，以克服困難，使預報趨於精確。（待續）