

時間數列的自迴歸與移動平均模式及應用

張培臣
中國文化大學地學研究所

摘要

時間序列分析很早就被應用於處理大量資料的問題上，藉以代表某些場的特性。而氣象的記錄則是作為研究長期參數趨勢及彼此交互作用的最佳資料組。

在氣象的範疇中，台灣有98年的降雨資料可作為時間序列的研究。本文則利用恆春過去98年的降雨資料很明顯的描繪時間序列的AR及MR模式以及所代表的月雨量預報。

一、前言：

一物理量在隨時變化過程中，所取得之等時距連續觀測值，按時間先後排列所得的數列，便謂之「時間序(數)列」(Time Series)，或稱為「動態數據」(施, 1988)。時間數列分析法 (Time Series Analysis) 理論係西元20年代由Undy Yule所發展(林, 1992)。該分析法分兩大類：一是「頻率定義域分析法」(Analysis in Frequency Domain)，以波譜(Spectrum)為分析之工具；故又稱為「波譜分析」(Spectral Analysis)，國內氣象界已普遍應用，茲不贅述。一類是「時間定義域分析法」(Analysis in Time Domain)，主要以「自相關函數」(Autocorrelation Function, 簡稱ACF)與「交相關函數」(Cross Correlation Function, 簡稱CCF)，作為建立單變量與多變量隨機時間數列模型之依據，並以此模型來分析與預測。

時間定義域分析將影響物理變量的要素分為四類：(1)長期趨勢T (Secular Trend)；(2)季節變動S (Seasonal Variation)；(3)循環變動C (Cyclical Variation)；以上三者屬較有規則之變動，可以用統計方法加以測定；(4)為不規則變動I (Irregular Variation, 也稱「偶然變動」)，例如股市之人為操縱、颱風對氣象因素之影響等等，皆屬之；此為傳統方式較難測定者。Box及Jenkins (1970)提出「自迴歸」(Auto Regressive, AR)及「移動平均」(Moving-Average; MA)的隨機時間序列模型(簡稱ARIMA Model)。目前時間序列分析與預報，已廣泛運用於各方面；諸如財經上的市場匯率與股市漲跌、天文學的太陽黑子變動、社會學上的國民平均壽命、經濟上的每年平均用電量、氣象上的月(日、年、時)雨量及溫度變化，等等；凡屬於受外在「隨機」因素影響的系統，均為時間數列可分析與預報之對象。

台灣地區氣象學者對於長期雨量預報，亦多所著墨；如蔡(1985)「遙地相關與台灣地區月雨量年際變化」、胡(1977)「應用ARIMA模式對臺北月雨量季降水之長期預報」、鄭等(1984)「民國七十二、年台灣地區春季異常降水與太平洋區同時異常海

水溫度關係分析」、陳(1982)「台灣地區異常降水之研究」。在台灣地區，「時間數列分析法」於氣象上之應用則較為少見；而模式發展之後，時間數列分析便更加地不受理論上，綜觀尺度可預報能力為兩週；而數值預報的準確度只能維持在一週以內。有長時間量化的分析預報，目前必須倚賴式。根據大陸學者尤等(1995)對昆明近百年時間序列之研究結果認為，月雨量之可預報性(1897.01)迄今已持續近百年，應有足夠資料填補、數據與極端值之校驗、雨量計差異與因子之探討，並考慮多變量因子(如：高度場、氣溫、海水溫度，等等，與降水之影響)與分析(如：颱風、梅雨、夏季降水等)之探討，與更準確之預報。本文介紹「自迴歸」AR與「移動平均」MA模式，用中央氣象局恆春氣象站近百年(1897~1997)單資料作個案分析；由而可看出當地降水不顯跨年同月份之高相關性，亦有長期之週期性。

二、AR模型與MA模式

1. 白噪音與紅噪音

首先，必須對兩個重要名詞加以說明：

第一個是「白噪音」(White Noise)，在隨機過程中，每個觀測值可以表示為諸觀測值之線性組合，而這些觀測值彼此獨立，且具有相同機率分配之「期望值」(Expectation Value)為0，變異數 (Variance, 或稱「方差」)為 σ_a^2 ，則稱 $\{a_t\}$ 為「白噪音數列」，或稱「白噪音」，也叫「白色干擾」。白噪音就好像像樣，是由強度相同的各種頻率振動所共同組成。雖然此種簡單模型為構建更複雜模型之基礎，但白噪音反而為氣象上預報不準確之關鍵因素。

第二即是「紅噪音」，在統計上，它是指包含極長波長的紅外光所組成，亦即波長為無限大，所以實際為一直線趨勢之過程，也表示一種無任何週期波動存在之噪音過程。紅噪音與白噪音常一起用在波譜分析中之週期性檢驗中使用。紅噪音過程亦稱「馬克夫過程」(Markov process)；是指一種隨機過程 $X(t)$ 於 t 時間所處狀態與 t 時間以前之狀態無關；換言之，「馬克夫過程」是指一種狀態僅與它相鄰的前一時刻狀態有關的過程。在許多氣象要素中，如逐日氣壓、氣溫及降水等，都可近似看成「馬克夫過程」，它常用在大氣過程持續性和可預報性問題中(黃, 1990)。

一般我們均假定數列為平穩型時間數列；即不是平穩型，也予以轉換為平穩型，再加以分析，以簡化處理過程。對於一白噪音數列之線性組合可以表示為：(林, 1992)

$$X_t = \mu + \Psi_0 a_t + \Psi_1 a_{t-1} + \Psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (1.1)$$

或

$$X_t = \mu + \sum_{j=1}^{\infty} \Psi_j a_{t-j}$$

$\Psi_j (j=0, 1, 2, \dots)$ 稱之為「權數」(Weight)，通常設 $\Psi_0 = 1$ ； μ 為觀測物理量平均值；二者皆為固定參數值。(1.1)式通常稱為「線性過濾器」(Linear Filter)。改採用「後移運算子」B (Backward Shift Operator)；B定義為

$$B a_t = a_{t-1}, B^2 a_t = a_{t-2}, \dots, B^j a_t = a_{t-j}$$

則(1.1)式改寫為：

$$X_t = \mu + (\Psi_0 B^0 + \Psi_1 B^1 + \Psi_2 B^2 + \dots) a_t$$

若令

$$\Psi(B) = \Psi_0 B^0 + \Psi_1 B^1 + \Psi_2 B^2 + \dots$$

則

$$X_t = \mu + \Psi(B) a_t \quad (1.2)$$

從「線性過濾器」模式觀點來看，可定義時間數列模式為一種：將白色干擾過程轉換為時間數列之函數。由(1.1)式導出之模式，分為「平穩型」與「無定向型」時間數列兩種情況。若為「平穩型」，則此數列為對固定平均值上下隨機波動；若為「無定向型」時間數列，則該數列便無固定之平均值。一般而言，若線性過濾器之權數 $\{\Psi_j\}$ 為有限值，或無限但收斂者(Infinite and Convergent)，則此時間數列 $\{X_t\}$ 為平穩型時間數列；又若 $\{\Psi_j\}$ 為無限且發散者(Infinite and Divergent)，則此數列為無定向型時間數列。

2. 自迴歸AR

由(1.1)式，觀測值可以當時之噪音與過去之噪音來表示，將(1.1)式移項：

$$a_t = X_t - \mu - \Psi_1 a_{t-1} - \Psi_2 a_{t-2} - \dots$$

$$a_{t-1} = X_{t-1} - \mu - \Psi_1 a_{t-2} - \Psi_2 a_{t-3} - \dots$$

$$a_{t-2} = X_{t-2} - \mu - \Psi_1 a_{t-3} - \Psi_2 a_{t-4} - \dots$$

$$\dots$$

$$a_t = \mu(1 - \Psi_1 - \Psi_2 - \dots) + \Psi_1 X_{t-1} + \Psi_2 X_{t-2} + \dots + (\Psi_1 - \Psi_1 \Psi_2) a_{t-1} + \dots$$

$$a_t = \mu(1 - \Psi_1 - \Psi_2 - \dots) + \Psi_1 X_{t-1} + \Psi_2 X_{t-2} + \dots + (\Psi_1 - \Psi_1 \Psi_2) a_{t-1} + \dots$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

ϕ 為過去觀測值之權數， Ψ 為白噪音之權數。(1.5)式可改寫為

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad ; k > 0 \quad (1.12)$$

令 $k=1, 2, 3, \dots, p$, 則可形成一組線性方程式:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + \dots + \phi_p \rho_{p-1} \\ \rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-2} \\ &\vdots \\ \rho_p &= \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p \end{aligned} \quad (1.13)$$

(1.13)即為Yule-Walker方程。

由(1.7), 若令 $C=0$, 則 P 階自迴歸模式AR(P)可寫為:

$$a_t = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t$$

對等式右邊 P 階多項式進行因式分解, 得到

$$\left[\prod_{k=1}^p (1 - \lambda_k B) \right] X_t = a_t \quad ; (k=1, 2, \dots, p)$$

λ_k 為 B 之多項式特徵方程的根。因此, AR(P)系統穩定的條件為 $|\lambda_k| < 1 (k=1, 2, \dots, p)$

3. 移動平均MA

重新考慮(1.1), 但 $j > q$ 時 $\Psi_j = 0$, 因此只討論 q 個非0之權數, 並改以係數 $-\theta_j$ 取代 Ψ_j , 則新

$$X_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.1)$$

式中之 $(1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q)$ 亦稱為「震動影響」或「記憶函數」(Shock Effect or Memory Function), 表示此一震動將持續影響 t 時刻到 $t+q$ 等 $(q+1)$ 個時期後才消失(負號僅為使用方便)。(2.1)稱為移動平均模式, 簡寫為MA(q)。利用 B 運算子, MA(q)亦可表示為:

$$X_t = \mu + \theta_q(B) a_t \quad (2.2)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

因為MA(q)權數之和為有限值, 故MA為一平穩型模式。且MA(q)之平均數:

$$E(X_t) = E(\mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}) = \mu$$

$$MA(q)\text{之變異數:}$$

$$\gamma_0 = \text{Var}(X_t) = \text{Var}(\mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}) = \sigma_a^2 \sum_{i=0}^q \theta_i^2 \quad (2.3)$$

$$\sigma_a^2 \text{ 為標準差。式中若設 } \theta_0 \text{ 為 } 1, \text{ 落後 } k \text{ 期之自互變異數可簡化為:}$$

$$\gamma_k = \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{q-k} (\theta_i - \theta_{i+k})^2 \quad (2.4)$$

析, 從而瞭解時間序列分析法及其應用。圖1為恆春1897年至1995年來之月平均雨量分布; 可看出該地區雨量主要集中在5至9月, 與梅雨期及颱風季之發生時間頗相符。且每年入冬的10月, 至次年初夏的4、5月份, 為當地之乾早期; 因此, 倘若梅雨期雨量偏少, 甚或是「乾梅」, 則當地便處於持續6~8個月的乾早期, 對於民生及農業影響勢必相當嚴重。再者, 承接梅雨後之颱風季, 恆春則是短時間之豪大雨型態, 很容易造成當地災害。因此, 梅雨及颱風是恆春地區雨量之兩大要素。圖2為恆春月雨量時間序列圖; 對於同是多雨的5~9月份, 或同為乾季的其他月份, 每年的降雨量均不同; 顯見降雨量有其年變化存在。圖3為年終雨量分布, 亦印證圖2之推論。圖4為恆春降雨分佈狀況; 曲線為各降雨區間所含月數之統計; 條形圖為降雨總數, 單位為100mm。在近一世紀時間內, 恆春地區月雨量低於100mm之月數超過55%; 但所含之降雨量僅佔8.22%。月雨量500mm以上之月數, 只佔9.67%; 但卻囊括超過40%之總雨量。與圖1、2相對照, 更表現出其集中降雨之趨勢。

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 (-\theta_1 + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_q \theta_{k+q}) & ; k=1, 2, \dots, q-1 \\ 0 & ; k > q \end{cases}$$

利用 2.4 及 2.5, 可得 MA(q) 之「自相關函數」:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1 + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_q \theta_{k+q}}{1 - \theta_1^2 - \theta_2^2 - \dots - \theta_q^2} & ; k=1, 2, \dots, q-1 \\ 0 & ; k > q \end{cases}$$

所以, MA(q) 之自相關函數在時間位階 1, 2, ..., q 時不為 0, 而自第 q 時期後方為 0; 通常稱之為 q 之後切斷 (Cuts Off at Lag q)。

4. AR與MA之關係:

MA(q) 不管其權數 $\{\theta_i\}$ 值為何, 均為一平穩型模式。當 $\theta_q(B) = 0$ 之根落在單位圓之外時, 則模式為可逆 ($|\theta_q| < 1$)。AR(p) 過程中, 若 $\phi_p(B)$ 之根落在單位圓之外時為不穩型; 將AR(1)過程 $\{X_t\}$ 而言, 則該模式為「可逆轉」。將AR(1)過程 $\{X_t\}$ 轉換為AR(∞)過程, 或將MA(1)轉換為AR(∞)過程, 則該模式為「可逆過程」。AR(1)過程為無限階移動平均過程MA(∞)之特例; 而MA(1)過程為無限階自迴歸過程AR(∞)之特例。因此, 在某種意義下, 為了精簡模式, 常藉以移動平均過程與自迴歸過程; 反之亦然。所以, 有時可進一步以移動平均與自迴歸過程來表示; 亦即當自迴歸過程與移動平均項MA(q)可同時採用時, 則稱之為「(p,q)階混合自迴歸與移動平均模式」(Autoregressive Moving Average Model of Order (p,q)), 可簡稱為ARMA(p,q)。對於取第d次差分後之數列模式而言, 係假設原始數列經取第d次差分後, 可轉為平穩型時間數列, 則可以ARMA(d, q)來表示; 如此之模式稱為「(p,d,q)階之整合自迴歸與移動平均模式」(Autoregressive (p,d,q) Moving Average Model of Order (p,d,q)), 簡稱為ARIMA(p,d,q); 其中p表示自迴歸階數, d表示差分次數, q表示移動平均階數。

四、案例分析

過去國際間曾統一以1901~1930年之30年作為標準值; 爾後改為1931~1960年; 近來則以1951~1980年, 或是1950~1979年之30年為標準。WMO又建議統一採用1961~1990年之30年為標準。一般而言, 30年是一個長短適中的時期, 既方便; 且由於氣候振動週期通常小於30年, 30年平均仍有一定之穩定性。但對於較長期之趨勢, 必須取更長之時期, 才能過濾一些短期振動, 以顯現較清晰之長期變化。

台灣地區有紀錄可查之氣候資料, 為1897年開始觀測之五個測站(註1); 其觀測紀錄, 因資料遺漏之情況, 以恆春站之紀錄較為完整; 因此, 中央氣象局恆春氣象站之月雨量資料進行分析。

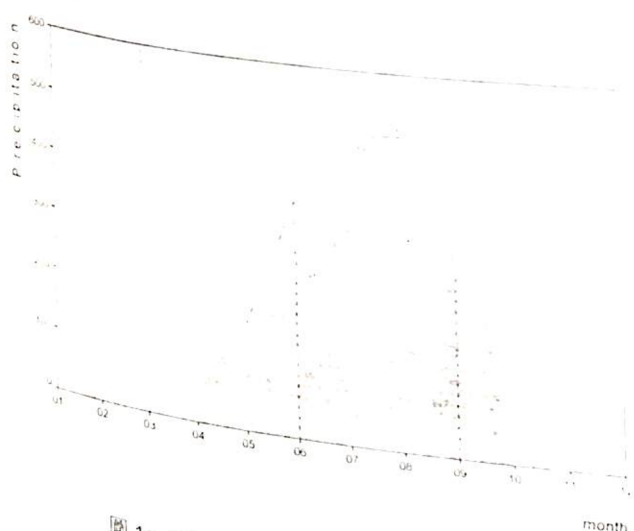


圖 1a 恆春月平均雨量分布(1897 01 ~ 1995 05)
單位: mm

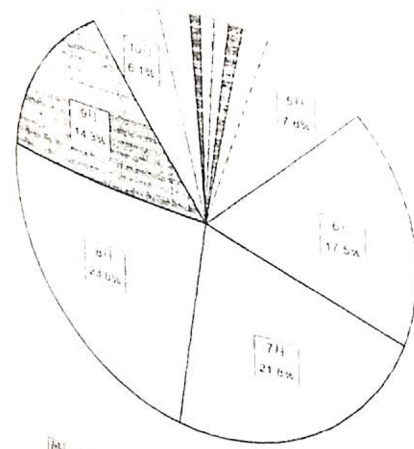


圖 1b 恆春月平均雨量圖形比例圖
10% 11% 12% 11% 12% 13% 4%

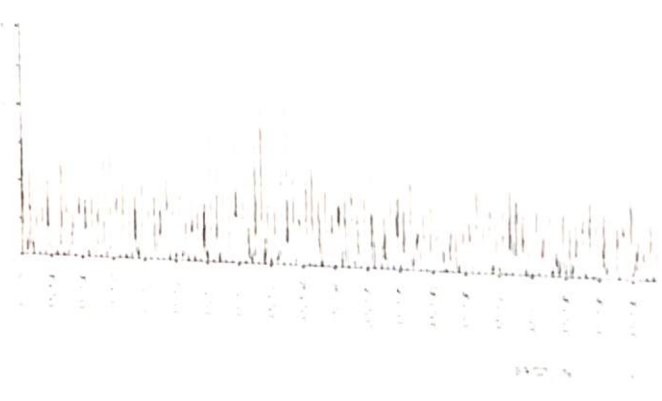


圖 2 恆春月雨量時間序列圖 (1897 ~ 1994)
單位: mm

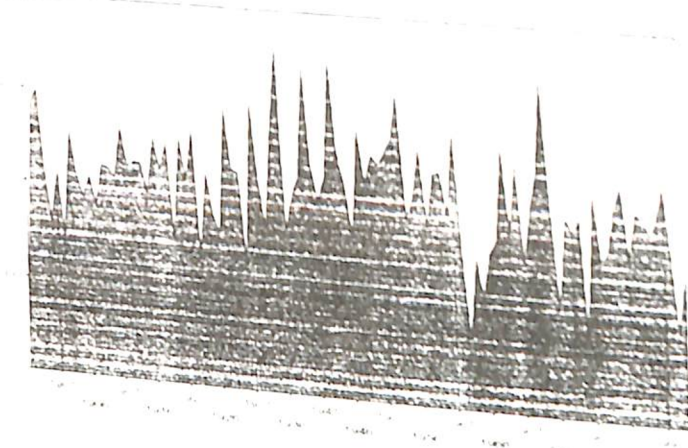


圖 3 恆春年終雨量時間序列圖 (1897 ~ 1994)
單位: mm

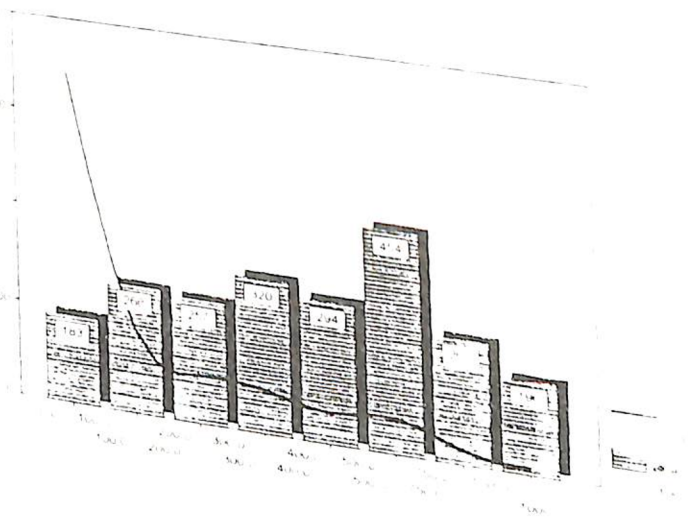


圖 4 恆春降雨分布 各區間所含月數與各月雨量
(1897 01 ~ 1995 05)

圖5為月雨量時間數列之自相關函數ACF落後1至60時期(月)之圖形；在落後12、25、35、47、及第60個月出現高峰值，亦即表示此時間數列約有一12(個月)左右之週期(即一年)。對於一個穩定型數列而言，其ACF於週期上之係數應為1(或-1)，其餘為0，此亦為最佳之預報模型；但現實之情況並非如此，週期內仍有不穩定之小擾動存在，必須應用MA、ARMA、ARIMA模式進一步處理，找出一個穩定的模式。

圖6及圖7為分別經過3個月及6個月移動平均，和一階差分處理後之結果。圖6a、7a已較為平滑，

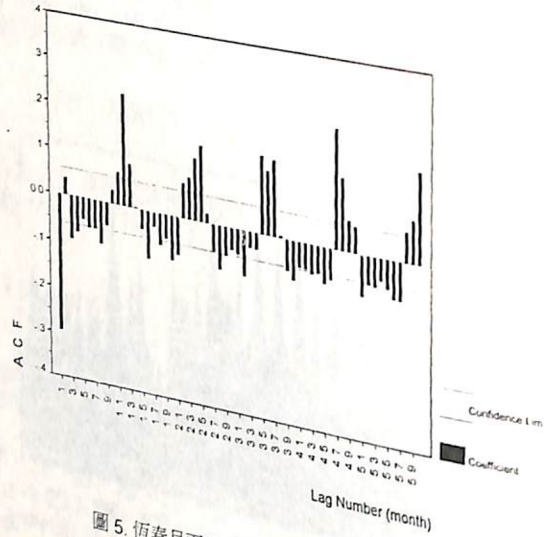


圖 5. 恆春月雨量ACF圖(Lag: 1~60)

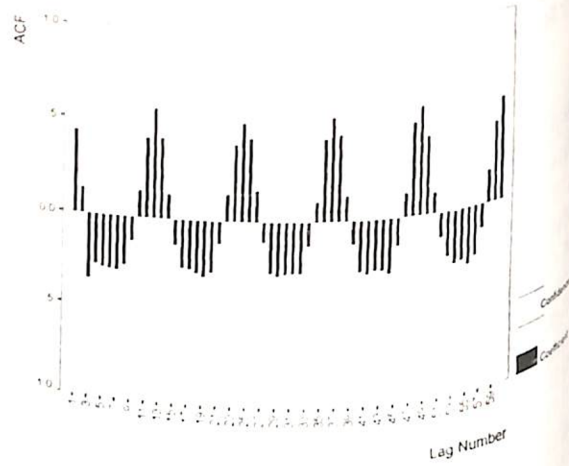


圖 6b. 恆春月雨量3個月移動平均ACF圖
Lag 1~60(Month)

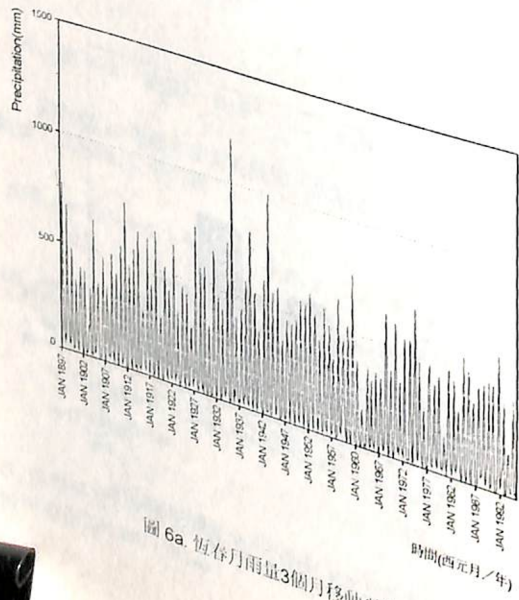


圖 6a. 恆春月雨量3個月移動平均圖

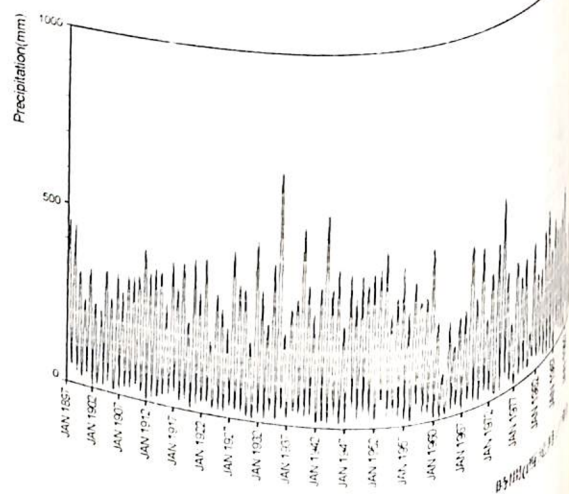


圖 7a. 恆春月雨量6個月移動平均圖

不過長期波動仍不明顯；圖6b、7b延遲時間60期(5年)之ACF圖，也可以看到週期(波長)為12個月波動，亦即有半年之「乾一雨」負相關；但改進不足。圖8為以12個月移動平均及一階差分處理後結果；圖8a極端降雨值已被平滑掉，已略能顯示長期趨勢；從圖8b之ACF圖中，在落後48個月有一高峰，顯示以長期趨勢而言，存在著4年期的週期。但在落後12個月時，則又有明顯之強(負)相關，可見對延遲1年之預報會較準確。雖然圖8b較穩定之趨勢，但仍有小擾動存在；以此作預報時，便有受其它月份控制之小擾動的不準確性，無法有100%之預報。

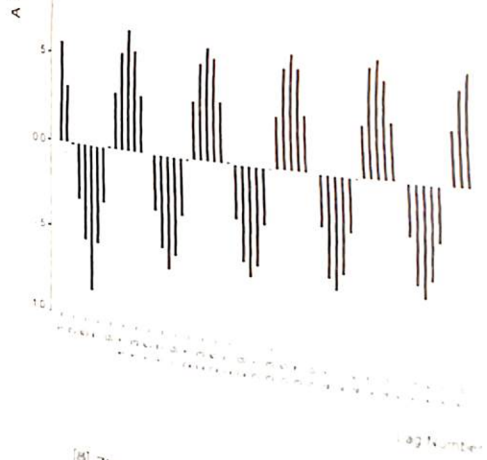


圖 7b. 恆春月雨量6個月移動平均ACF圖
Lag 1~60(Month)

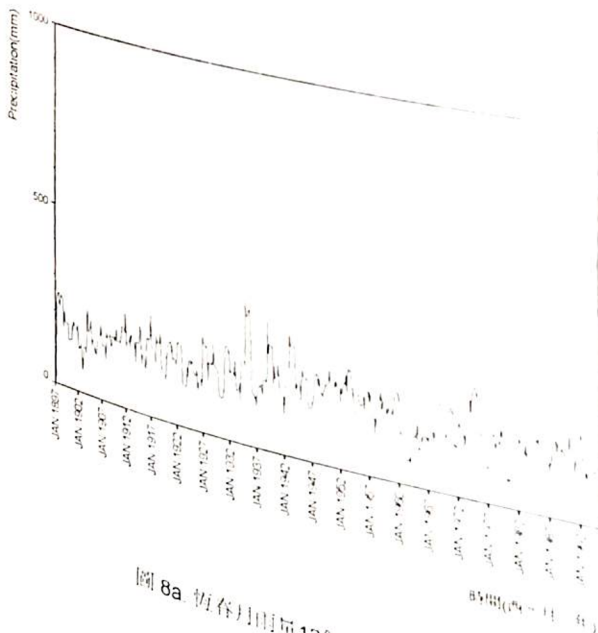


圖 8a. 恆春月雨量12個月移動平均圖

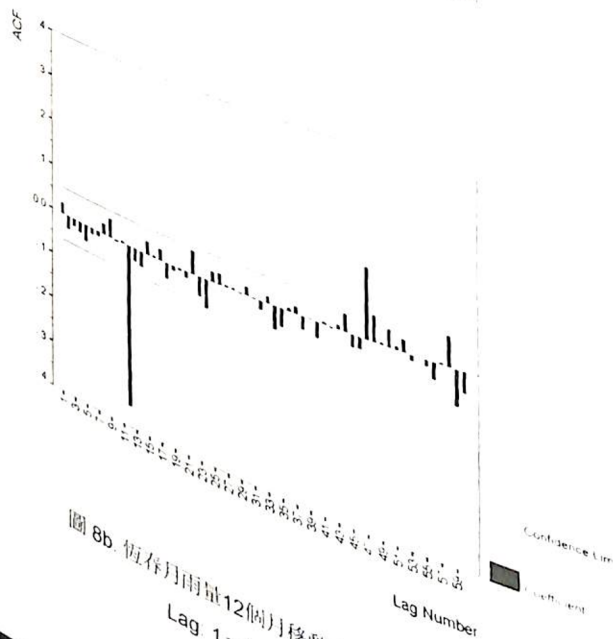


圖 8b. 恆春月雨量12個月移動平均ACF圖
Lag 1~60(Month)

ARIMA模型

ARIMA模型是時間序列分析中最常用的模型之一，其結構如下：

$$ARIMA(p, d, q)$$

其中， p 為自回歸階數， d 為差分階數， q 為移動平均階數。

圖6至8展示了恆春月雨量數據的處理過程。圖6a和7a分別展示了3個月和6個月移動平均的結果，使得數據更加平滑。圖6b和7b則是對應的ACF圖，顯示了週期的存在。圖8a展示了12個月移動平均的結果，進一步平滑了數據。圖8b則是對應的ACF圖，顯示了更長的週期。

在說明此過程時，應注意移動平均的應用。移動平均可以消除短期波動，但也會導致數據失真。因此，在選擇移動平均的長度時，應根據數據的特點進行調整。

【註釋】

註1：氣象局恆春氣象站所屬之恆春氣象站，始於1896年，中經1904、1955、1995年等四次遷移。現址位於恆春鎮，由台北市師範學院、省立中興大學、省立高雄大學等校共同經營。該站自1897年1月至1995年12月，共計98年，其中1939年7月的1926.4公厘，為該站歷史最高降雨量。資料中，1945年9月有「Missing value」，即因戰事影響未記錄。

註2：圖6至8展示了移動平均的處理過程。移動平均可以消除短期波動，但也會導致數據失真。因此，在選擇移動平均的長度時，應根據數據的特點進行調整。

【參考書目】

么枕生，1984：氣候統計學基礎，北京科學出版社。

尤衛紅、嚴華生、伍從斌，1995：月雨量的可預報性估算試驗，熱帶氣象學報，第11卷第1期。

李維鈞、于九如、楊靖春，1989：應用統計學，高等教育出版社。

何孝融，1985：統計學，台北美新圖書公司。

84年8月

張培臣

第144期

林茂文, 1992: 時間數列分析與預測, 台北華泰書局。

楊位欽、顧嵐, 1988: 時間序列分析與動態模型, 北京理工大學出版社。

胡仲英, 1977: 應用ARIMA模式對臺北市月平均溫度與總降水量的分析與預測, 氣象學報, 第二十三卷第三期。

黃嘉佑, 1990: 氣象統計分析與預報方法, 氣象出版社。

施仁杰、盧科學, 1988: 時間序列分析引論, 西安電子科技大學出版社。

Box George E. P., Gwilym M. Jenkins & Gregory C. Reinsel, 1994: Time Series Analysis Forecasting and Control, Prentice-Hall, Inc.

徐瑞玲, 1988: 時間數列模型建立之各種分析方法的比較與實證研究, 國立政治大學統計研究所碩士論文。

Montgomery Douglas C., Lynwood A. Johnson & John S. Gardiner, 1990: Forecasting & Time Series Analysis, McGraw-Hill, Inc.

戚啓勳、嚴夢輝, 1978: 氣象統計學, 台北復興書局。

Wei William W. S., 1994: Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods, Addison-Wesley Publishing Company.

張健邦, 1994: 統計學, 台北三民書局。
張紹勳、林秀娟, 1995: SPSS FOR WINDOWS統計分析一初等統計與高等統計, 台北松崗電腦圖書資料股份有限公司。

Time Series Analysis and Application by AR and MR Model

Pei-Chen Chang

Abstract

Long age time series analysis is applied to calculate large data problem, to represent the character of some fields. The weather record is the best dataset to study long range parameter trend and its interaction. In the domain of meteorology, Taiwan's 98 years precipitation record data can be used to study the time series. This paper clearly depicts the time series analysis by AR and MR model and its monthly prediction of 98 years Heng-Chun precipitation record data.