

亞洲區域 500 mb 環流型式與環流指標之 分析及 ARIMA 預報法之初步嘗試

王 時 鼎

空軍氣象聯隊氣象中心

(中華民國六十五年三月十二日收件，同年四月九日修正)

摘 要

本研究中，三種統計方法，即：調和分析，波譜分析，及自相關——移動平均模式經加應用。調和分析技術係用於亞洲「區域環流指標」兩次顯著由高轉低期間 500 mb 層上各波動分量之特性與動態研究。波譜分析係用以認定亞洲「區域環流指標」變化之盛行週期。互波譜分析技術亦經予以應用，以分析各緯度帶間環流指標變化之相互關係。另外，自相關——移動平均模式係用於與亞洲區域高空環流型式具有密切關係之「區域環流指標」變化之預測。上述各種方法之結果，經已給出。

一、前 言

本文之目的，在以調和分析，波譜與互波譜分析法分析高空環流型式及環流指標，並嘗試 ARIMA 預測法 (autoregressive integrated moving average) 對環流指標之預測。

二、藉調和分析法對高空西風中波動之客觀分析——以兩次環流指標顯著自高轉低情形為例。

(一)方法說明

此處係藉調和分析對北半球冬季沿 50°N 及 45°N 緯度圈 500 mb 等壓面上高度之分析，目的在求得各波動分量 (wave components) 之動態與特性。吾人均知，大氣高層擾動可大別為波數 1 至 3 及波數 4—7 兩類 (岸保勘一郎，1973)。前者稱「超長波」，主要係由山脈及陸海分佈所造成。後者稱「長波」。此處係就 1975 年兩次強烈寒潮爆發伴隨之環流指標顯著下降之例 (參見圖 12B) 所作研究報告。在 500mb 層沿整個 50°N 及 45°N 緯度圈上每隔 5° 經度取一高度數值，故全部 360° 經度，共 72 點。計分析至 24 個波，故調和或傅氏 (harmonic or Fourier analysis) 分析公式可寫之如下：

$$\Phi(\phi, \lambda) = A_0(\phi) + \sum_{n=1}^{24} (A_n \cos n \lambda + B_n \sin n \lambda)$$

此處 λ 為經度 (以弧度表示)， n 為波數，自 1, 2, …… 24。 A_0 為各分析之日該緯度圈上之平均高度值。 A_n 與 B_n 為波幅因子，而 $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ 即為各調和波之波幅。

(二)結果討論

圖 1 及圖 2 各為 1975 年 1 月 6—11 日 (稱例一) 及 1975 年 2 月 4—12 日 (稱例二) 500mb 層沿 50°N 及 45°N 線上之實際高度剖面 (實線) 與藉調和分析方法求出之 7 個調和波分量疊加後之曲線 (虛線)。各該圖係供核驗之用。藉各圖可見就該兩次區域環流指標 (sector circulation index, 參見筆者 1975) 顯著自高轉低期間 (參見各圖中約 140°E 處高度剖面變化) 實際與計算得出之高度極相符合。此指示此處所作分析結果與一般認為大氣中主要波數為 1 至 7 之結論一致。而此處是項研究最主要目的在就上述類似之兩例中。研究波數自 1 至 7 波動在亞洲地區之特性，動態各波間之相互作用及對全球性環流變化之影響等。

(A) 例一——1975 年 1 月 6—11 日之例

圖 3 為就例一中第一天 1 月 6 日 50°N 緯度線上波

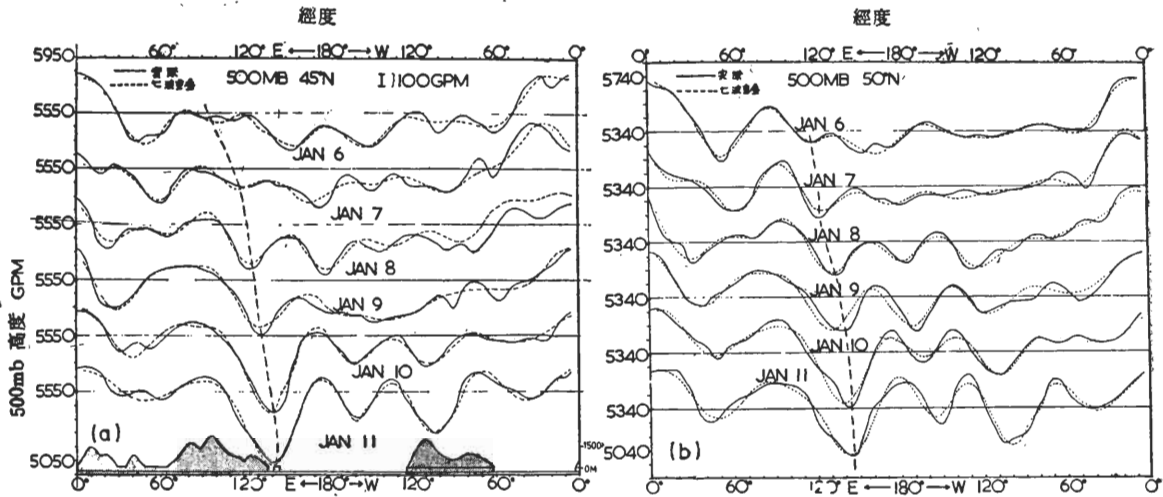


圖 1 1975 年 1 月 6—11 日「區域指標」顯著由高轉低期間 500 mb 層全球實際高度剖面（實線）與藉調和分析技術求出之 7 調和波分量疊加後曲線（虛線）之比較。注意環流型式轉變為低指標後，顯見波幅增大。（A）50°N 線上。（B）45°N 線上，

Fig. 1 The 500mb global contour profiles along (a) 50°N and (b) 45°N for Jan. 6-11, 1975, and the corresponding ones from the superpositions of 7 harmonic components based on harmonic analysis.

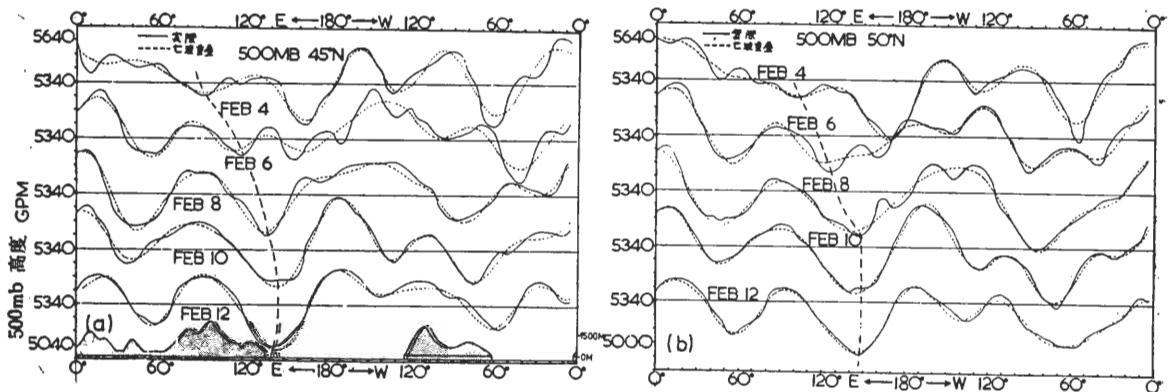


圖 2 1975 年 2 月 4—12 日「區域指標」顯著由高轉低期間 500 mb 層全球實際高度剖面（實線）與藉調和分析技術求出之 7 調和波分量疊加後曲線（虛線）之比較。注意環流型式轉變為低指標後，顯見波幅增大。（A）50°N 線上。（B）45°N 線上。

Fig. 2 The 500mb global contour profiles along (a) 50°N and (b) 45°N for Feb. 4-12, 1975, and the corresponding ones from the superpositions of 7 harmonic components based on harmonic analysis.

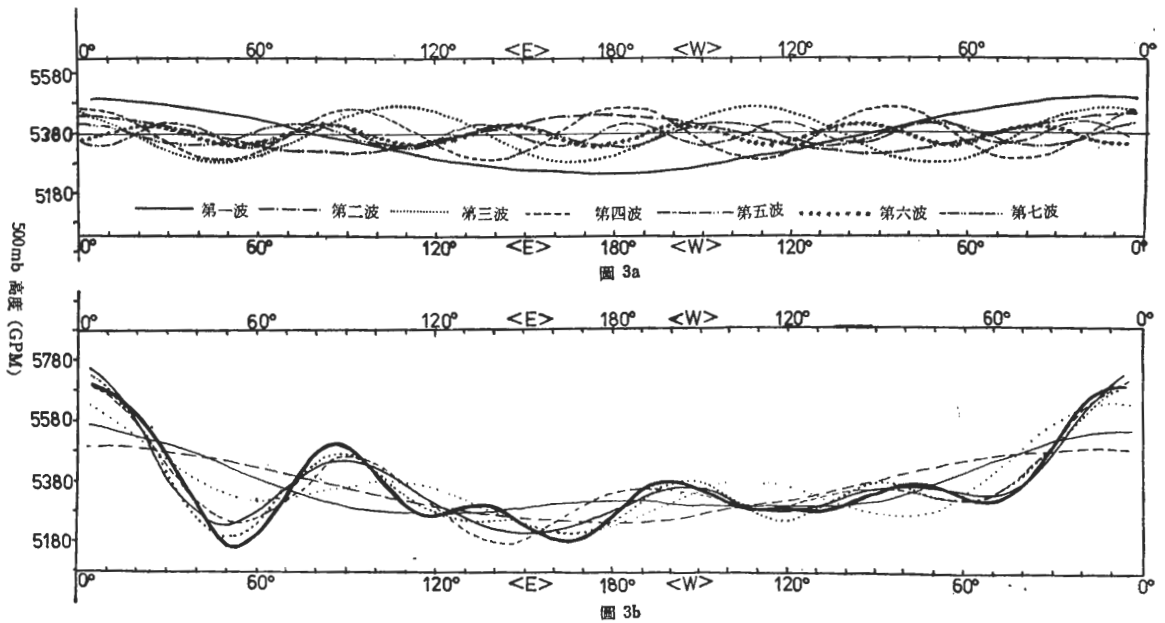


圖 3a 1975 年 1 月 6 日 500mb 層沿 50°N 線上全球實際高度剖面經作調和分析後所求得之第一波至第七波之各波型式。

圖 3b 圖 3a 中第一至第七波逐次疊加後之實際型式。圖中粗實線（其所代表之波參見圖 3a）為全部七波疊加後之高度剖面。與圖 1a 所示之實際高度剖面比較，可見其型式及高度數值均極一致。

Fig. 3a Patterns of first to seventh harmonic waves from harmonic analysis based on the 500mb contour profile along 50°N, Jan. 6, 1975.

Fig. 3b Patterns of the superposition from first to seventh harmonic waves, respectively, based on the 500mb contour profile along 50°N, Jan. 6, 1975

動自1—7調和波之分析實例。藉圖可見各波動之波幅及位置。圖4a為根據圖3步驟就例1中自6至11日沿45°N線上各調和波動分量之波幅及其在亞洲區域槽線位置逐日變化圖。圖4b為波數為1至7各波逐日波幅變化圖(各以細線或粗線表出)。藉圖4a及4b可見：

- (a)波數為 1 之波槽位置係沿 180°E 經度線左右擺動。較諸其他各波者，有最大之波幅。其波幅隨時間略減小。
- (b)波數為 2 及 3 之波，在東半球係各在 85°E 及 55°E 線上，向西移動，波幅隨時間減小，此項移動為超長波之共同性質。
- (c)波數為 4, 5, 6, 7 之波，移向為東。其中波數為 4, 5 及 6，亦即波長為 6000, 5000, 及 4000 公里之波係位於亞洲沿海，波幅均隨時間明顯增大。顯係造成區域指標由高轉低之原因。由斜壓不穩定 (Baroclinic instability) 理論，知在一般之大氣垂直穩定度下，上述之

波長最不穩定。而該次引起亞洲沿海高空波幅之增大，乃係由於寒潮爆發（此時有最顯著之斜壓度）造成（參見筆者1975）。

為便於研究波數為一至三之超長波，此處特根據 500mb 月平均圖 (U. S. Weather Bureau, 1952) 50°N 線上之高度剖面作出調和分析。其中1月與2月份各見表 1 與表 3。藉表可見，在平均圖上 1 月與 2 月均僅有三波，且三波槽線所在位置均相同，一在 175°W，一在 130°E，一在 45°E（最後兩波係僅給出其在亞洲區域之位置）。藉月平均圖上三波位置與上「例一」各波之位置相比較，波數為一者與平均圖上所示位置甚相一致，波幅則例一中略強。例一中之第三波槽線與平均圖上者亦相若，顯示此兩波動與海陸分佈或地形分佈有關。而平均圖上之第二波槽線係與例一所分析波數為 4, 5 及 6 之波所在位置，甚相一致。

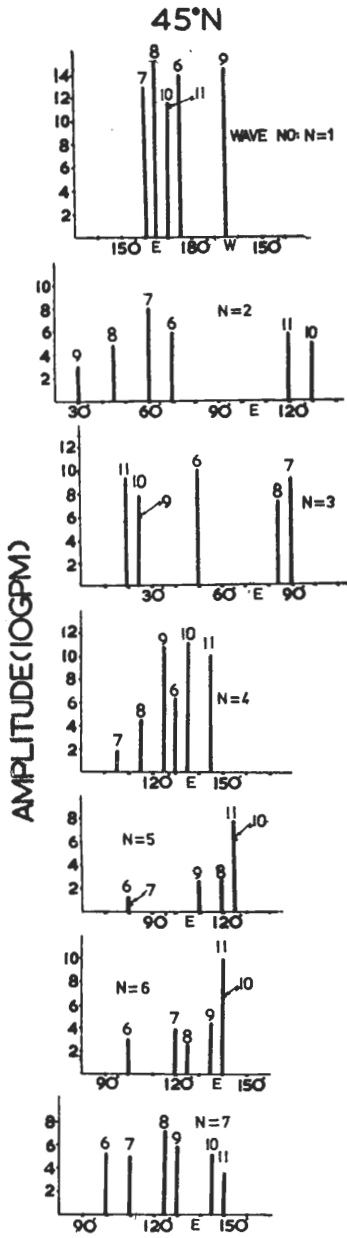


圖 4a

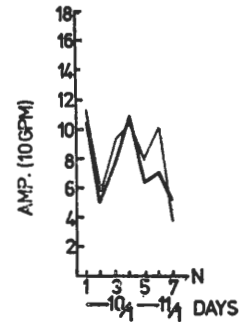
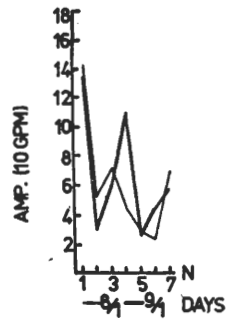
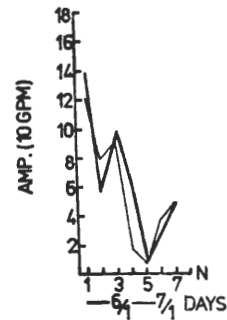


圖 4b

圖 4a 為圖 1a 實例中由於東亞寒潮南下造成指標急劇下降期間，45°N 線上各調和波分量之波幅及其在亞洲區槽線位置之逐日變化圖。

圖 4b 圖 1b 實例中波數為 1 至 7 各波幅之逐日變化圖。

Fig. 4a Daily positions and amplitudes of the dominant harmonic waves along 45°N from the case shown in Fig. 1a.

Fig. 4b Daily variations in amplitude of wave No. 1-7 from the case of Fig. 1a

表 1 1975年1月6—11日沿 50°N 線上 500mb 層各波動分量波幅與波數為 1 者之比較，以百分數表示。另並附根據歷史平均圖所得出者。

Table 1 Comparison in amplitude for wave numbers 1—7 at 500mb surface along 50°N latitude during the severe polar air outbreak on Jan. 6-11, 1975. Data for January from historical mean chart are also included.

日期 (1975)	6/1	7/1	8/1	9/1	10/1	11/1	1 月份平均圖	
平均值 (g. p. m.)	5379	5352	5350	5375	5390	5384	5260	位 波
第一波 波幅 (g. p. m.)	130	130	120	120	110	80	80	置 幅
波數 1 (%)	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	175°W (g.p.m.) 82.7
2	49.1	51.9	46.0	12.4	45.2	82.9	86.5	130°E 76.8
3	74.7	63.0	76.4	52.9	71.4	114.7	91.2	45°E 78.7
4	68.9	48.6	59.8	67.0	93.7	136.4	1.5	
5	31.0	23.1	30.2	56.7	54.3	116.9	1.6	
6	29.4	50.0	39.2	48.9	44.5	114.7		
7	31.1	46.2	53.3	36.9	45.6	74.6		

另外，此處茲就例一全部時間中之逐日各波動分量之振幅 (50°N 及 45°N 者) 與第一波者相比較，得出其資料如表 1 與 2。藉表 2 (45°N 者) 可見，該各時日第一波之波幅均為最大 (此處茲以 100% 表之，其絕對值則見圖 4)。於 1 月 6—8 日，亞洲沿海槽線未顯著加深前，其波動能量主要均僅集中於波數為 1 至 3 之超長波中 (並參見圖 4b)，第 4 至第 7 波之波幅均在第 1 波波幅之 25% 以下。及後亞洲沿海主槽加深，指標顯著由高轉低。第 1 及第 2 波平均言，能量減少但第 4、5、及 6 之波動能量則顯著增加 (參見圖 4b)。是否除因斜壓不穩定，由亞洲沿海主槽區之氣流升降運動造成大氣中位能對動能之變換外，並有各波數間波動能量交換同時存在，而造成緯流 (zonal flow) 至經流 (meridional flow) 之變化，有待進一步診察研究。

表 1 為 50°N 之情形，因在亞洲沿海高空主槽加深期內 (9—11 日)，與主槽相聯之低壓中心已移至 50~45°N 之間，50°N 線之波動分析已失去代表性，故未討論。但與表 2，45°N 者比較，各波數波幅之比仍甚一致。且第 4 至第 7 波波幅隨時間之增大 (因寒潮爆發冷平流造成者) 較之 45°N 者尤為顯著。

另外，藉此處之例可見 (圖 1a-b 500 mb 高度剖面圖)，該時日中，全球性指標均顯著由高轉低——實際亦即各波動波幅均隨時間增大——係由亞洲沿海因寒潮爆發主槽波幅增大開始。藉此亦可見亞洲區

域指標變化與全球指標變化關係之一斑，並可見本區域環流指標變化對全球指標變化之重要性。

(B) 例二——1975年2月4—12日之例

本例較諸例一1975年1月6~11日情形尤為複雜。此處茲列出該時日沿 50°N 線上各波動槽線在亞洲區域位置及其波幅逐日變化如圖 5a-b (該時日中與槽線相聯之低壓中心係均在 50°N 以北，故僅延用 50°N 之資料)，及沿 50°N 線上逐日各波動分量之波幅比較如表 3。藉圖及表可見：

(a) 波數為 1 之波幅變化極為劇烈。大略言，向西移時波幅減小，向東移時，波幅增大。理由未明。其位置係以 2 月月平均圖上地形槽位置 (175°w 經度線上，見表 1) 為中心左右擺動，幅度頗大。其中 8 至 9 日者跳動達 65 個經度。理由未明。

(b) 第 2 波位置與 2 月月平均圖上所示者甚一致。在該時日中，幾完全滯留。

(c) 第 3 波位置亦與 2 月月平均圖上者略一致。

(d) 第 4 波給出一最佳之指示 (按 50°N 線上波數 4 之波長為 6000 公里左右)。發現在環流指標顯著降低期間 (亦即波幅增大期間，見圖 2a-b)，其位置均滯留於亞洲沿海 140°E 經線上，波幅之增加達兩倍以上。該波係與亞洲該一期間之強寒潮相聯。但由上述 (a) 中第一波波幅係隨時間減小，可能尚牽涉到各調和波間能量之交換。(參見圖 5b 及例一所述)。

(e) 第 5、6、及 7 之波槽位置均同第 4 波係在亞洲沿海，波槽相互重疊，故造成亞洲沿海區域槽線之迅速加深。

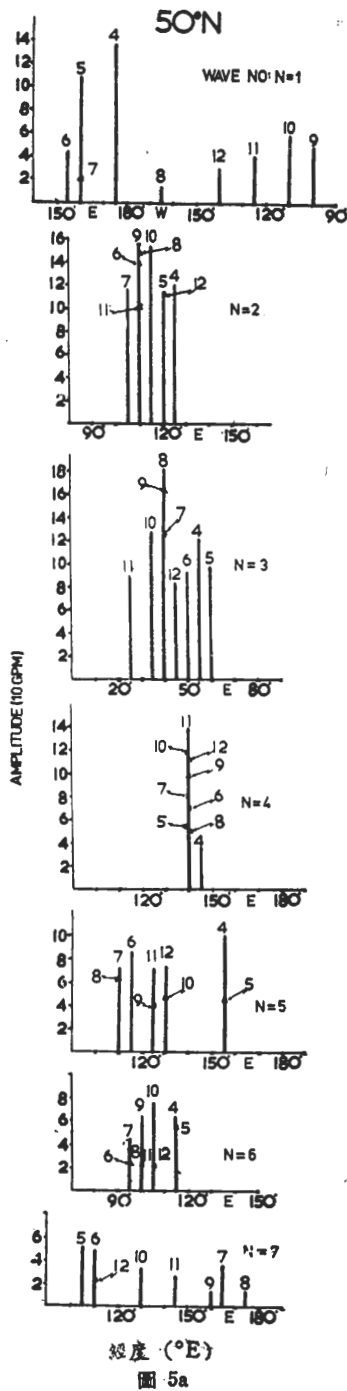
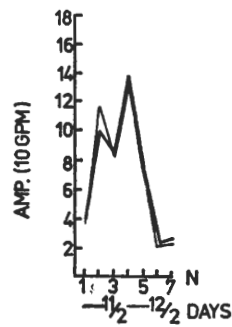
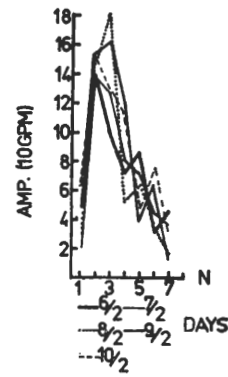
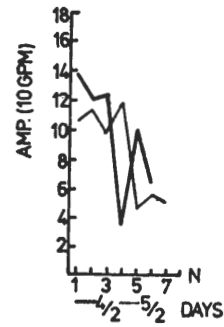


圖 5a



5b

圖 5a 為圖 2a 實例中 (亦同圖 1a, 同屬東亞寒潮爆發, 造成指標急劇下降), 沿 50°N 線上各調和波分量之波幅及其在亞洲區槽線位置之逐日變化圖。

圖 5b 圖 2a 實例中波幅為 1 至 7 各波波幅之逐日變化圖。

Fig. 5a Daily positions and amplitudes of the dominant harmonic waves along 50°N from the case in Fig. 2a.

Fig. 5b Daily variations in amplitude of wave No. 1-7 from the case of Fig. 2a.

表 2 1975年1月6-11日沿 45°N 線上 500mb 層各波動分量波幅與波數為 1 者之比較，以百分數表示。
Table 2b Comparison in amplitude for wave numbers 1-7 at 500mb surface along 40°N latitude during the severe polar air outbreak on Jan. 6-11, 1975.

日 期 (1975)	6/1	7/1	8/1	9/1	10/1	11/1
平均值 (g. p. m.)	5450	5454	5449	5405	5438	5455
第一波 波 幅 (g. p. m.)	140	130	150	150	110	120
波 數 1 (%)	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2	17.3	33.8	10.1	4.2	19.5	24.6
3	50.6	50.1	21.9	17.8	48.9	61.2
4	20.2	2.1	8.41	55.2	99.3	76.0
5	0.7	0.2	3.5	3.9	33.1	45.0
6	4.6	8.8	2.8	9.0	38.2	70.3
7	13.9	15.8	21.8	6.6	22.1	10.9

(f)本例亦說明一項重要事實，全球性指標轉低係由亞洲開始(見圖 2)。例一情形亦同。

以上係屬亞洲區域高空環流指標循環最重要階段

(由高轉低)兩例藉調和分析技術之助對各波動分量之研討。有關該技術對大規模天氣程序變化之應用，僅討論至此為止。

表 3 1975年2月4-12日沿 50°N 線上 500mb 層各波動分量波幅與波數為 1 者之比數，以百分數表示。其值小於10%者略去。另並附根據歷史平均圖所得者。

Table 3 Comparison in amplitude for wave numbers 1-10 at 200mb surface along 50°N latitude during the severe polar air outbreak on Feb. 4-12, 1975. Data for February from historical mean chart are also included.

日 期 (1975)	4/2	5/2	6/2	7/2	8/2	9/2	10/2	11/3	12/2	500mb 歷史圖月平均值	
平均值 (g. p. m.)	5312	5347	5341	5298	5235	5314	5311	5312	5255	5270	位 波
第一波 波 幅 (g. p. m.)	140	110	40	20	10	50	60	40	30	80	置 幅
波 數 1 (%)	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	175°W (g.p.m.) 83.7
2	87.7	106.5	332.2	557.7	139.2	320.5	264.6	254.5	389.6	91.4	130°E 80.1
3	87.7	90.9	218.7	604.0	402.9	338.5	219.5	222.7	286.4	96.0	45°E 82.5
4	26.9	58.9	163.4	389.9	424.1	219.0	203.2	346.0	388.8	2.6	
5	73.8	40.6	205.7	352.0	500.4	83.8	79.2	181.2	263.5	0.5	
6	45.8	53.8	69.9	211.6	278.9	134.0	131.1	62.3	78.6		
7		47.7	112.1	166.9	107.1	28.3	56.7	64.9	76.8		
8	16.9	22.8	87.0	211.2	109.0	29.4	19.9	61.1	24.3		
9	10.8	21.8	53.2	102.2	200.8	55.5	12.6	40.4	37.6		
10	14.6	14.9	24.2	106.5	173.9	12.4	10.2	72.0	50.1		

三、亞洲區域緯流指標之「波譜」與「互波譜」分析——指標循環預報問題討論
有關西風帶緯流指標之波譜分析，早有嘗試。

Panofsky 及 Wolff (1956) 曾對全球性之西風指標作過此一方面之研究。及後 Julian (1966) 並就西半球 700mb 之緯流指標作「互波譜分析」。前者

之分析發現中高緯度 (40°N 及 60°N) 之此項指標有一約25天之週期，低緯 (25°N) 者之週期可能更長。後者指出，上述該項週期並不顯著，可能指標循環並無特定之盛行 (preferred) 週期存在，而係在一更大之週期領域中。此處目的擬就亞洲區域之各緯度帶緯流指標藉波譜 (spectrum) 及互波譜 (cross spectrum) 分析技術就各緯度之指標循環週期，及交互關係作一調查。

(一) 分析技術簡介

波譜分析 (spectral analysis) 目的，在指示有多少頻率或週期之不同波動造成實際之指標值之時間變化。此項波譜之計算係自指標之自協變係數

(auto covariance coefficients) 之求得，而後再作傅氏變換 (fourier transform) 再經修滑 (smoothing) 得出。協變函數 (covariance

function) 可定義為 $R_{12}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t-k) dt$ 。式中 $R_{12}(k)$ 為時間數列 $f_2(t)$ 與 $f_1(t-k)$ 之互協變函數 (cross-covariance function)。若 $f_1(t)$ 與 $f_2(t)$ 相同時，則此協變函數是為 $f_1(t)$ 之自協變函數。自協變函數為時滯 (time lag, k) 之函數。其所示之尖峯 (peak) 代表週期性波之存在。但其相關性的判別，受到很大限制。因此而發展以波譜分析代替相關分析。係將定義域 (domain) 為時滯的協變函數以傅氏變換之方式，轉變為定義域以頻率或週期的波譜函數 (spectral function)。自協變函數為一偶函數 (even function)，故其傅氏變換為一實數，是為波譜。而兩時間序列 (此處為不同緯度帶之逐日指標值) 之一般關係可藉「互相關」技術求得。但一時間數列相對於另一時間數列如有一時滯存在，或某一頻率有一正相關，而另一者有一負相關等較複雜關係時，則需用互波譜 (cross spectrum) 分析技術以求之。互相關函數既非奇函數 (odd function)，亦非偶函數，但吾人可令其為一奇函數及偶函數之和。偶函數之轉換為實數，稱 cospectrum。奇函數之轉換式為純虛數，稱 quadrature spectrum。

(二) 所用資料

波譜分析基本上需要穩定 (stationary) 之時間數列，而氣象資料無可避免地將顯有季節變化，但筆者 (1975) 發現自11月至翌年2月間指標資料之十年候(5)日平均值，均甚平穩。且該時間之長年月平均

值及實際資料與月平均值之偏差，亦均略相若，故相對言可視為穩定之資料。另外，因各年冷季指標循環之週期及幅度間或不同，故此項分析係分年行之。計分：

- (1) 35°N—55°N 之指標值，共4年：
 - 1971年11月~1972年2月
 - 1972年11月~1973年2月
 - 1973年11月~1974年2月 (見圖12A)
 - 1974年11月~1975年2月 (見圖12B)
- (2) 65°N—55°N, 55°N—45°N, 45°—35°N 及 35°—25°N 之指標值各兩年：
 - 1973年11月~1974年2月
 - 1974年11月~1975年2月 (見圖9)

(三) 分析結果

- (1) 波譜分析 (spectrum analysis) 結果——圖 6a—d 為上述4年指標資料所得之波譜估計。藉圖可見1971至1973之多月內，西風中緯流指標有一為期15天之週期，其次並有為期一週之週期。深有興趣者，此項分析與俞氏 (1975) 所作對我國區域寒潮週期完全一致。而1974年多月之情形，則顯見不同。明顯可見有兩盛行 (preferred) 週期存在。一為30天，一為10天。核對該年多月實際指標循環，亦可見最多略為30天，即為期約一月之指標變化週期 (見圖 12b)。藉上四年多月指標之波譜分析，顯示了預報之實際問題，即每年指標變化週期不必一定一致，但當區域指標變化週期特別反常時，該區域之環流與氣候亦必有着相似的反常結果。
- (2) 互波譜分析 (cross-spectrum analysis) 結果——此項互波譜分析係根據四緯度帶之指標資料作出。圖 7 各為上述四緯度帶 (65°—55°N, 55°—45°N, 45°—35°N 及 35°—25°N) 之 1973 與 1974 多月波譜估計。藉圖可見各緯度指標循環盛行週期均多出入。例如 65°—55°N 者略以一週之週期最多，該兩年多月均不例外。45°—35°N 緯度帶間者略以兩週者為顯。35°—25°N 者亦略可見為期兩週之指標循環週期；此略與一般寒潮之週期相若 (俞氏1975)。圖 8a—c 依次為 65°—55°N 與 55°—45°N, 55°—45°N 與 45°—

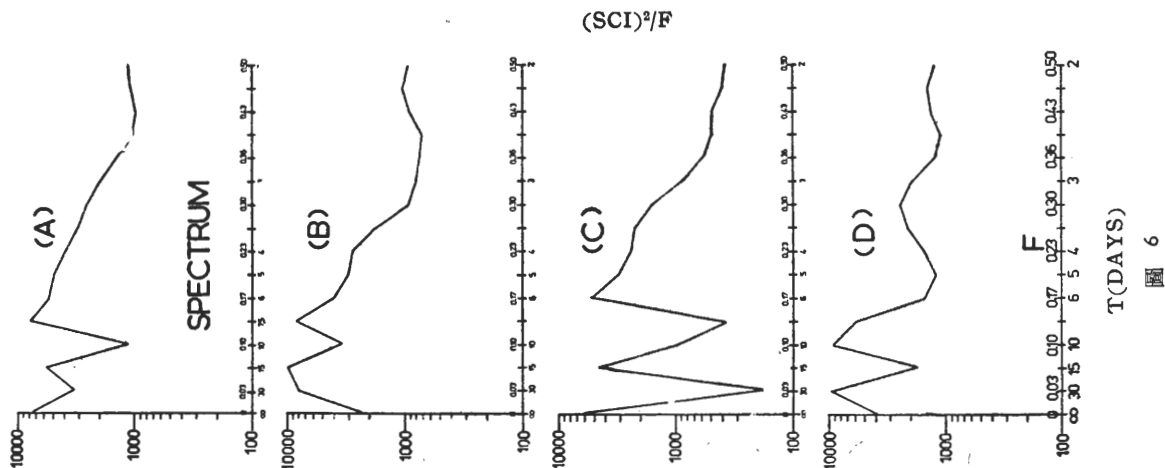


圖 6

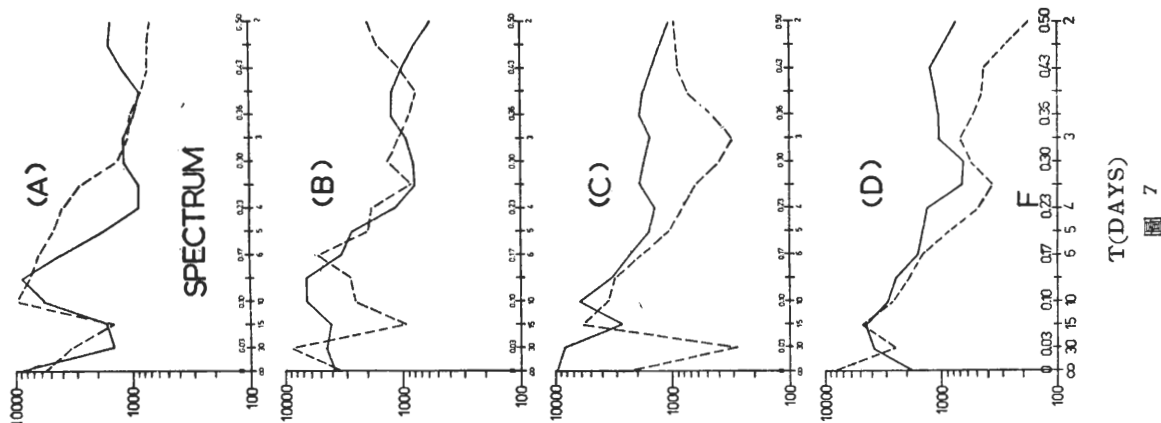


圖 7

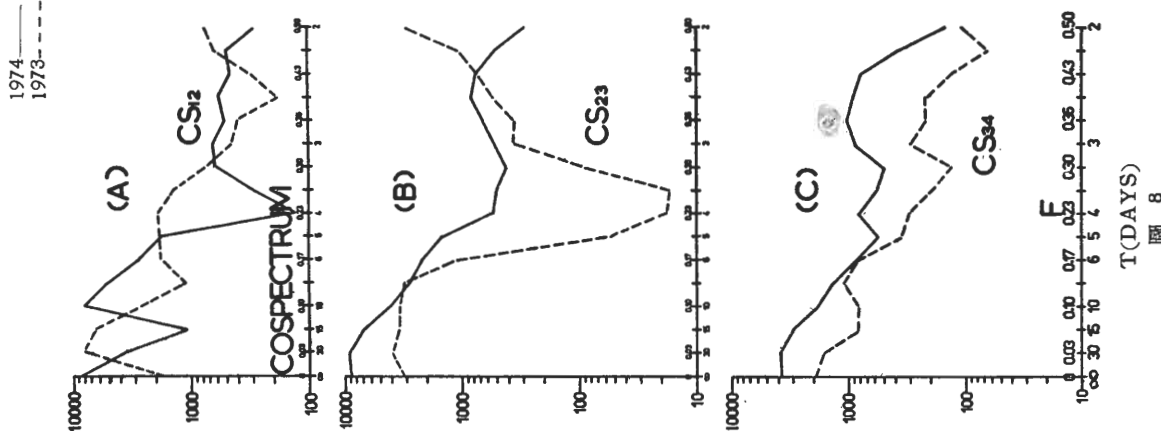


圖 8

圖 6 1971—1974 年冬月 (11 月至翌年 2 月) 環流指標值所得之波譜估計。橫坐標為頻率及週期 (天)，縱坐標為波譜以對數表示。

(A) 1971 年 11 月~1972 年 2 月 (B) 1972 年 11 月~1973 年 2 月
(C) 1973 年 11 月~1974 年 2 月 (D) 1974 年 11 月~1975 年 2 月

圖 7 就圖 9 所示四緯度圈上環流指標值所得之波譜估計。

圖 8 就圖 9 中資料所作兩緯度帶間指標之互波譜估計。

(A) 65°—55°N 與 55°—45°N (B) 55°—45°N 與 45°—35°N
(C) 45°—35°N 與 35°—25°N

Fig. 6 Spectral estimates of Asian sector circulation index (S. C. I.) for the cold season 1971-1974.

Fig. 7 Spectral estimates of the S. C. I. for different latitude belts from the data in Fig. 9

Fig. 8 Cospectral estimates of the S. C. I. for different latitude belts.

35°N, 及 45°—35° 與 45°—25°N 緯度帶間兩年冬月指標之互波譜估計, 各以 PC_{12} , PC_{23} , PC_{34} 表示。藉各圖可見 1973 年冬月 PC_{12} 之盛行週期 (preferred period) 為 30 天, 而 1974 年為者 10 天。而其相位差

均為正一為正 30°, 一為正 120°, 即 65°—55°N 指標波動相位係位於 55°—45°N 者之前 (並可參見圖 7a)。就 PC_{23} 及 PC_{34} 而言, 似無盛行之共同週期, 可能其週期係在一更大之領域中 (Julian, 1966)。

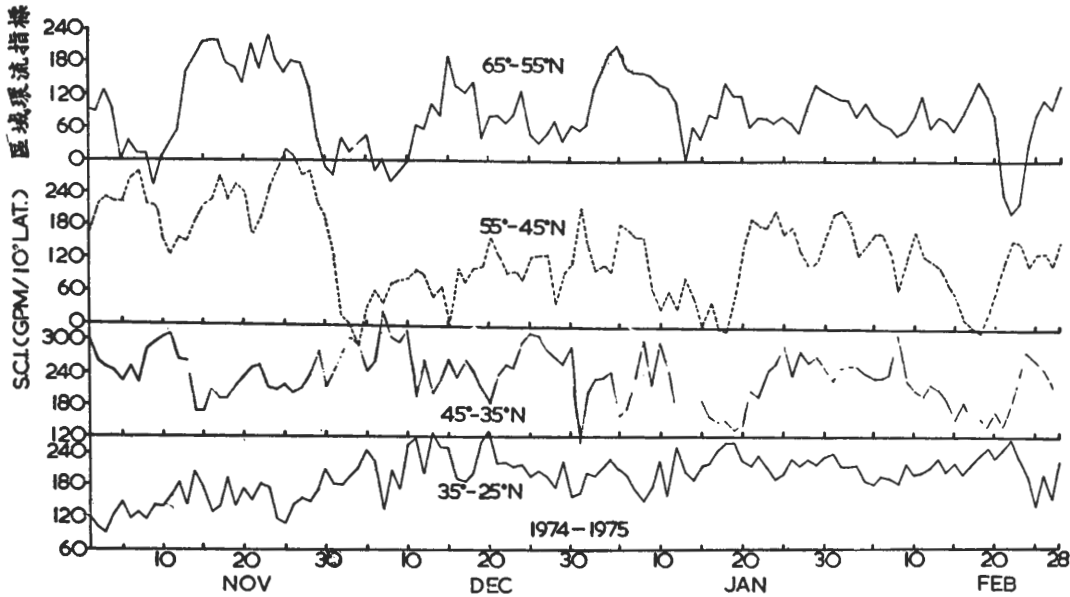


圖 9 1973 及 1974 年冬月 (11 月至翌年 2 月) 65°N—55°N, 55°N—45°N, 45°N—35°N, 35°N—25°N 四緯度帶中之環流指標統計。

Fig. 9 Sector circulation index data for latitude belts of 65°—55°N, 55°—45°N, 45°—35°N and 35°—25°N, respectively. (a) 1 Nov. 1973 to 28 Feb. 1974. (b) 1 Nov. 1974 to 28 Feb. 1975.

四、ARIMA 對亞洲區域環流標預測之嘗試

此處之目的, 期望能發展一項方法預測亞洲區域西風環流指標 (sector circulation index) 之未來變化。由筆者 (1975) 研究報告可知, 此項「區域指標」之預測與本區域高空環流及臺灣天氣之預測有密切相關, 此處係採 ARIMA (autoregressive integrated moving average) 方法, 以下茲分節說明。

(一) 方法簡介

本項 ARIMA 方法 (參見 Box and Jenkins, 1972) 曾由彭立 (1973) 應用於氣象預報問題中。其係利用連續函數之分立時間數列 (discret time series), 藉自相關及部份自相關函數 (autocorrelation and partial autocorrelation functions) 之應用, 以建立以下之預報模式:

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

$$Z_t - a_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\text{式中 } W_t = \nabla^d Z_t, \quad d = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} \quad (4)$$

$$\nabla^2 Z_t = \nabla (\nabla Z_t) = \nabla (Z_t - Z_{t-1}) = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \quad (5)$$

$Z_t - a_t$ 為物理量之預報值

a_t 為紛擾 (white noise or random shock), 係自一固定分佈 (fixed distribution) 中之獨立任意擾亂

ϕ_i ($i = 1, 2, \dots, p$) 表待決定之係數

θ_i ($i = 1, 2, \dots, q$) 表待決定之係數

Z_{t-i} ($i = 1, 2, \dots, p$), 表第 i 天前該物理量之觀測值。

例如: Z_{t-1} , Z_{t-2} 表當時物理量之前一天 ($t-1$) 及前二天 ($t-2$) 數值。

a_{t-1} , a_{t-2} , \dots 表前一天 (a_{t-1}) 及前二天 (a_{t-2}) 之紛擾 (white noise)。

構成上式之基本認識為：一物理量之過去變化係為該物理量未來變化之主流。該物理量的預報模式 (forecast model) 可藉其有限的 (finite) 過去值之權重和 (weighted sum)，再加上有限的過去各時間之不規則擾亂值之權重和而作成。至於項數之選取 (即 p, q 值之決定)，則利用自相關曲線及部份自相關曲線以決定，自相關公式可寫成

$$\rho_K = \frac{R_K}{R_0}, K = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

式中： ρ_K 為第 K 個時滯 (time lag) 之自相關函數。
 R_K 為時滯 K 之自協變 (autocovariance)，其可寫為：

$$R_K = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-K} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+K} - \bar{Z}),$$

$$K = 1, 2, \dots \quad (7)$$

其中 N 為物理量 (Z) 之次數， \bar{Z} 為平均值。
 R_0 為當時，亦即 K=0 時之值。部份自相關公式可寫成：

$$\phi_{p+1,j} = \phi_{p,j} + \phi_{p+1,p+1} \phi_{p,p-j+1}, j = 1, 2, \dots, p \quad (8a)$$

$$\phi_{p+1,p+1} = \frac{\rho_{p+1} - \sum_{j=1}^p \phi_{p,j} \rho_{p+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_{p,j} \rho_j} \quad (8b)$$

式中 $\phi_{p+1,p+1}$ 為 p+1 個時滯的部份自相關值。
 ARIMA 預測方法之關鍵問題，在 (p, d, q) 值之決定。

p 代表 Autoregressive 程序之階 (order)，即 AR (p) (參見式(2))

d 代表 Intergrated, 即 I (參見式(2)(3)(4)(5))
 q 代表 Moving average 程序之階，即，MA (q) (參見式(2))

其中有關 p, q 值之決定，可由下述得之：

(1) 部份自相關曲線在第 p 個時滯後急降趨近於零，在 p 時之部份自相關函數值需在兩倍標準偏差 (standard deviation) 值之外為有意義 (參見圖11)。

(2) 自相關曲線在第 q 個時滯後急降趨近於零，在 q 時之自相關函數值需在兩倍標準偏差值之外為有意義 (參見圖11)。

關於 d，若一時間數列跳動劇烈無法求得其解 (此亦即非穩定之情形) 時，可用該物理量前後值之差造成一新數列，經此規整 (smooth) 然後求解。(參見式(2)(3)(4)(5))。

歸納之，ARIMA 模式可藉下述之圖 10 表示：

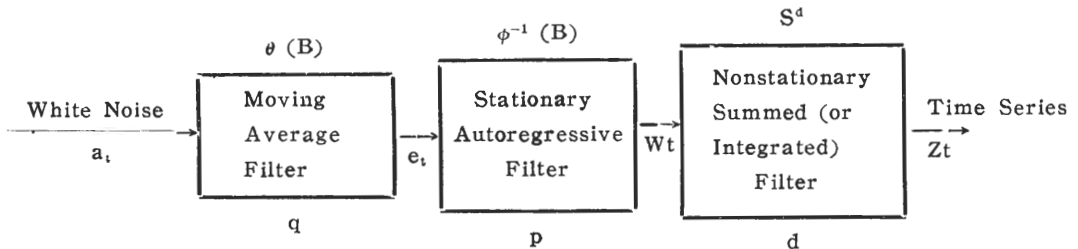


圖 10 ARIMA 預報模式圖解

Fig. 10 Block diagram for autoregressive integrated moving average (ARIMA) model

以上圖解則為上述(2)式之代表。圖解中：

$$e_t = \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} = \theta(B) a_t \quad (9)$$

$$W_t = \theta_1 W_{t-1} + \dots + \theta_p W_{t-p} + e_t = \phi^{-1}(B) e_t \quad (10)$$

$$Z_t = S^d W_t \quad (W_t = \nabla^d Z) \quad (11)$$

必須說明者，此處所用 ARIMA model 僅為初步之 model building，並未作 model 校正。

(二) 所用資料

統計方法之所用時間數列，基本上須具穩定 (steadiness) 性質，雖然 ARIMA 方法同時可適用於穩定 (stable) 及非穩定 (non-stable) 之原始資料。但為避免季節變化及日變化等效應影響分析結果，故此處僅用冬半年中之11月至2月共四個月之每日一次「區域指標」資料。時間為共四年之冬月，各為：

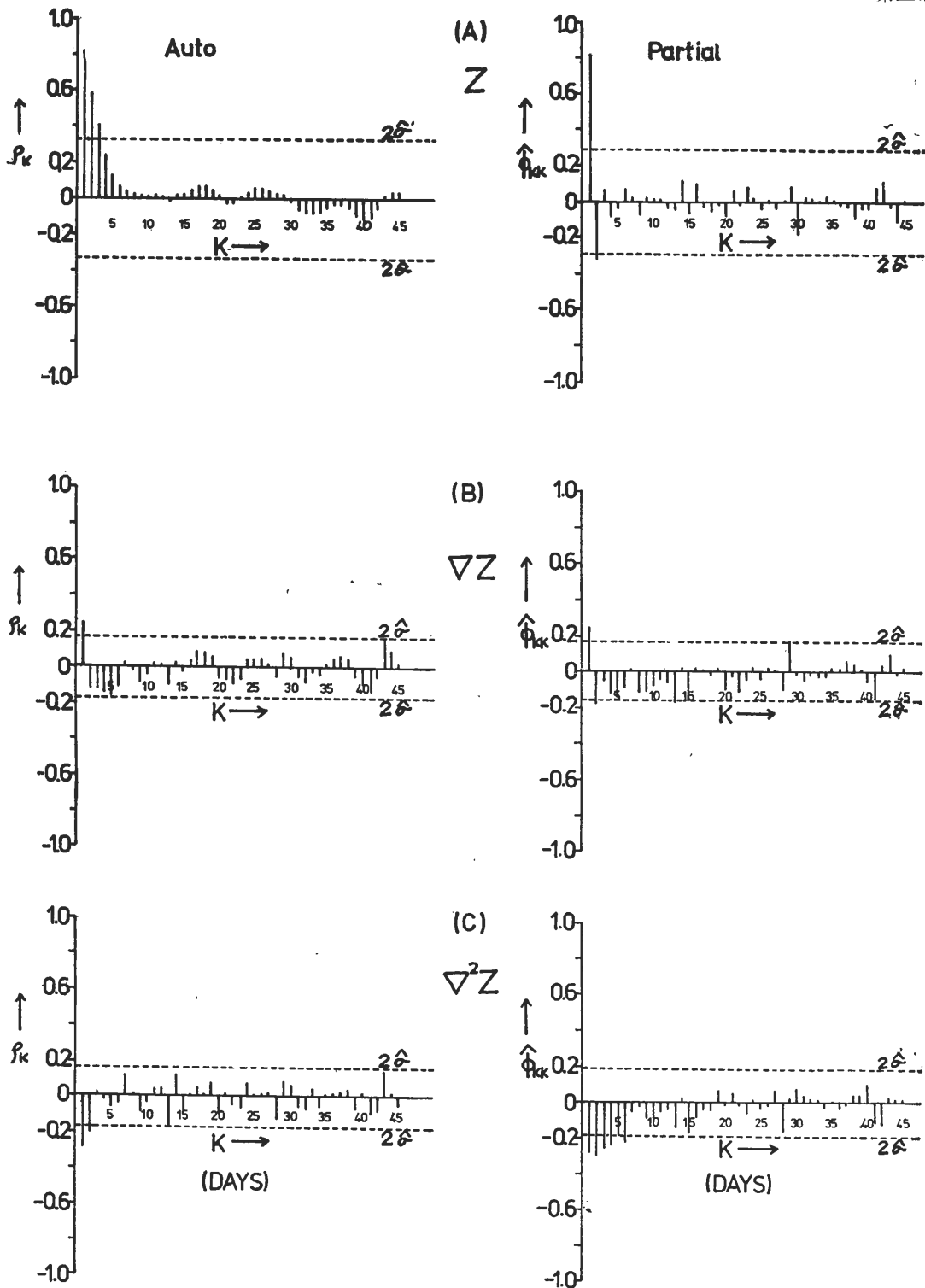


圖 11 藉 1973 年 11 月~1974 年 2 月區域環流指標 (S. C. I.) 資料作不同規整下所求得之估計自相關函數 (ρ_k) 及估計部份自相關函數 ($\hat{\phi}_{kk}$)。 (A) 藉原始值 (Z) 得出, (B) 作一次規整下 (∇Z) 得出。 (C) 作兩次規整下 ($\nabla^2 Z$) 得出。圖中虛線表兩倍標準偏差值 (2σ)。橫坐標為時滯 K (單位為天)。

Fig. 11 Estimated autocorrelations and partial autocorrelations of various differences of Asian sector circulation index, Nov. 1973-Feb. 1974

1971年11月——1972年2月 (圖略)
 1972年11月——1973年2月 (圖略)
 1973年11月——1974年2月 (參見圖12a)
 1974年11月——1975年2月 (參見圖12b)

該項資料係分兩組：其一將該四年資料視為一組時間數列，另一為分年行之，俾核驗逐年指標之週期與幅度容或不同之事實。

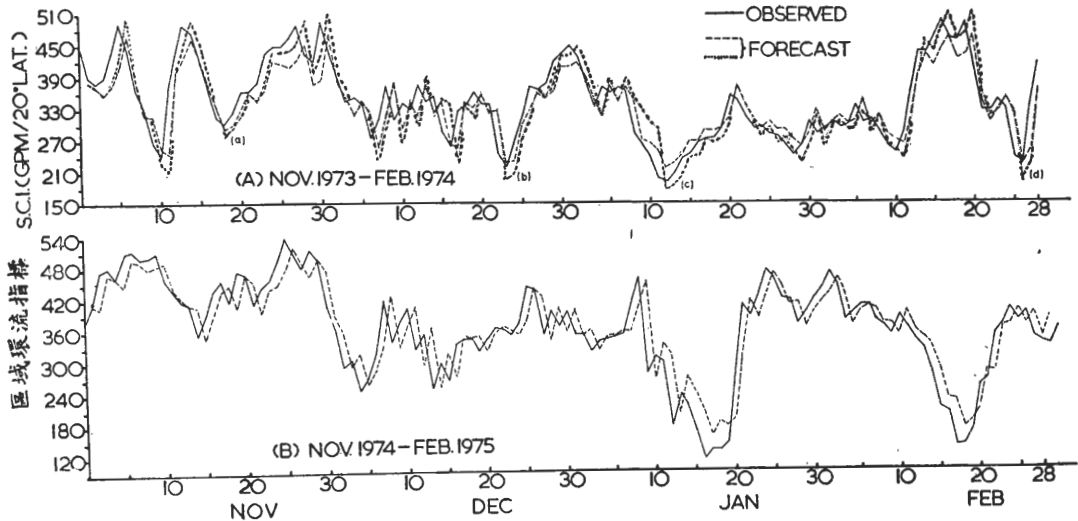


圖 12 藉 ARIMA 方法所求得 1973 至 1974 年冬月環流指標 (S. C. I.) 預測值及與實際值之比較——結果核驗。

(A) 1973 年 11 月~1974 年 2 月, (B) 1974 年 11 月~1975 年 2 月。

Fig. 12 Diagnostic checking of the goodness of fit for the ARIMA models of Asian S. C. I.

三) 結果與核驗

在未作結果討論前，此處先對藉 ARIMA 方法所得各預報模式歸納為表 4。

表中所列預報模式係根據上述(一)中之方法簡介。該各預報模式主要係藉各物理量之自相關函數， ρ_k ，及部份自相關函數， $\hat{\phi}_{kk}$ ，之演衍得出。圖11所示係為表中第四項1973年11月至1974年2月環流指標值資料(以 Z 表示)所求得之 ρ_k 及 $\hat{\phi}_{kk}$ 隨時滯 (K) 變化(圖 11a)，以及經一次規整 (smooth) (以 ∇Z 表示見圖 11b 與公式(4))及二次規整 (以 $\nabla^2 Z$ 表示見圖 11c 與公式(5))後之函數關係圖。該年資料所求得之預報模式經實際核驗(diagnostic checking) (見後述) 結果成效最佳。故特就該年之例對 ARIMA 之階 (p, q) 之決定，作一簡單說明。藉圖 11a 可見，自相關函數， ρ_k ，隨時滯 K (天) 之變化係呈衰退指數及正弦波 (damped exponential and sine wave) 之複合型，變化規則無突變現象，故可判斷 q 為零。而部份自相關函數，在時滯 2 以後急劇下降，其值均在 $2\hat{\sigma}$ (標準偏差) 以下，隨時滯並漸趨近於零，故可判斷 p=2。另外，圖 11a 中

資料，未經規整 (smooth or differencing)，故規整數 (degree of differencing)， $d=0$ 。是以該預報模式之階 (p, d, q) = (2, 0, 0)。在圖 11b 經過一次規整之資料中，無論自相關函數或部份自相關函數均呈有規則之「衰退指數與正弦波」複合型式，無特別有意義之點，故無解。圖 11c 經過二次規整之資料中，自相關函數於時滯 2 以後，急劇減小，

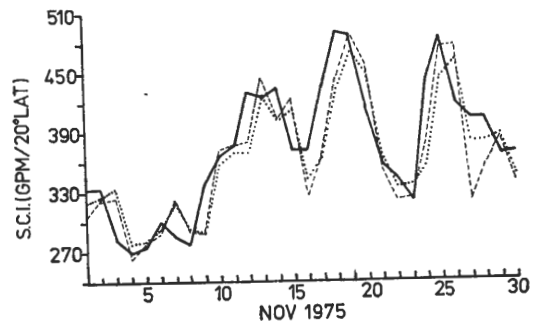


圖 13 根據表 4 中第四組兩 ARIMA 預報模式對 1975 年 11 月指標之客觀預報及其核驗。

Fig. 13 Use of the ARIMA models 4 (a)-(b) in Table 4 to the independent S. C. I. data of Nov. 1975 and their evaluations.

且其後之值均在兩倍標準偏差 ($2\hat{\sigma}$) 以下，故判斷 $q=2$ 。部份自相關函數隨時滯變化無突變現象，故可認定 $p=0$ 。而圖 11c 係經兩次規整，即 $\nabla^2 Z$ ，亦即 $d=2$ 。是以得出其另一預報模式之階為 $(p, d, q) = (0, 2, 2)$ 。再藉該兩預報模式之階經查表而得出如表 4 中(4)之兩預報方程式 (a) 與 (b)。

以上雖經作出各預報方程，惟是否適合，需作模式適應 (model fitting) 才能確定。此處經作實際資料核驗 (diagnostic checking) 發現，大部份預測均受過去趨勢之強烈影響，因此預報曲線與實際曲線間有明顯之相差 (phase difference) 產生。其中 1973 及 1974 年多月指標核驗結果見圖 12a 與 b (其他者從略)。1973 年多月環流指標之兩預測方程

，雖大部份亦有相差存在，惟深值注意者，該兩模式似均具有對指標顯著由低轉高之預報能力。藉圖可見其中有四次極端低指標升高時，兩預報模式均可示出 (見圖 12a 中之 (a) (b) (c) (d) 四點所示)。其中藉原始資料 (Z) 所作之預報模式 (即表中之 4a 式) 又較原始資料經作兩次規整 (即 $\nabla^2 Z$ ，亦即圖中斷點線) 作出者為佳。同時該兩預報模式之階無論 p, q 均屬二階 (order)。反之，其餘成效不佳之各模式，均屬一階，似不無關聯。蓋二階者係藉其兩次過去值作成，包括有曲線曲率變化之影響也。另外，此處並將表中經核驗成效較佳之 4 (a)–(b) 兩組 ARIMA 模式用於 1975 年 11 月指標之預測，結果見圖 13。甚值注意地，其成效一般言甚見良好。

表 4 環流指標之時間數列藉 ARIMA 方法所求得之客觀預報模式及其階之摘要
Table 4 Summary of ARIMA models fitted to the sector circulation indexes.

名 稱 (Title)	預 報 模 式 (Forecast model)	模 式 之 階 (p, d, q.) (Order of model)
(1) 四年多月環流指標值之和	(a) $\bar{z} = (Z_t - a_t) = 0.85 (Z_{t-1} - 371.5) + 371.5$ (b) $\bar{z} = (Z_t - a_t) = 2Z_{t-1} - Z_{t-2} + 0.7a_{t-1}$	(1, 0, 0) (0, 2, 1)
(2) 1971 年 11 月 ~ 1972 年 2 月指標值	$\bar{z} = (Z_t - a_t) = 89.1 + 0.77Z_{t-1} - 0.03a_{t-1}$	(1, 0, 1)
(3) 1972 年 11 月 ~ 1973 年 2 月指標值	$\bar{z} = (Z_t - a_t) = 103.1 + 0.74Z_{t-1} + 0.17a_{t-1}$	(1, 0, 1)
(4) 1973 年 11 月 ~ 1974 年 2 月指標值	(a) $\bar{z} = (Z_t - a_t) = 84.3 + 1.1Z_{t-1} - 0.35Z_{t-2}$ (b) $\bar{z} = (Z_t - a_t) = 2Z_{t-1} - Z_{t-2} - 0.93a_{t-1} - 0.3a_{t-2}$	(2, 0, 0) (0, 2, 2)
(5) 1974 年 11 月 ~ 1975 年 2 月指標值	$\bar{z} = (Z_t - a_t) = 59.4 + 0.84Z_{t-1} + 0.16a_{t-1}$	(1, 0, 1)

註： Z 表預測值， Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots 各表預測之日前一天及前二天觀測值， $a_t = Z_t - \bar{z}$ ， $a_{t-1} = Z_{t-1} - \bar{z}_{t-1}, \dots$ 各表預測之日及前一日之紛擾雜波 (white noise or random shock)。

由上討論可見，ARIMA 統計方法對環流指標客觀預測，雖屬初步嘗試，已可見有某種程度之成功。但所發現之缺點，則尚待我們進一步之研究與改進。

五、綜 合 結 論

(A) 藉調和分析 (harmonic analysis) 技術對兩次亞洲區域指標顯著降低之例分析：

(一) 亞洲區域指標之顯著降低時，可發現波數為 4–6 之波動，同時在亞洲沿海區域，並均為加深。其能量來源似由於斜壓不穩度所造成位能對動能之轉換。同時並發現 4–6 波動發展期間，波數為 1 之波幅係屬減小。似有各波動間能量轉換之相互作用存在。

(二) 有關 1–3 波動位置及強度係藉月平均圖之調和分析得出，以作上述兩例 (時間均為 1975 年，一為 1 月，一為 2 月) 分析之輔助。藉該項資料得出，1、2 月份波動之位置均為相同。第一波在 $175^\circ W$ ，第二波及第三波在亞洲區域者各位於 $130^\circ E$ 及 $45^\circ E$ 。

(三) 該兩次之例發現在指標未降低，亦即高指標期間，波動能量主要均係集中於波數為 1 至 3 之超長波中。

(四) 該兩例亞洲區域指標之降低，經分析均係由於中國區域之寒潮爆發。並發現隨後全球波動波幅均見增大。即在此情形下，全球性之指標下降，係先自亞洲開始。

(B) 藉波譜及互波譜分析 (Spectrum and cross-spectrum analysis) 技術得出：

(一) 1971—1974 年多月資料顯示，各年指標循環之盛行週期 (preferred period) 不必相同，計 1971—73 年均為兩週，1974 年冬季却為一個月。

(二) 各緯度帶之指標週期各有不同，而中高緯度共同之盛行週期逐年亦有別，惟可見共同盛行週期之相位，高緯度者均在中緯者之前。又根據 45° — 35° N 與 35° — 25° N 之互波譜分析發現並無盛行週期之存在。

(c) ARIMA 方法對指標曲線預報之應用：

經得出 5 組預報方程式，並加核驗。發現半數以上公式之預測結果受其過去趨勢之強烈影響，故有明顯之相差產生。有兩組公式成效尚佳，有預測指標顯著變化之能力。其原因並經加分析。

誌 謝

本研究蒙汪羣從博士，蔡清彥博士，陳泰然博士，俞家忠兄等撥冗作極有價值之討論；並蒙徐士哲，沈士傑，郭少衡諸兄為研擬計算機程式，並提供卓見；以及羅季康，趙友夔，謝維權，張儀峯，葉文欽，李俊盛，王邦蜀，諸兄協助有關資料之分析，統計，製圖及研究報告之謄寫，校對，均所衷心銘感，在此一併誌謝。又本研究報告，蒙國科會經費支援，賴以完成，在此特致最高之敬意。

參 考 文 獻

- 王時鼎，1975：臺灣冷季長期天氣預報法——高空環流與鋒面系統部份。空軍氣象聯隊氣象中心研究報告第 009 號。
- 岸保勘三郎，1967 (戚啓勳、周明德合譯，1973)：數值預報新論。臺北市維新書局。
- 俞家忠，1975：冷季氣壓系統及臺灣天氣客觀預報之研究——高壓部份。空軍氣象聯隊氣象中心研究報告 008 號。
- 彭立，1973：自回歸法 (ARIMA) 對臺灣地區月雨量預報之應用 (未發表)。
- Box, E. P. and G. M. Jenkins., 1970: *Time series analysis forecasting and control*, Holden Day, San Francisco
- Holton, J. R., 1972: *An Introduction to dynamic meteorology*, Academic Press, New York.
- Julian, P. R., 1966: The index cycle: A cross-spectral analysis of zonal index data. *Mon. Wea. Rev.* 94, 283-293
- Panofsky, H. A. and P. Wolff, 1956: Spectrum and cross spectrum analysis of hemispheric westerly index. *Tellus*, 9, 195-260
- U. S. Dept. of Commerce, Weather Bureau, 1952: Normal weather charts for the northern hemisphere.

A Preliminary Study on the Objective Analysis and Forecasting for Asian 500 mb Level Circulation Patterns and Circulation Indices

Shih-Ting Wang

Air Force Weather Central

Abstract

In this study three statistical methods are employed. These include harmonic analyses, spectral analysis, and the ARIMA (autoregressive integrated moving average) model. Harmonic analysis is used for the study of properties and behaviors of upper wave components during the periods of prominent high to low change in the Asian sector circulation index (S. C. I). The spectral method is used for identification of

preferred periods of the S. C. I. cycles. The cross-spectrum analysis is also applied to the S. C. I. in different latitude zones. The ARIMA model is used for predicting the change of the S. C. I. which bears close relationship to the Asian upper air circulation patterns. The results from these three methods are given.