

半隱式半拉格朗日法在雲模式中的應用

郭廷新¹ 曾忠一^{1,2}

¹ 國立台灣大學大氣科學系

² 中央研究院物理研究所

(中華民國八十三年八月二日收稿；中華民國八十三年八月二十三日定稿)

摘 要

本研究的主旨是將半隱式半拉格朗日法應用到二維可壓縮的平板對稱雲模式之中，希望通過半隱式半拉格朗日法優異的表現來改善模式的效率和解析度。雲模式採用 Lin *et al.* (1983) 的雲微物理參數化格式，考慮六種水質，其中有冰晶、雪和冰雹三種冰相質點。為了防止過飽和的發生，在模式中採用 Tao *et al.* (1989) 的非疊代冰水飽和調整技術。數值模擬分成三個實驗來進行，研究結果表明，風切對積雲的結構和演變有很重要的影響，在有垂直風切的環境條件下會導致傾斜的上升氣流，使得上升氣流中的降水質點能夠落出上升氣流，不會因為降水質點的拖曳作用而減弱了上升氣流的正浮力，維持穩定持久的對流運動。傾斜的上升氣流伴隨強烈的降水過程和特殊的降水結構引發強盛的下沉氣流，這種冷空氣下沉、外流造成密度流的特性，在陣風鋒面前緣舉升暖濕空氣引發了新胞的生成。模擬實驗也表明，並不是有風切存在的環境條件下就會有這種現象發生。

關鍵詞：半隱式半拉格朗日法，雲模式

一、前 言

積雲對流是相當複雜的大氣運動，由於尺度較小，因此無法以傳統的觀測技術來分析對流雲的內部結構。自從雷達加入觀測的行列，再加上各種觀測計劃的展開以後，對於對流雲三維的結構有了革命性的瞭解，同時也發現許多極富挑戰性的課題值得研究。無論從結構、運動和能量的觀點來看，積雲對流都表現出三維運動的特性。觀測研究也表明，環境風場、雲體空氣的運動和微物理過程三者之間有著強烈的交互作用。

在1960年以前著重於雲微物理過程的熱力模式和著重於雲動力過程的動力模式是各自發展的。1960年以後，氣象學家開始體認到雲微物理過程和雲動力之間有著強烈的交互作用，上升氣流的載水 (water loading) 和蒸發所產生的拖曳力和負浮力，顯著地影響對流雲的發展與演變

。另一方面，雲內空氣的運動控制了各類水質混合比的變化和質點的分布。而環境的垂直風切及溫濕廓線會影響雲的結構、對流的強度和積雲的生命期。因此，一個完備的積雲對流模式必須是能夠同時考慮環境條件、雲體空氣運動和微物理過程的統一模式。

爲了滿足上述的要求，大大地增加了對電腦計算速度和記憶空間的需求量，然而藉由引進快速且準確的數值方法將可提高模式的解析度並增加模式的完備性。Robert (1969)所提出的半隱式格式是一種無條件穩定的數值格式，可以增大預報的時間步長，在固定的預報時間中使用較少的時間積分次數。而Robert (1981)所提出的半拉格朗日法是一種以拉格朗日描述法爲基礎的時間離散化法，這種離散化法在時間步長大時仍可得到準確的預報結果。本研究就是要將半隱式半拉格朗日法應用到一個二維時間相依的雲模式之中。由於這種數值方法是無條件穩定的，而且相位誤差非常小，如此便可通過半隱式半拉格朗日法這種優異的表現來處理容許聲波傳播的彈性系統，而時間步長的選取不必因聲波的大相位速度而有所限制，只需要考慮準確度的因素。在將半隱式半拉格朗日法應用到雲模式之前，已經做過一維及二維的半拉格朗日數值實驗，證實了半拉格朗日法在效率及準確度上的優異表現，進一步的說明可參考曾和郭(1994)。

有關二維對流雲的模擬研究相當的多，Soong and Ogura (1973)的研究是針對軸對稱和平板對稱這兩種模式做比較，進一步確定他們原先的研究結論：

- 軸對稱模式中的上升氣流比平板對稱模式強烈。
- 平板對稱模式中的最大上升速度是軸對稱模式中的53%。

由於他們的模式中只考慮雲滴和雨滴兩種水質，所以他們所使用的飽和調整格式只適用於暖雲過程。Orville and Kopp (1977)的研究是使用一個二維平板對稱模式來模擬雹暴的生命史，結果合理地預報了深對流的結構特徵與降水過程，他們的模式中共考慮了五種水質，有冰晶和冰珠兩種冰相質點。Lin *et al.* (1983)繼續Orville and Kopp (1977)的研究，在模式中多加入了雪，使得冰珠有更廣泛、更健全的形成機制。

本模式所採用的動力方程是假設較少的可壓縮方程(fully compressible eq.)，同時放棄Klemp and Wilhelmson (1978)的時間分步法(time-splitting method)，改用半隱式半拉格朗日法以提高模式的效率。如此一來，不但可以增加模式的解析度又可以考慮比較詳細的微物理過程。總的來說，本模式的理念在於下面幾點：

- 使用一組比較完整、假設比較少的方程。
- 使用一種比較精確、有效率的數值方法。
- 使用一套比較實際、健全的參數化格式。

整個模式的架構由於半隱式半拉格朗日法的引進有了大幅度的改變，這個改變將是模式理念的實現。

本文第二節介紹模式的架構，說明模式的基本狀態和假設以及控制方程，並討論使用的數值格式。第三節中將談到雲微物理參數化格式和飽和調整技術。第四節說明模式的初始條件和邊

界條件。第五節說明完成一次預報所需的步驟。第六節是數值模擬及一些結果，將分三個實驗來進行。第七節是結論和建議。

二、模式的基本架構

本研究採用一個二維時間相依的雲模式，爲了研究環境垂直風切對雲體發展的影響，在幾何上採用平板對稱性，忽略各變數在 y 方向的變化，只考慮 x, z 兩個方向的變化。另外，有鑑於冰相結構對降水過程的重要性，依據 Lin *et al.* (1983) 的參數化格式，考慮冰晶、雪和冰珠三種冰相質點以涵蓋比較健全的微物理過程，建立一個混合雲模式。

在模式中做了以下的假設：

- 冰晶和雲滴的質點比較小，不考慮終端速度，假設質點是隨著空氣運動。
- 假設冰晶的數目密度是溫度的函數。
- 假設雨滴、雪和冰珠的粒徑呈 Marshall-Palmer 分布。
- 降水質點的拖曳力等於質點的重量。
- 整個模擬過程採用水質整體技術。
- 使用 Teten 的公式計算飽和水汽壓，雲內不允許有過飽和的現象。若發生過飽和，則用冰水飽和調整技術加以修正。
- 雲滴和冰晶可在 $-40^{\circ}\text{C} \leq T \leq 0^{\circ}\text{C}$ 的溫度範圍內共存，當溫度低於 0°C 時，雲滴以同質成核的方式轉換成冰晶；高於 0°C 時，冰晶熔解成雲滴。

模式所輸入的溫度由地表的 25°C ，以乾絕熱直減率 $9.8^{\circ}\text{C}/\text{km}$ 向上遞減至雲底，雲底之上，以直減率 $6.0^{\circ}\text{C}/\text{km}$ 向上遞減，如圖 1 所示。相對濕度由地表的 70%，線性增加到雲底的 90%。雲底之上，相對濕度以 $7.5\%/\text{km}$ 向上遞減，在高層則保持 30%，如圖 2 所示。基本狀態的垂直風場爲靜止，水平風場考慮垂直風切，低層吹東風，西風分量隨著高度呈線性增加，如圖 3 所示。

模式的控制方程包括六個水質守恆方程、一個熱力方程和三個動力方程。水質守恆方程爲

$$\frac{dq'_v}{dt} + w \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} = P_v + D_{q'_v} \equiv r_1 \quad (1)$$

$$\frac{dq_c}{dt} = P_c + D_{q_c} = r_2 \quad (2)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = P_i + D_{q_i} \equiv r_3 \quad (3)$$

$$\frac{dq_r}{dt} = P_r + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} \bar{V}_r q_r) \equiv r_4 \quad (4)$$

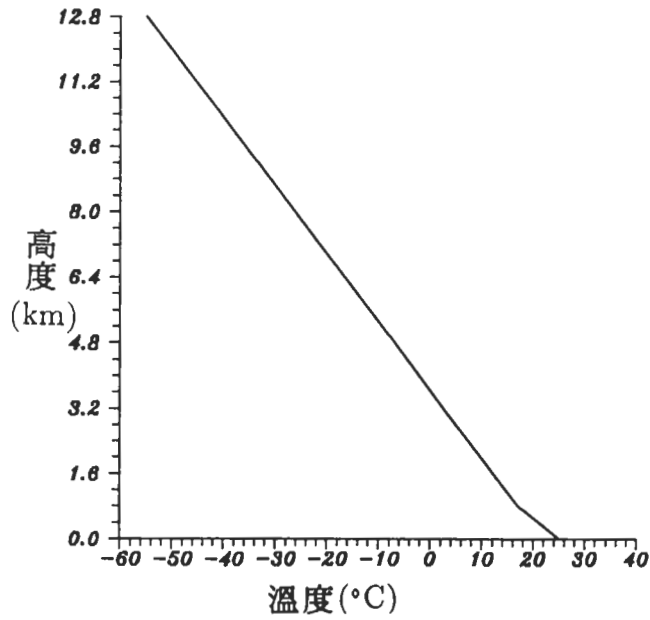


圖1 基本狀態的溫度直減率。

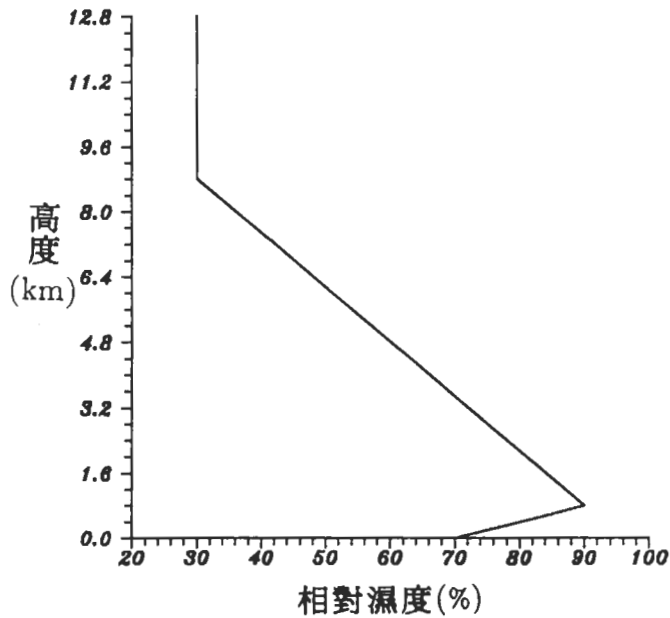


圖2 基本狀態相對濕度的垂直變化。

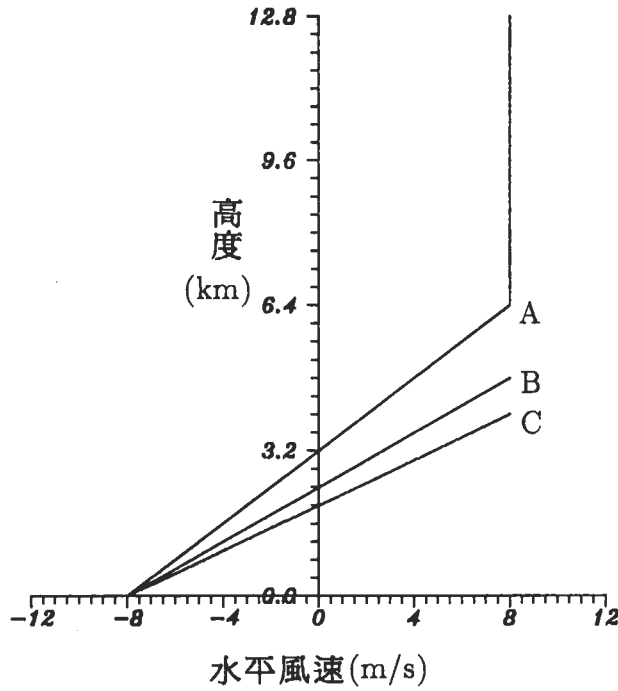


圖3 基本狀態水平風場的垂直變化，三個個案的垂直風切分別用A, B, C表示，其強度分別為4.0, 3.3和2.5，單位是 $m s^{-1} km^{-1}$ 。

$$\frac{dq_s}{dt} = P_s + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} \bar{V}_s q_s) \equiv r_5 \tag{5}$$

$$\frac{dq_g}{dt} = P_g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} \bar{V}_g q_g) \equiv r_6 \tag{6}$$

其中 $q'_v = q_v - \bar{q}_v$, $\theta' = \theta - \bar{\theta}$ ，下標 v 代表水汽， c 代表雲滴， i 代表冰晶， r 代表雨滴， s 代表雪， g 代表冰珠；而 q 是水質的混合比， P 是生成項或消耗項， ρ 是空氣密度， θ 是位溫， \bar{V} 是質點的終端速度。熱力方程為

$$\frac{d\theta'}{dt} + w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{Q_L}{\pi} + D_{\theta'} \equiv r_7 \tag{7}$$

其中 Q_L 和三態之間的相變化時釋放或吸收的潛熱有關。動力方程為

$$\frac{du}{dt} = -C_p \theta_v \frac{\partial \pi'}{\partial x} + F_x \tag{8}$$

$$\frac{dw}{dt} = -C_p \theta_v \frac{\partial \pi'}{\partial z} + F_z + B \tag{9}$$

$$\frac{d\pi'}{dt} + w \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} = -\frac{R_d}{C_v} \pi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{R_d}{C_v} \cdot \frac{\bar{\pi}}{\bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}}{dt} + D_{\pi'} \tag{10}$$

其中

$$B = g\left(\frac{\theta'}{\bar{\theta}} + 0.61q'_v - q_c - q_i - q_r - q_s - q_g\right)$$

代表浮力項， u 和 w 分別是 x 和 z 方向的速度； C_p 和 C_v 分別為定壓比熱和定容比熱； θ_v 是虛位溫； F_x 和 F_z 分別代表 x 和 z 方向的動力擴散項， R_d 是氣體常數， D 代表擴散項，出現在熱力方程、水汽和雲滴的守恆方程以及氣壓方程中。

使用半隱式半拉格朗日法對上面十個方程作積分，其中平流項使用半拉格朗日法，聲波項和重力波項使用隱式格式，剩餘項及非絕熱項則使用顯式格式。為了方便使用半隱式格式，可將(8)至(10)式寫成下面三式：

$$\frac{du}{dt} + C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x} = -C_p \theta'_v \frac{\partial \pi'}{\partial x} + F_x \equiv r_8 \quad (11)$$

$$\frac{dw}{dt} + C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial z} - B = -C_p \theta'_v \frac{\partial \pi'}{\partial z} + F_z \equiv r_9 \quad (12)$$

$$\frac{C_v}{R_d} \left(\frac{d\pi'}{dt} + w \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} \right) + \bar{\pi} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\bar{\pi}}{\theta_v} \frac{d\theta_v}{dt} + \pi' \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \equiv r_{10} \quad (13)$$

其中 $r_k, k = 1, 2, \dots, 10$ 是一些剩餘項、非聲波或非重力波項，在求解過程中是採用顯式格式，在這裏為前差分格式。等號左側的全導數項(d/dt)是採用半拉格朗日法，其餘各項是採用隱式格式，在此為梯形格式。依照這些原則，(1)至(7)式以及(11)至(13)式對時間的差分可以寫為

$$q_v^{n+1} = Z_1 \quad (14)$$

$$q_c^{n+1} = Z_2 \quad (15)$$

$$q_i^{n+1} = Z_3 \quad (16)$$

$$q_r^{n+1} = Z_4 \quad (17)$$

$$q_s^{n+1} = Z_5 \quad (18)$$

$$q_g^{n+1} = Z_6 \quad (19)$$

$$\theta'^{n+1} = Z_7 \quad (20)$$

$$u^{n+1} + C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial x} = Z_8 \quad (21)$$

$$w^{n+1} + C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial z} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot B^{n+1} = Z_9 \quad (22)$$

$$\frac{C_v}{R_d} \left[\pi'^{n+1} + w^{n+1} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \right] + \bar{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \left(\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) = Z_{10} \quad (23)$$

其中 Z_1 至 Z_{10} 是出發點 Q 處的項，所代表的式子如下所示：

$$\begin{aligned} Z_1 &= \left[q'_v + r_1 \cdot \Delta t - w \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_2 &= \left[q_c + r_2 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_3 &= \left[q_i + r_3 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_4 &= \left[q_r + r_4 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_5 &= \left[q_s + r_5 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_6 &= \left[q_g + r_6 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_7 &= \left[\theta' + (r_7 - w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}) \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_8 &= \left[u - C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial x} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) + r_8 \cdot \Delta t \right]_Q^n \\ Z_9 &= \left[w - C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi'}{\partial z} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) + r_9 \cdot \Delta t + \frac{\Delta t}{2} \cdot B \right]_Q^n \\ Z_{10} &= \left[\frac{C_v}{R_d} [\pi' - w \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right)] - \bar{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]_Q^n \end{aligned}$$

由(21)式知

$$u^{n+1} = -C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial x} + Z_8 \quad (24)$$

由(22)式知

$$w^{n+1} = -C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial z} + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot B^{n+1} + Z_9 \quad (25)$$

將(14)至(20)式代入(25)式，並定義 Y 和 A_1 如下：

$$Y = g \cdot (Z_7 / \bar{\theta} + 0.61 Z_1 - Z_2 - Z_3 - Z_4 - Z_5 - Z_6),$$

$$A_1 = Z_9 + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot Y$$

則

$$w^{n+1} = -C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial z} + A_1 \quad (26)$$

將(24)和(26)式代入(23)式得

$$\begin{aligned} & \alpha \left[\pi'^{n+1} + \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \left[-C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial z} + A_1 \right] \right] \\ & + \bar{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \left[-C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \frac{\partial^2 \pi'^{n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial Z_8}{\partial x} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[-C_p \bar{\theta}_v \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \frac{\partial \pi'^{n+1}}{\partial z} + A_1 \right] \right] = Z_{10} \end{aligned} \quad (27)$$

若定義運算子 T 為

$$T(F) = \alpha \frac{\partial \pi}{\partial z} \cdot F + \bar{\pi} \cdot \frac{\partial F}{\partial z}$$

則(27)式可以寫為

$$\left(\alpha - \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 \bar{\pi} \bar{S} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \pi'^{n+1} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 T(\bar{S} \frac{\partial \pi'}{\partial z})^{n+1} = A_2 \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha &= C_v / R_d, \quad \bar{S} = C_p \bar{\theta}_v \\ A_2 &= Z_{10} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \bar{\pi} \frac{\partial Z_8}{\partial x} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \cdot T(A_1) \end{aligned}$$

所以，最後是解(28)式這個Helmholtz方程，但因為這個偏微分方程的係數並不是常數，無法使用現有的套裝程式來求解，所以稍微複雜一點，用來解Helmholtz方程的疊代法是Gauss-Seidel法。

三、參數化格式和飽和調整技術

觀測是改進雲微物理參數化格式的重要依據。1949年的雷雨計劃觀測研究已經證實，冰晶的成長過程對夏日對流雲降水的發展佔有決定性的地位。到了1970年，氣象學家正式將冰相結構引進對流雲模式中，如Ogura and Takahashi (1971), Wisner *et al.* (1972), Takahashi (1976), Koenig and Murray (1976), Orville and Kopp (1977), Cotton *et al.* (1982)和Lin *et al.* (1983)等。然而由於計算機的限制，大致上不能同時詳細考量熱動力過程和微物理過程，因此二者呈現獨自發展的景象，即使同時考量也會因為彈性系統穩定性的限制而使得效率減低。

本模式的參數化法是根據Orville and Kopp (1977), Hsie *et al.* (1980)和Lin *et al.* (1983)的格式而來，共考慮水汽、雲滴、冰晶、雨滴、雪和冰珠六種水質，都以參數化的方式來處理。其中雲滴和冰晶的質點很小，忽略其終端速度，只考慮降水粒子(雨滴、雪和冰珠)的終端速度。模式所考量的微物理交互作用過程如圖4所示。

有關水質守恒方程已在第二節中介紹過了，其中和微物理有關的是 P 項，代表每一種水質的生成或消耗項。假設降水質點的粒徑呈下面的指數分布：

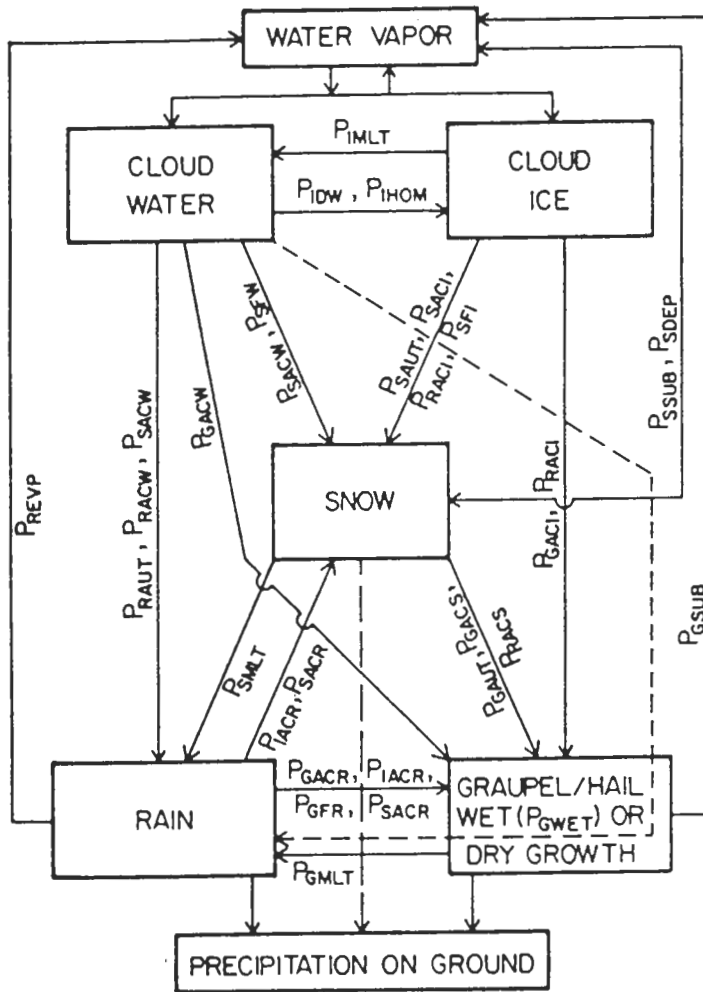


圖4 微物理交互作用示意圖，箭頭的起點表示減少項，箭頭的終點表示增加項，各項的意義可參考表1（取自Lin *et al.*, 1983）。

$$N_r(D) = N_{or} \exp(-\lambda_r D_r)$$

$$N_s(D) = N_{os} \exp(-\lambda_s D_s)$$

$$N_g(D) = N_{og} \exp(-\lambda_g D_g)$$

其中 N_{or} , N_{os} , N_{og} 分別是雨滴、雪和冰珠質點的截距參數。Marshall-Palmer (1948) 給定 N_{or} 為 0.08cm^{-4} ，Gunn and Marshall (1958) 測得 N_{os} 為 0.03cm^{-4} ，Federer and Waldvogel (1975) 給定 N_{og} 為 0.0001cm^{-4} 。 D_r , D_s 和 D_g 分別是雨滴、雪和冰珠質點的直徑。相對應的斜率參數可以分別寫為

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi \rho_r N_{or}}{\rho q_r} \right)^{1/4}$$

表1：微物理過程符號解說

符號	代表的微物理意義
P_{IMLT}	雲冰溶解成雲滴。
P_{SMLT}	雪溶解成雨滴。
P_{GMLT}	冰珠溶解成雨滴。
P_{REVP}	雨滴蒸發。
P_{RAUT}	雲滴自動轉換成雨滴, 閾值為0.001g/g。
P_{GAUT}	雪積聚自動轉換成冰珠, 閾值為0.006g/g
P_{IHOM}	$T < -40^{\circ}\text{C}$ 時雲滴全部轉化為雲冰(同質成核)。
P_{SFW}	雲滴透過Bergeron過程轉化為雪。
P_{SFI}	雲冰透過Bergeron過程成長轉化為雪。
P_{IDW}	雲冰消耗雲滴, 透過Bergeron過程成長。
P_{SDEP}	雪藉凝積成長。
P_{SSUB}	雪昇華。
P_{GSUB}	冰珠昇華。
P_{IACR}	雲冰捕捉雨滴, 產生雪或冰珠, 視雨滴大小而定。
P_{RACI}	雨滴捕捉雲冰, 產生雪或冰珠, 視雨滴大小而定。
P_{RACW}	雨滴捕捉雲滴。
P_{RACS}	雨滴捕捉雪, 當雪或雨滴大於0.0001g/g時產生冰珠。
P_{SACW}	雪捕捉雲滴, $T < T_0$ 產生雪, $T \geq T_0$ 產生雨滴。
P_{SACR}	雪捕捉雨滴, $T > T_0$ 作用和 P_{RACS} 同, $T \geq T_0$ 加強雪的熔解。
P_{SACI}	雪捕捉雲冰。
P_{GACW}	冰珠捕捉雲滴, $T < T_0$ 產生冰珠, $T \geq T_0$ 產生雨滴。
P_{GACI}	冰珠捕捉雲冰。
P_{GACR}	冰珠捕捉雨滴, $T < T_0$ 產生冰珠; $T \geq T_0$ 加強冰珠熔解。
P_{GACS}	冰珠捕捉雪, 不論是否 T_0 均是增加冰珠的量。
P_{GFR}	雨滴機率結成冰珠。
P_{GWET}	冰珠的濕成長。
P_{GDRY}	冰珠的乾成長, 等於 $P_{GACW} + P_{GACI} + P_{GACR} + P_{GACS}$ 。

$$\lambda_s = \left(\frac{\pi \rho_s N_{os}}{\rho q_s} \right)^{1/4}$$

$$\lambda_g = \left(\frac{\pi \rho_g N_{og}}{\rho q_g} \right)^{1/4}$$

其中 ρ , ρ_r , ρ_s 和 ρ_g 分別是空氣、雨滴、雪和冰珠的密度。 q_r , q_s 和 q_g 分別是雨滴、雪和冰珠的混合比。降水粒子的質量加權終端速度分別為

$$V_r = \frac{a\Gamma(4+b)}{6\lambda_r^b} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$V_s = \frac{c\Gamma(4+d)}{6\lambda_s^d} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$V_g = \frac{\Gamma(4.5)}{6\lambda_g^{0.5}} \left(\frac{4g\rho_g}{3C_D\rho} \right)^{1/2}$$

其中 b , d 是無因次常數分別等於 0.8, 0.25, c 是常數等於 $152.93\text{cm}^{1-d}\text{s}^{-1}$, C_D 是冰珠的拖曳係數, 大小等於 0.6, ρ_0 是地表空氣的密度, 而 Γ 是 Gamma 函數。

圖 4 所示的微物理交互作用看起來相當複雜, 現在將各個水質的交互作用項用 P 表示如下:

$$P_{q_w} = P_{REVP} - (1 - \delta_1)P_{SSUB} - \delta_1 P_{SDEP} - (1 - \delta_1)P_{GSUB}$$

$$P_{q_c} = P_{IMLT} - P_{IDW} - P_{IHOM} - P_{SFW}$$

$$- P_{SACW} - P_{GACW} - P_{RACW} - P_{RAUT}$$

$$P_{q_i} = P_{IDW} + P_{IHOM} - P_{SAUT} - P_{SACI}$$

$$- P_{RACI} - P_{GACI} - P_{SFI} + P_{IMLT}$$

$$P_{q_r} = P_{RAUT} + P_{RACW} + P_{SACW} + P_{GACW} - P_{IACR}$$

$$- P_{SACR} - P_{GACR}(\text{or } P'_{GACR}) - P_{GFR}$$

$$- P_{GMLT} - P_{SMLT} + (1 - \delta_1)P_{REVP}$$

$$P_{q_s} = P_{SAUT} + P_{SACI} + P_{SACW} + P_{SFW} + P_{SFI}$$

$$+ \delta_3 P_{RACI} + \delta_3 P_{IACR} - P_{GACS} + P_{SMLT} + P_{GAUT}$$

$$+ (1 - \delta_2)P_{RACS} + \delta_2 P_{SACR} + (1 - \delta_1)P_{SSUB} + \delta_1 P_{SDEP}$$

$$P_{q_g} = P_{GAUT} + P_{GFR} + P_{GDRY}(\text{or } P_{GWET}) + (1 - \delta_2)P_{SACR}$$

$$+ (1 - \delta_2)P_{RACS} + (1 - \delta_3)P_{RACI} + (1 - \delta_3)P_{IACR}$$

$$+ (1 - \delta_1)P_{GSUB} + P_{GMLT}$$

上面所列的雲微物理交互作用項可分成蒸發、熔解、昇華、自動轉換、Bergeron 過程、機率過程、捕捉和乾濕成長八類, 每個符號所代表的意義見表 1 說明。

模式執行的時候，各類水質經過微物理、平流和擴散等過程後，雲體會發生過飽和或未飽和的情況，在模式中使用飽和調整技術，使得雲體不致於有過飽和的現象發生。更進一步來說，在過飽和時，水汽凝結(凝積)成雲滴(冰晶)；而在未飽和時，若仍有雲滴或冰晶存在，則蒸發或昇華成水汽，使雲體保持飽和；若仍未飽和，則雨滴、雪和冰珠繼續蒸發或昇華。飽和調整的技術比較常用的方法是鬆弛技術，像Newton-Raphson法是使用疊代的方法來取得熱量交換和水質相位變化之間的平衡；另一類不需疊代的調整方法是Soong and Ogura (1973)的格式，但由於只處理暖雲過程，適用的模式有所限制。Tao *et al.* (1989)根據Soong and Ogura的原理將技術推廣到冷雲過程，稱為冰水飽和調整技術。本模式為一混合雲模式，所以採用Tao *et al.*的方法。

需要特別提出的是，在從事飽和調整之前是進行半拉格朗日平流，所考慮的過程只有平流和擴散，在調整完之後才考慮雲微物理過程。Tao *et al.*的調整格式有下面兩項主要的假設：

(1) 當溫度介於 0°C 和 -40°C 的範圍時，飽和水汽混合比 q_{vs} 是定義為雲滴和冰晶的質量加權平均；當溫度高於 0°C 則定義為水面飽和水汽混合比 q_{ws} ，低於 0°C 則定義為冰面飽和水汽混合比 q_{is} 。

(2) 在過飽和(未飽和)時，水汽凝結(雲滴蒸發)和凝積(冰晶昇華)的量與溫度的關係為

$$dq_v = q_v - q_{vs}$$

$$dq_c = dq_v \cdot CND$$

$$dq_i = dq_v \cdot DEP$$

$$CND = (T - T_{00}) / (T_0 - T_{00})$$

$$DEP = (T_0 - T) / (T_0 - T_{00})$$

其中 CND 代表凝結或蒸發的比例， DEP 代表凝積或昇華的比例，只和溫度有關；而 dq_v 是過飽和或未飽和的水汽量， dq_c 是水汽凝結或雲滴蒸發的量， dq_i 是水汽凝積或冰晶昇華的量； T_0 等於 0°C ， T_{00} 等於 -40°C 。

使用半拉格朗日法計算出各變數未調整前的 θ^* 、 q_v^* 、 q_i^* 、 q_c^* 、 q_s^* 、 q_r^* 、 q_g^* 值後，接著進行下面的飽和調整步驟：

- 使用Tetens公式計算 q_{ws}^* 、 q_{is}^* 。
- 計算 f_1 、 f_2 、 J_1 、 J_2 、 J_3 。
- 計算 P_a 。
- 計算 θ^{n+1} 、 q_v^{n+1} 、 q_i^{n+1} 、 q_c^{n+1} 、 q_r^{n+1} 、 q_s^{n+1} 、 q_g^{n+1} 。

其中

$$\theta^{n+1} = \theta^* + J_3 \cdot P_a$$

$$q_v^{n+1} = q_v^* - P_a$$

$$P_a = f_1 / (1 + f_1 J_3)$$

$$f_1 = q_v^* - (q_c^* q_{ws}^* + q_i^* q_{is}^*) / (q_c^* + q_i^*)$$

$$f_2 = (J_1 q_c^* q_{ws}^* + J_2 q_i^* q_{is}^*) / (q_c^* + q_i^*)$$

$$J_1 = 4097.93\pi / (\pi\theta^* - 35.86)^2$$

$$J_2 = 5807.55\pi / (\pi\theta^* - 7.66)^2$$

$$J_3 = (L_v CND + L_s DEP) / (C_p \pi)$$

經過上面的調整步驟之後就可以避免過飽和的發生。

四、初始擾動和邊界條件

條件不穩定的基本場並不一定會產生對流，爲了引發對流雲，還必須要有擾動存在才行。在模式中心軸的低層加入一個熱胞做爲擾動，形式如下：

$$\theta' = \theta_0 \left[1 - \left(\frac{x_0 - x}{\delta x} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{z_0 - z}{\delta z} \right)^2 \right]$$

其中 $x_0 = 1.6\text{km}$, $z_0 = 6.4\text{km}$ 爲熱胞的中心位置； $\delta x = 0.8\text{km}$, $\delta z = 1.2\text{km}$ 分別代表熱胞的半寬和半高； θ_0 是位溫的最大偏差量設爲 0.5K 。

雲模式是區域模式，積分域的範圍是有限的，因而在模式的所有邊界上都必須指定邊界條件，邊界條件的處理會明顯地影響模式的執行結果，如同一些專門研究此課題的數值測試所表明。本模式的上下邊界爲剛體邊界，邊界上所有的變數都維持不變，側邊界採用 Neumann 邊界條件。

模式的積分範圍爲 $12.8\text{km} \times 12.8\text{km}$ ，網格間距在 x 和 z 方向均爲 400 公尺，時間步長爲 40 秒，採用的數值方法是半隱式半拉格朗日法，其中平流項使用半拉格朗日法，聲波項及重力波項使用隱式格式，出發點的求法是使用定點疊代法，內插公式爲四級準確的公式。

五、預報步驟

本模式爲一彈性系統，存在有重力波模和聲波模，爲了改進模擬的效率，採用半隱式半拉格朗日格式，如第二節所描述的，最後必須使用疊代法解 Helmholtz 方程以求出 π' 。以下介紹完成一個時步的預報所需的步驟：

1. 使用疊代法求出發點 Q 的位置。
2. 內插求出 Z_1, Z_2, \dots, Z_{10} 。
3. 求出未調整前的 $\theta^*, q_v^*, q_c^*, q_i^*, q_r^*, q_s^*, q_g^*$ 值。
4. 使用 Tao et al. (1989) 的冰水飽和調整技術做調整，使得雲內不會發生過飽和的現象。
5. 進行雲微物理過程，求出各個水質的生成項或消耗項。
6. 預報 $\theta^{n+1}, q_v^{n+1}, q_c^{n+1}, q_i^{n+1}, q_r^{n+1}, q_s^{n+1}, q_g^{n+1}$ 。
7. 利用 Gauss-Seidel 疊代法求出 π'^{n+1} 。
8. 由(24)和(26)式分別求出 u^{n+1}, w^{n+1} 。

這樣就完成一個時步的預報。

六、數值模擬研究結果

數值模擬分成三個實驗來進行。第一個實驗是考慮在熱帶標準大氣的溫濕廓線下，對流雲發展的結構特徵和演變過程。第二個實驗是考慮不同的垂直風切對於對流雲的結構和強度的影響。第三個實驗則是以 GATE day 261 的探空資料作為環境條件來做個案模擬。

模擬實驗(一)：對流雲發展的結構特徵和演變過程

模式中用來引發對流的擾動所加入的最大位溫偏差量是 0.5K，由圖 5 可以看出對流胞確實發展起來。最初胞內的空氣因絕熱冷卻達到飽和開始形成雲滴，由於雲滴的質點較小，是跟隨著空氣運動，因而當空氣做上升運動時，雲滴也不斷地增長，而凝結所釋放的潛熱又用來加強對流，所以這個階段可以說是釋放條件不穩定的過程中快速自我加強的階段。在最初的 20 分鐘，由於尚未通過結冰層所以還沒有冰相質點產生，是進行所謂的『暖雲過程』。當雲滴成長至相當的大小後便開始透過碰併的方式轉換成雨滴。雨滴一旦開始形成，則除了雲滴自動轉換的機制外，還可經由捕捉的方式快速增加雨滴的混合比，所以在暖雲過程雨滴的成長較快。當對流雲頂通過結冰層，在結冰層以上若水汽對冰面為過飽和，則冰晶開始形成，此時還沒有任何機制可以產生雪，而冰珠則可透過雨滴機率結冰產生，但雨滴機率結冰的效率很低，此時進入混合雲時期，這個時期的雲微物理過程非常的錯綜複雜，雪也開始形成。雪質點的大小是介於冰珠和冰晶這兩種冰相質點之間，由於雪的存在，使得冰珠能有更廣泛、更健全的形成機制，這對於冰珠的成長有非常重要的影響。

在上一段提到由於雨滴機率結冰所產生的冰珠非常的少，由圖 6(c) 可以看出，隨著雪的快速成長冰珠也快速的增加，在雨滴快速成長達到最大值時冰珠的量並沒有增加多少，一直到雪開始形成，冰珠才快速成長達到最大值。

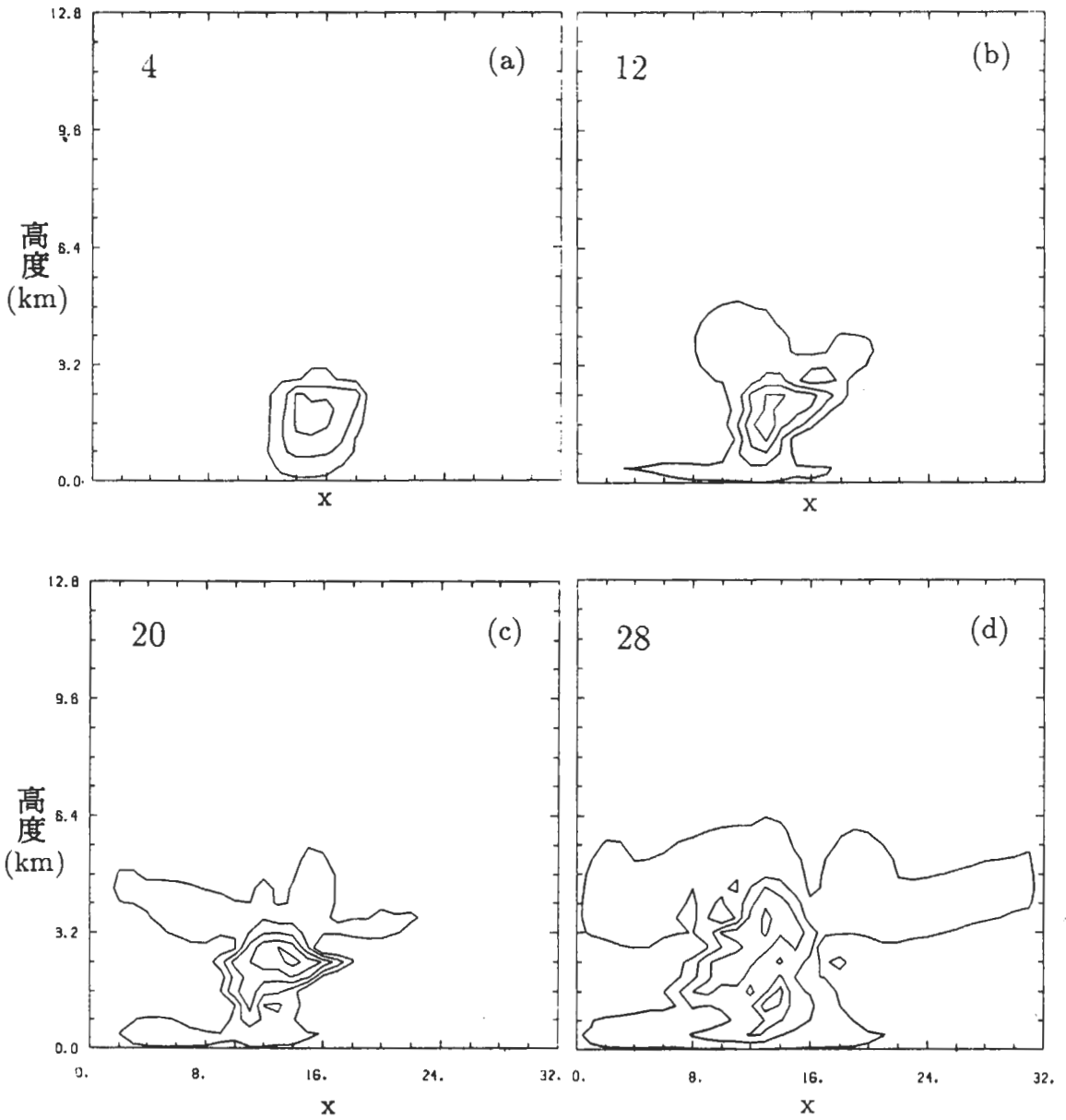


圖5 水汽偏差在不同時間的空間分布，左上角的數字表示時間，單位為分。

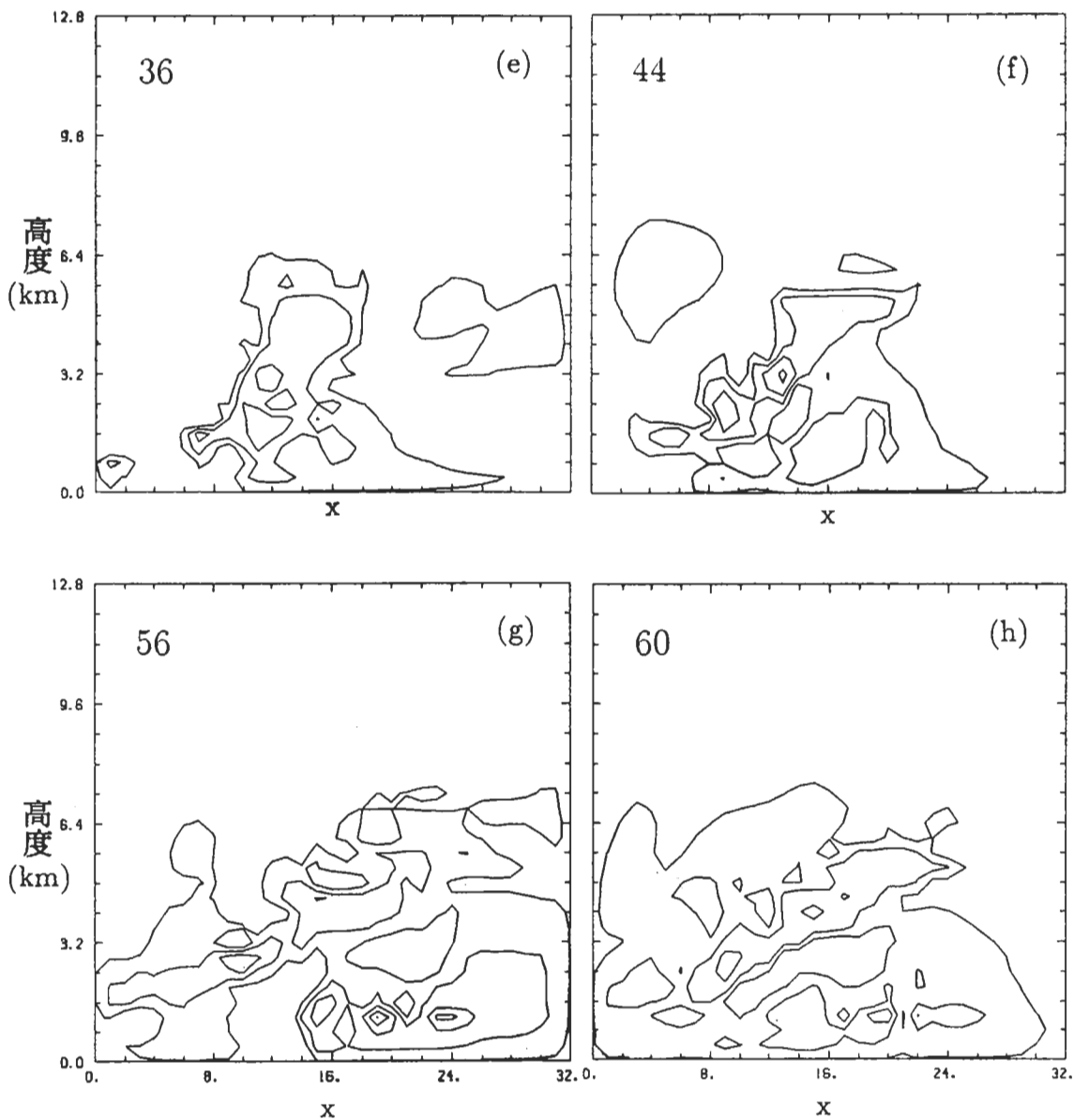


圖5 (續)。

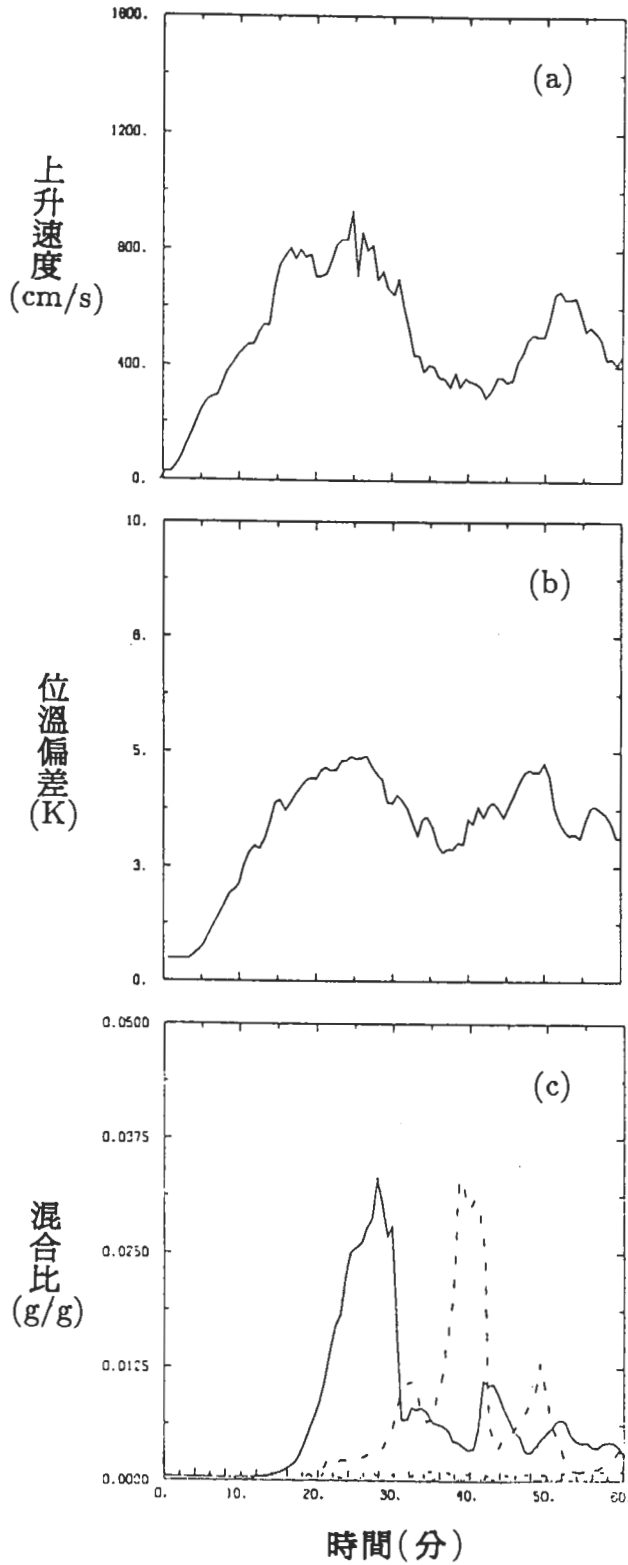


圖6 各變數的時間變化。(a)上升速度(b)位溫偏差(c)雨滴(實線)、冰珠(長虛線)和雪(細虛線)。

模式中所考慮的降水質點有冰珠、雪和雨滴，爲了進一步闡述降水的特性，下面將不同的空氣密度下，降水質點的終端速度和混合比的關係圖畫出來，由圖7可以看出當空氣的密度愈大時，降水質點的終端速度愈小，但是在任何情況下 $V_g > V_r > V_s$ 這個關係都成立。其中 V_g 的變化較大，範圍爲10-20m/s；雨滴次之，範圍爲5-11m/s； V_s 近乎一個常數，約2m/s。由圖8(a)可以看出，雪的位置一直位於結冰層之上，這是因爲雪的量較少，終端速度又小，一旦落入結冰層則馬上溶解爲雨滴，雪在初期由於垂直分布的範圍較小，所以看不出有明顯受到風切的影響。

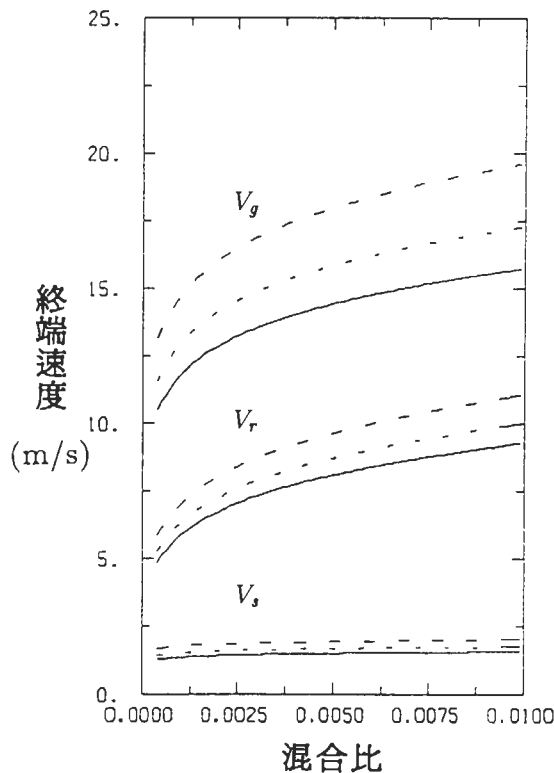


圖7 在三種不同空氣密度下冰珠、雨滴和雪的終端速度與混合比的關係。粗虛線、細虛線和實線分別代表空氣密度爲 5×10^{-4} 、 7×10^{-4} 和 $9 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$ 下的情況。

雨滴的形成機制大致在結冰層附近及其下方，由於終端速度較大，所以主要分布在低層，受風切的影響較小，如圖8(c)所示。冰珠的終端速度很大，一旦在雲體中層形成後會很快往下落出雲底，這個現象可以由圖8(b)看出，冰珠的時空分布圖是隨時間往低層散布。雖然冰珠的垂直分布很廣，但是受風切的影響很小，可由圖8(b)看出，這和冰珠的大終端速度有關。

如果仔細分析降水質點在雲體內的位置，可以看出質點主要是分布在上游 (upshear side) 的區域，因此當雲體逐漸向東移行，降水是發生在雲體的後側下方，這是一個很重要的降水結構特徵，由於降水粒子本身的重量所引起的拖曳力以及在下降過程蒸發或熔解所造成的冷卻作用會引發強烈的下沉氣流，在雲體後側下方與低層暖濕空氣輻合而引發另一個對流胞。如果純粹就模式的環境條件來看，只在積分域的中心軸低層放入0.5K的熱胞便可以引發對流，那麼在對

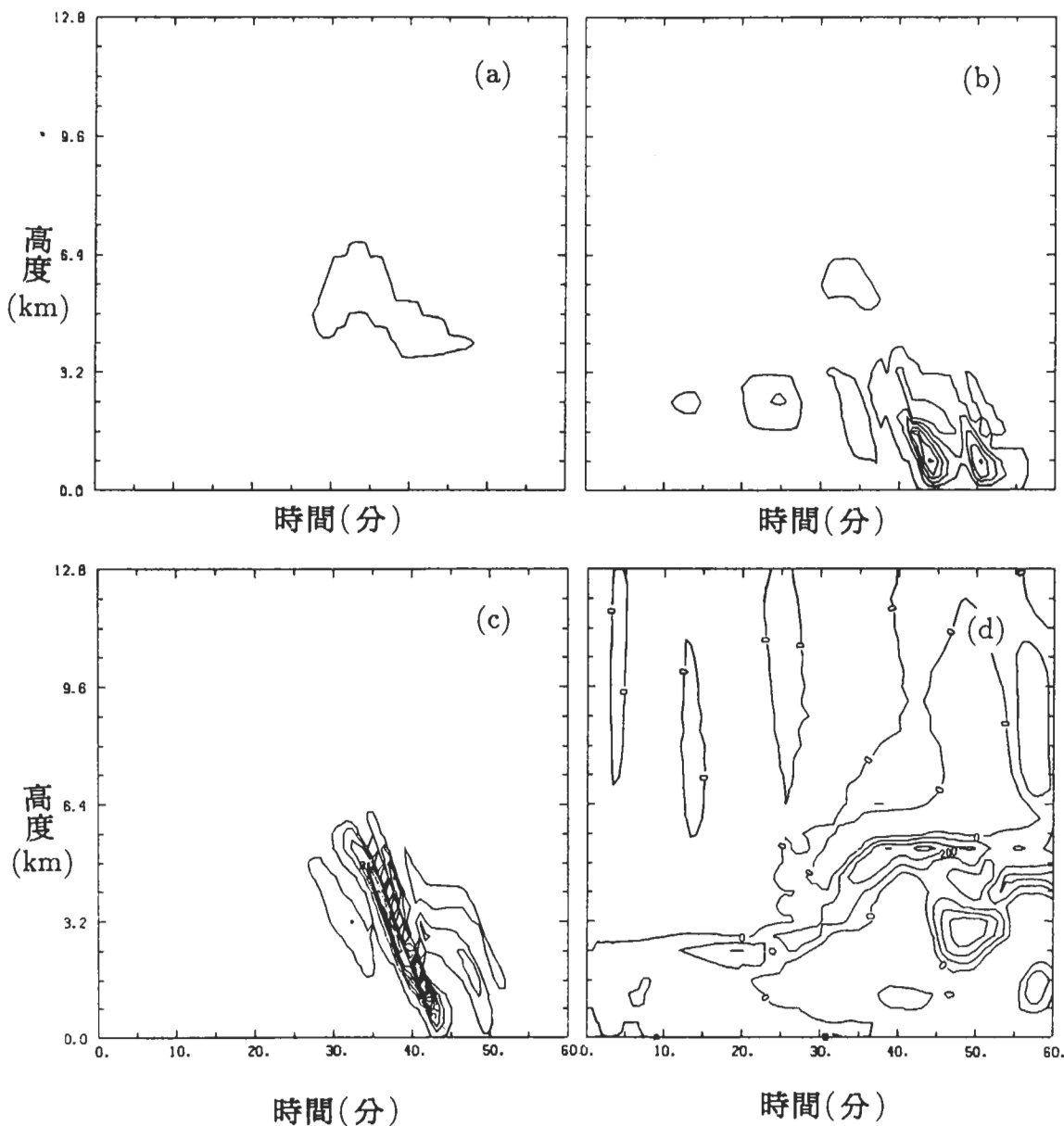


圖8 A種風切下積分域中心軸上(a)雪(b)冰珠(c)雨滴(d)位溫偏差的時空分布

流雲發展的過程當中，由於熱動力所造成的輻合作用應該有能力引發新的對流，由圖8(d)可以看出，當第一個對流胞發展到後期的同時，其下方又有另一個新胞形成，這個現象也可以由圖5(g), (h)看出。

爲了進一步佐證對流胞新生的論點，接著來看風場的演變情形，圖中所示的風場是二維風速向量減去初始水平風速的相對風速。參照Byers and Braham (1949)的三階段風暴生命期模式將對流胞分成發展階段、成熟階段和消散階段如下：

(1) 發展階段:12-24分

初期雲體的水平尺度爲2-3公里，到後期達5.5公里，雲頂高度達6.4公里，這個階段的雲頂發展迅速，外形輪廓並不具對稱性，雲體高聳如塔。如圖5(b), (c), (d)所示。這個時期的動力結構特徵是雲內盛行上升氣流，從雲底往上增強，在雲的中上部約6公里處達到最大值。由圖9(a), (b)可以看出雲內上升氣流隨時間增強，雲的中上部最大上升速度達8m/s。可以明顯地看出雲底及四周環境空氣輻合上升捲入雲內，造成雲體快速的成長。在對流雲兩側有微弱的下沉氣流稱爲雲邊下沉氣流 (cloud edge downdraft)，是雲體邊界的空氣和環境未飽和空氣混合時蒸發冷卻所造成的。

(2) 成熟階段:24-40分

上升氣流絕熱冷卻達到飽和時，水汽開始凝結，雲體內部雲滴愈聚愈多，降水質點不斷增長，當上升氣流無法支持質點重量時，就開始降水，而降水所引發的下沉氣流其強度和範圍均隨時間增加，此時進入成熟階段。這個階段的雲頂發展很高，可達7公里，如圖5(d)所示，雲頂發展到穩定層時開始向四周延展形成砧狀雲。後期由於砧狀雲中的下沉氣流使得砧狀雲和對流雲體分離而後消退，如圖5(e)所示。此時期的動力結構特徵和發展階段有很大的不同，雲體內的上升氣流主要是由東側進入，西側爲強烈的降水所引發的下沉氣流，位於雲體移動方向後側的中下部。隨著降水的發展，下沉氣流開始向外擴展，在雲的中上部和移動方向的前部仍保持有系統的傾斜上升對流。在雲體上部上升氣流仍然隨高度增強，最大上升速度爲9.6m/s，發生在成熟階段的早期，約25分鐘的時候。下沉氣流隨時間增強，雲中強烈下沉冷空氣傾瀉至地面，向兩區四周輻散，形成陣風鋒面。這個階段維持20分鐘左右。

(3) 舊胞消退和新胞生成階段:44-52分

這個階段舊胞內的上升氣流已經相當微弱，垂直運動主要爲下沉氣流，一方面由於降水質點本身的重量，另一方面由於降水質點的蒸發或溶解的冷卻作用產生明顯的密度流 (density current) 特徵，即陣風鋒面的特徵，如圖9(f), (g)所示。由成熟期的風場可以看出，陣風鋒面 (gust front) 可由相對運動爲零的邊界定義出來，這種強盛的冷空氣外流，對環境低層的暖濕空氣有舉升的作用，造成相對於陣風鋒面的向上運動，而引發新胞的生成如圖5(g), (h)所示。

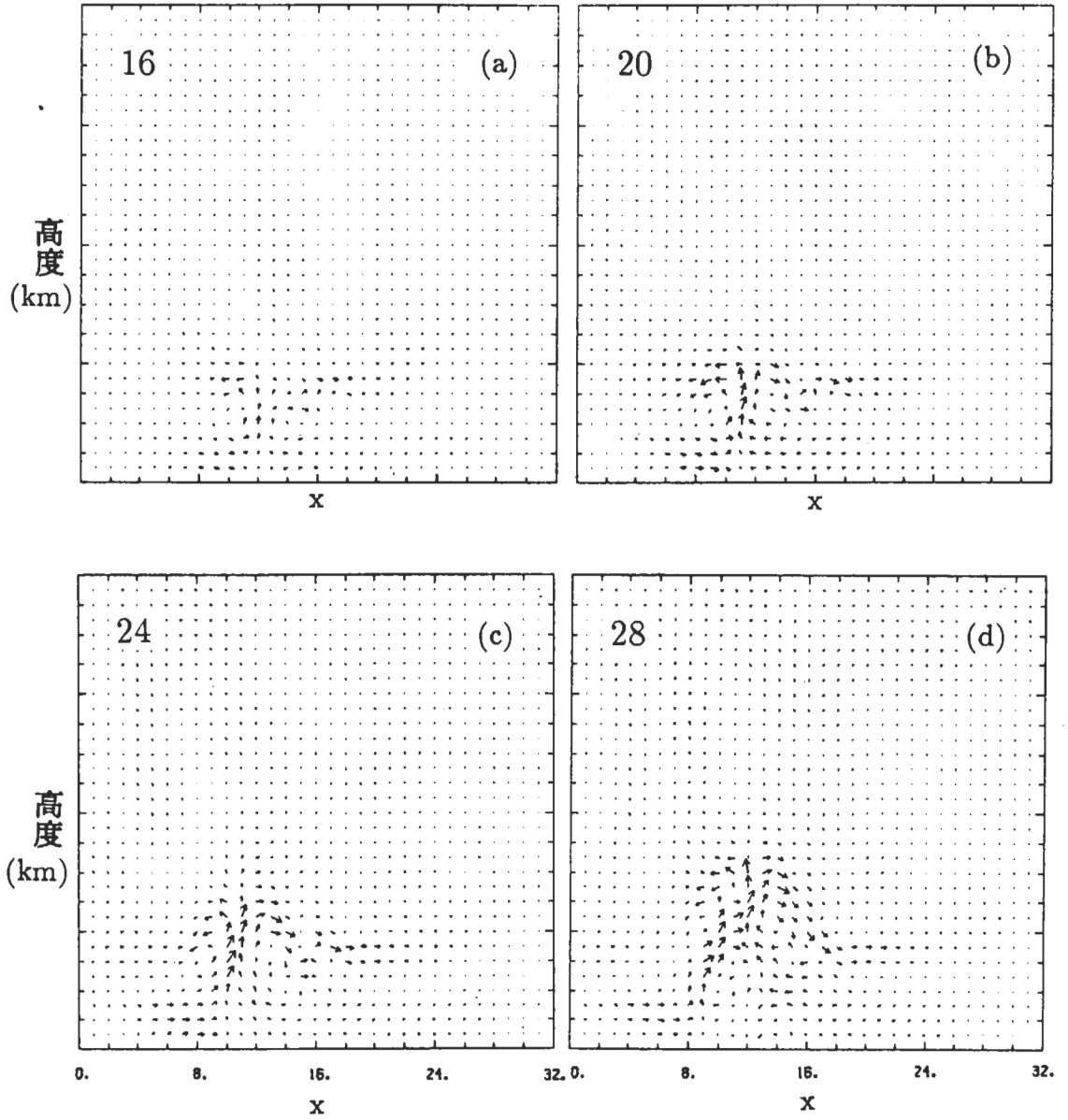


圖9 減去初始水平風速的相對風速矢量在不同時間的空間分布，左上角的數字示表時間，單位為分。

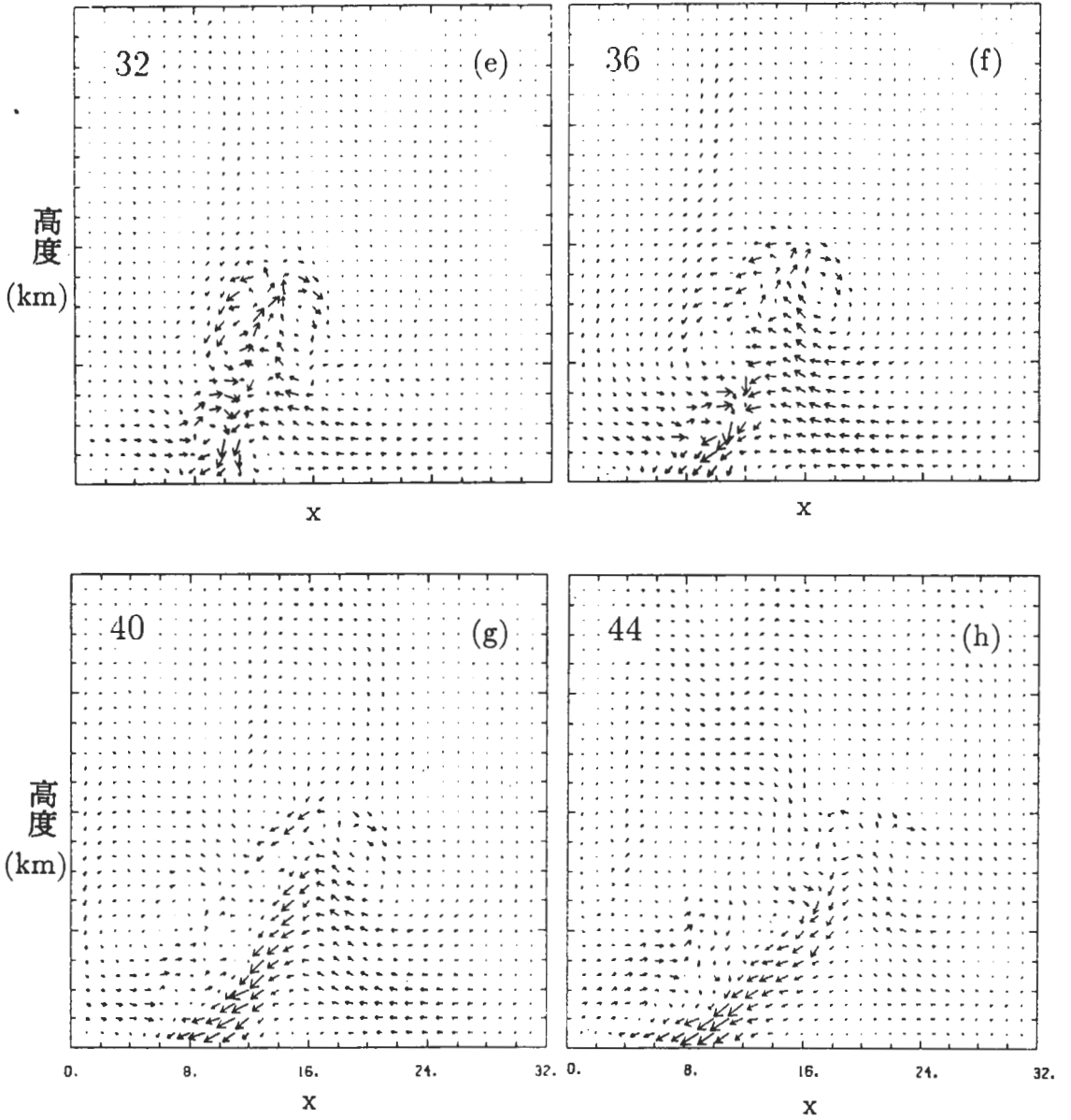


圖9 (續)。

模擬實驗(二)：不同強度的垂直風切對於對流雲結構和強度的影響

前面提到過環境風切對雲體的結構和強度有非常重要的影響，為了更明確地說明影響的程度，測試了三種不同強度的垂直風切，由於本模式為二維的模式，因此只考慮同一平面的風切 (uniplanar wind shear)，低層吹東風，西風分量隨高度呈線性增加，如圖3所示。仍舊以實驗(一)的溫濕廓線作為環境條件。風切的強度大小排列為個案 $A < B < C$ 。

冰晶的質點較小，在本模式中並沒有考慮其終端速度，假設是跟隨空氣運動，因此由冰晶的時空分布可以看出對流發展的高度。當垂直風切增強，冰晶垂直分布的高度差別不大，但是存在的時間 $A > B > C$ 。同樣的，冰珠存在的時間 $A > B > C$ ，混合比 $A < B < C$ 。至於雨滴雨滴出現的時間以個案 A 最早約在 13 分鐘的時候，但是也結束的最早，個案 C 存在的時間最久。在上個實驗中曾經討論到，在平板對稱模式之中由於考慮環境的垂直風切可能會有新胞生成的現象發生，本實驗中只有個案 A 有新胞生成的現象。

風切的強度明顯地影響對流雲各類水質的時空分布和雲體的發展，如果不包括新胞的生命期，則雲體生存的時間長短順序為 $B > A > C$ ，如果將新胞的生命期包括進來，則雲體生存的時間長短順序為 $A > B > C$ 。圖10是地面降水的分布，可以看出以情況 A 比較集中而情況 B, C 的分布較廣，這是造成情況 A 有新胞生成而情況 B, C 沒有的原因之一，是風切所引起的。

綜合以上的分析可以瞭解，並不是有垂直風切就會有新胞生成，風切的存在雖然可以產生一個比較適合的環境條件，使得上升氣流不會受到降水質點的拖曳力和冷卻作用雙重影響，但是風切的強度也會影響水質的空間分布，進而影響下沉氣流的強度和空間配置。而下沉氣流一方面可以造成低層的輻合，另一方面也可以切斷低層的水汽供應，對於對流雲的演變和發展都各有其重要的影響力。

模擬實驗(三)：個案模擬

雖然雲模式在大部份的情況是用來研究雲動力，離作業預報仍有一段長的距離，但是模擬實際個案的結果常常可以做為改善模式的依據，也能表現出模式的模擬能力。模擬實驗(三)是以 GATE day 261 的探空資料作為環境條件來模擬濃積雲的發展和降水過程。由圖11(a)可以看出最大上升速度的峰值為 10.5m/s，發生在 25 分鐘時，最大上升速度隨時間增加達到峰值後再減弱。由圖11(a), (b) 可以看出最大上升速度和最大位溫偏差的時間變化之間有很好的相關性存在。最大下沉氣流的峰值由圖11(c)可以看出是發生在 28 分鐘時，達 13m/s。圖11(d)是雨滴、雪和冰珠的混合比最大值的時間變化圖，可以看出不論是固態或液態降水都分布在 20-35 分鐘的期間內。前兩個實驗我們非常強調下降氣流和降水的關係，由圖11(c), (d) 可以看出較大降水的時間對應有較大的下降速度。圖12(c)是位溫偏差的時空分布圖，雖然有次級胞生成但是強度較弱，這是因為地面降水的分布並不是很集中。圖12(a)是雲滴最大值的時間變化圖，在前 20 分鐘快速增加，這是因為這個時期是進行暖雲過程，雲體快速成長。圖12(b)是冰晶最大值的時間變化圖，可以看出形式和降水質點一致，如圖11(d)所示，集中在 20-50 分鐘。Simpson *et al.* (1982) 的模擬研究所得到的最大垂直速度的峰值為 7.6m/s，而我們的結果是 10.5m/s，這種差異主要是由於我們的模式中考慮了冰相質點所造成的。

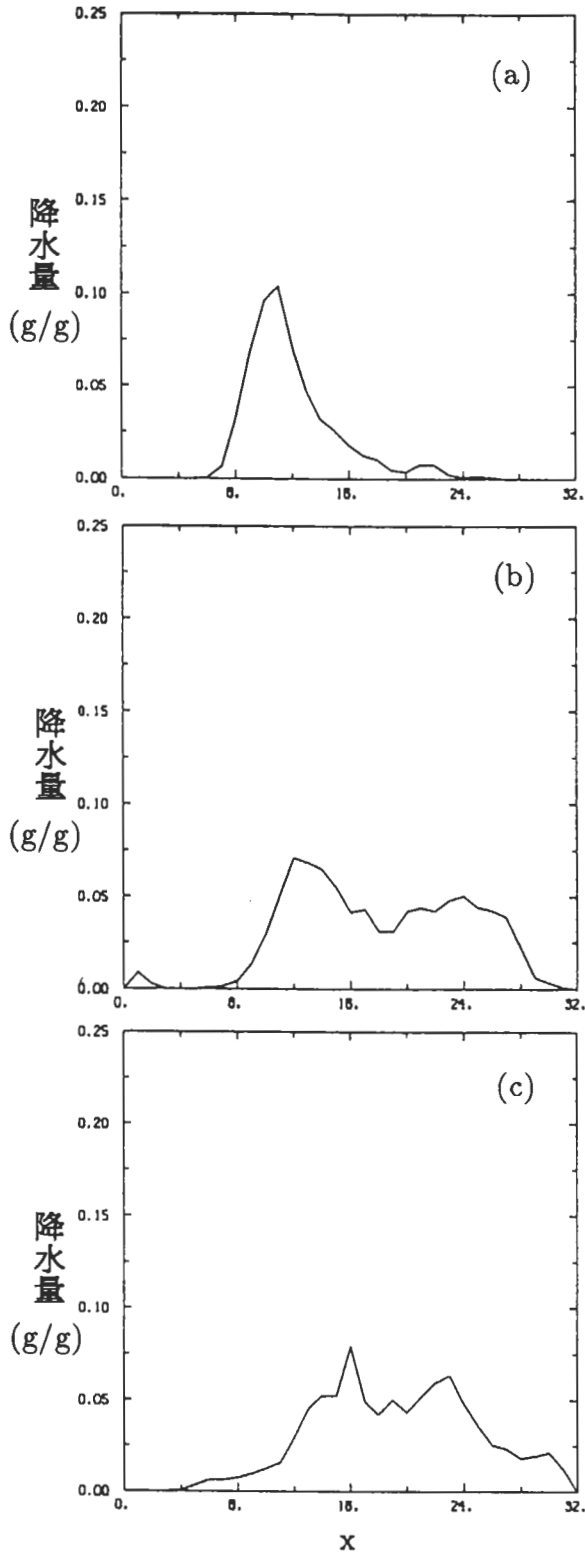


圖 10 不同強度的風切下，地面降水的空間分布(a) A種風切(b) B種風切(c) C種風切。

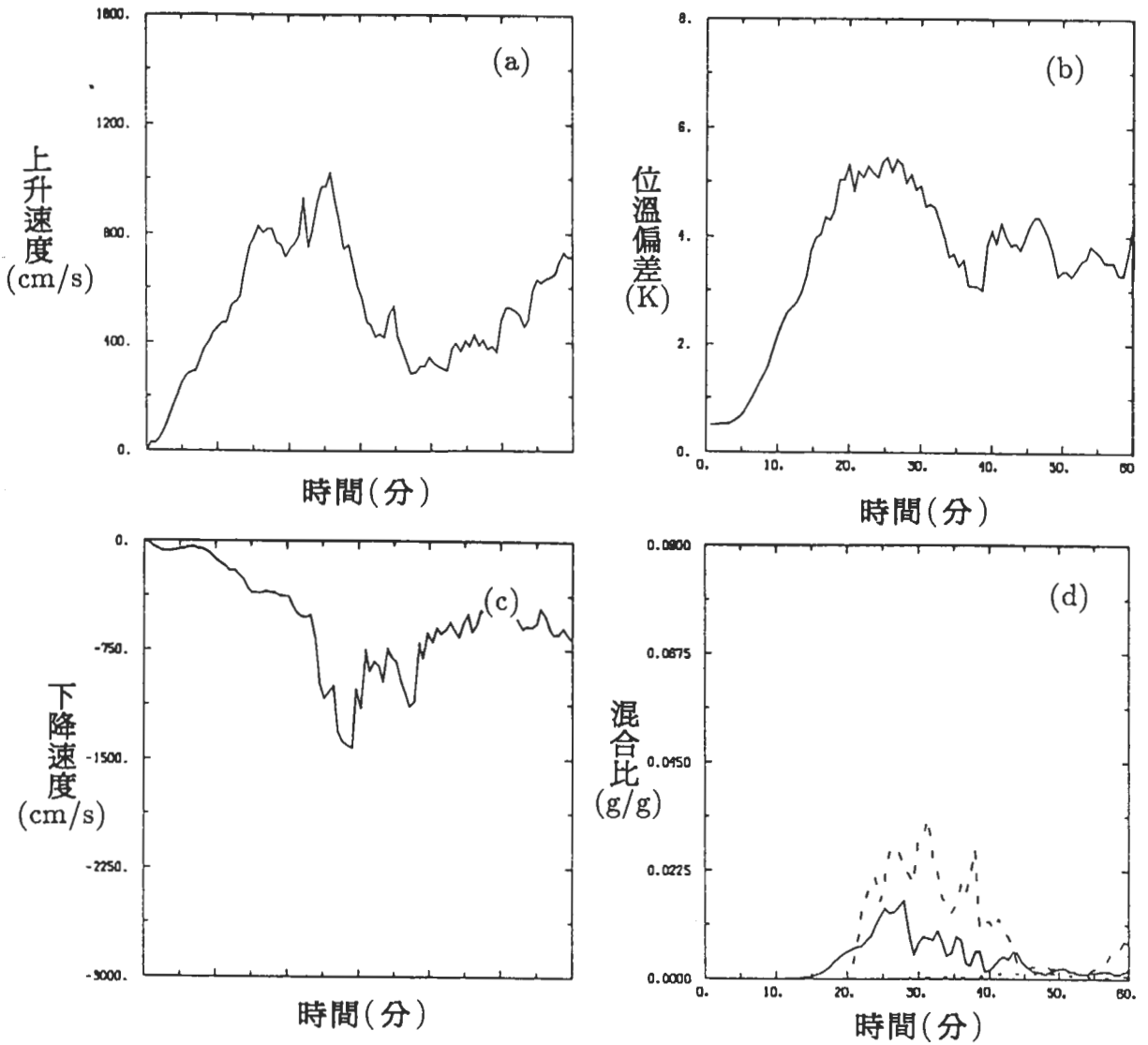


圖 11 個案模擬實驗中各變數的時間變化。(a)上升速度(b)位溫偏差(c)下降速度(d)冰珠(實線)、雨滴(長虛線)和雪(短虛線)。

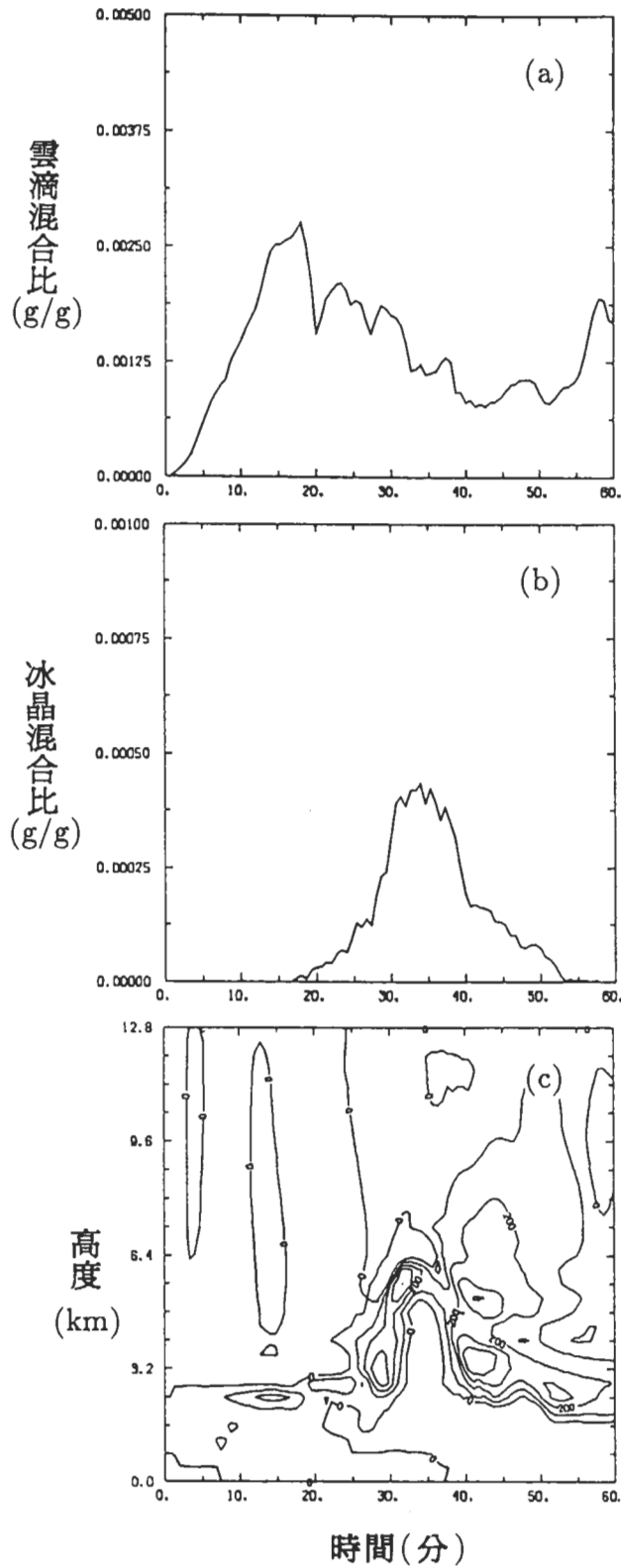


圖 12 個案模擬實驗中(a)雲滴最大值的時間變化(b)雲冰最大值的時間變化(c)積分域中心軸上位溫偏差的時空分布。

七、結論與建議

半隱式半拉格朗日法在大尺度的應用已經相當的普遍，一般都給予相當高的評價，本研究嘗試將半隱式半拉格朗日法應用到一個二維可壓縮的平板對稱雲模式中，希望藉由半隱式半拉格朗日法這種優異的數值方法來改善模式的解析度和模擬的效率。由以上數值模擬實驗的結果可以歸納出下面的幾點結論：

1. 將 SISL 法應用至雲模式，時間步長可增大至 40 秒，是一般尤拉法的 40 倍，是 Klemp and Wilhelmson (1978) 所用的時間分步法的 10 倍。
2. 就研究雲動力的模式而言，模擬結果確實可以看出對流的發展和演變。
3. 由於加入雪使得冰珠有比較健全的形成機制，模擬結果顯示雪的存在會使冰珠有較大的成長率，一開始冰珠雖然是經由雨滴機率結冰而成，但是生成量很少，冰珠的快速成長與雪的存在有著重要的關聯。冰珠的終端速度很大，一旦在雲體中層形成後會快速地降落，掉出雲底，時空分布的型態相當的典型。
4. 由於考慮垂直風切，對流胞呈現出不對稱發展。
5. 風切對水質分布的影響，以非降水質點(雲滴和冰晶)最為明顯，因為它們的質點較小，在模式中是假設隨空氣運動。雪、雨滴和冰珠本身具有終端速度，和空氣有相對運動，其中以雪受到風切的影響最大，雨滴次之，冰珠最小。這裡所描述的影響主要是指風切所造成的水質空間分布。
6. 不同強度的風切產生完全不同的結果，生命期、降水強度、降水的空間分布和新胞的生成都表明風切的重要性。
7. 降水的強度和降水的空間分布對積雲的低層結構和積雲生命期的演變有著重要的影響，對下降氣流的強度和分布也有絕對的作用。強烈降水所引發的下降氣流可能造成低層的輻合，也可能切斷低層的水汽供應，是一個相當有趣的課題，值得進一步研究。
8. 降水質點的拖曳力和冷卻作用引發強烈的下降氣流，在雲體的上風區下方形成輻合而引發另一個對流，這個重要的降水結構特徵是軸對稱模式所無法模擬的，因為這與垂切風切有著重要的關聯。
9. 模式在有垂直風切的情況下模擬出陣風鋒面的結構，但並不是有風切的存在就一定會有這種現象發生。
10. 二維的雲模式只能考慮單一平面的風切，將模式推廣到三維是必然的趨勢，並且由於引進半隱式半拉格朗日格式，程式的編寫將比想像中簡單的多。
11. 未來可以利用本模式來探討下降氣流蒸發、昇華和載水的相對重要性，這個問題目前尚未解決，預計用模式來做定量的研究比較具有可行性。

12. 由於模式效率的增進，本模式更適合研究中尺度風暴的動力結構，未來可望發展為中尺度模式或三維風暴模式。

半隱式半拉格朗日法在大、中、小尺度模式的適用性是肯定的，基於未來大小尺度模式的整合趨勢，半隱式半拉格朗日法確實值得進一步推廣和應用。

誌 謝

鄭淑真小姐和林豪謙先生在打字和校稿上幫忙許多，並提供不少建議，在這裏表達謝意。本研究是在國科會專題研究計劃支持下完成的，專題計劃編號為NSC80-0202-M001-19。

參考文獻

曾忠一、郭廷新, 1994: 半拉格朗日法的數值實驗(投稿大氣科學)。

Byers, H. R., and R. R. Braham, Jr., 1949: *The Thunderstorm*. Govt. Printing Office, Washington, DC, 287 pp.

Cotton, W. R., M. A. Stephens, T. Nehr Korn and G. J. Tripoli, 1982: The Colorado State University three-dimensional cloud/mesoscale model—1982. Part II: An ice phase parameterization. *J. Rech. Atmos.*, **16**, 295–320.

Federer, B., and A. Waldvogel, 1975: Hail and raindrop size distributions from a Swiss multicell storm. *J. Appl. Meteor.*, **14**, 91–97.

Gunn, K. L. S., and J. S. Marshall, 1958: The distribution with size of aggregate snowflakes. *J. Meteor.*, **15**, 452–461.

Hsie, E. Y., R. D. Farley and H. D. Orville, 1980: Numerical simulation of ice-phase convective cloud seeding. *J. Appl. Meteor.*, **19**, 950–977.

Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1070–1096.

Koenig, L. R., and F. M. Murray, 1976: Ice-bearing cumulus cloud evolution: Numerical simulation and general comparison against observations. *J. Appl. Meteor.*, **15**, 747–762.

Lin, Y. L., R. D. Farley and H. D. Orville, 1983: Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J. Climate Appl. Meteor.*, **22**, 1065–1092.

- Marshall, J. S., and W. M. Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, **5**, 165-166.
- Ogura, Y., and T. Takahashi, 1971: Numerical simulation of the life cycle of a thunderstorm cell. *Mon. Wea. Rev.*, **99**, 895-911.
- Orville, H. D., and F. J. Kopp, 1977: Numerical simulation of the life history of a hailstorm. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 1596-1618.
- Robert, A. J., 1969: The integration of a spectral model of the atmosphere by the implicit method. *Proc. WMO/IUGG Symp. on Numerical Weather Prediction*, Japan Meteorological Agency, Tokyo, pp. VII 19-VII 24.
- Robert, A., 1981: A stable numerical integration scheme for the primitive meteorological equations. *Atmos.- Ocean*, **19**, 35-46.
- Simpson, J., G. V. Helvoirt, M. McCumer, 1982: Three dimensional simulations of cumulus congestus clouds on GATE day 261. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 126-145.
- Soong, S. T., and Y. Ogura, 1973: A comparison between axisymmetric and slab-symmetric cumulus cloud models. *J. Atmos. Sci.*, **30**, 879-893.
- Takahashi, T., 1976: Hail in an axisymmetric cloud model. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1579-1601.
- Tao, W.-K., and J. Simpson, 1989: Modeling study of a tropical squall-type convective line. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 177-202.
- Wisner, C. M., H. D. Orville and C. Myers, 1972: A numerical model of a hail-bearing cloud. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1160-1181.

Application of Semi-implicit Semi-lagrangian(SISL) Method to a Two-dimensional, Slab-symmetric Cloud Model

Ting-Hsin Kuo¹ Chung-Yi Tseng^{1 2}

¹Department of Atmospheric Sciences
National Taiwan University

² Academia Sinica and National Taiwan University

ABSTRACT

In this study, we try to apply the SISL method to a two-dimensional, slab-symmetric cloud model. With the elegant performance of SISL method, the efficiency and resolution can be definitely improved. Within this model, we adopt cloud physics parameterization scheme of Lin *et al.* (1983) to include three kinds of ice particles. To prevent over-saturation, non-iterative ice-water saturation adjustment techniques of Tao *et al.* (1989) are used. Model outputs show that vertical wind shear is critical to the structure and life cycle of a convective cloud. Under an environment with vertical shear, updraft will tend to tilt and hydrometeor contained in the updraft will precipitate without giving negative buoyancy to the updraft. In such a situation, the precipitation downdraft develops in the upshear side and will not cut off the low level moisture supply. The most important characteristic to be noted is that severe precipitation process and tilting updraft structure induce a strong downdraft which in turn leads to a density current and triggers a new cell in the leading edge of gust front where warm and moist air is lifted. Model results also show that wind shear is one of the environmental conditions needed to trigger a new cell.

Key Words :Semi-implicit semi-lagrangian method, Cloud model