

大氣折射原理及在雷達探測上的應用

李文兆

一、前言

在真空中，電磁波以光速直線前進，但在大氣層中，至少有下列二項因素將會影響電磁波的傳遞：1. 大氣分子的吸收作用。2. 由於氣壓、溫度、溼度的改變，因而產生繞射、反射、折射、散射等現象會改變電磁波的路徑及其強度。因此在雷達及無線電的傳遞上，氣象因子具有決定性的影響，本文重點在討論折射原理及氣象因子對折射的影響，最後討論一些實際的例子。

二、折射原理

定義折射指數 (index of refraction)：

$$n = \frac{C}{V}$$

C：真空中的光速

V：在某介質中的光速

因此折射指數實際上在描述電磁波在某介質中的傳播速度與真空中電磁波速之比。當電磁波前進碰到n的不連續面時，入射波將有部份反射及部份折射。

(一) 平面上的折射

折射原理中最重要定理是斯涅爾定理 (Snell's law)，在圖1中，電磁波行進至介質1和介質2的交界面，其折射指數分別為 n_1 及 n_2 且 $n_2 > n_1$ ，相當於電磁波在介質1中的波速大於介質2中的波速。在某一段時間t後，波前由1-2行進到4-3，其中

$$d_{2-3} = V_1 t$$

$$d_{1-4} = V_2 t$$

$$\sin \beta_i = \cos \angle 132 = \frac{d_{2-3}}{d_{1-3}}$$

$$\sin \beta_t = \cos \angle 413 = \frac{d_{1-4}}{d_{1-3}}$$

$$\text{所以 } \frac{\sin \beta_i}{\sin \beta_t} = \frac{d_{2-3}}{d_{1-4}} = \frac{V_1 t}{V_2 t} = \frac{V_1}{V_2}$$

由折射指數的定義 $n = C/V$ 代入上式得

$$\frac{\sin \beta_i}{\sin \beta_t} = \frac{n_2}{n_1}$$

其中 β_i ：入射角

β_t ：折射角

因為 $n_2 > n_1$ ，所以 $\beta_i > \beta_t$ ，也就是入射波和折射波在同一平面上，由小折射指數介質射向大折射指數介質，則折射线將偏向法線，反是則偏離法線。入射角

$$\beta_i = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{由大折射指數介質射入小折射指數介質})$$

為一臨介質，若 $\beta > \beta_i$ ，則將產生全反射的現象，例如厚玻璃魚缸，在某些角度無法看到魚缸內部。

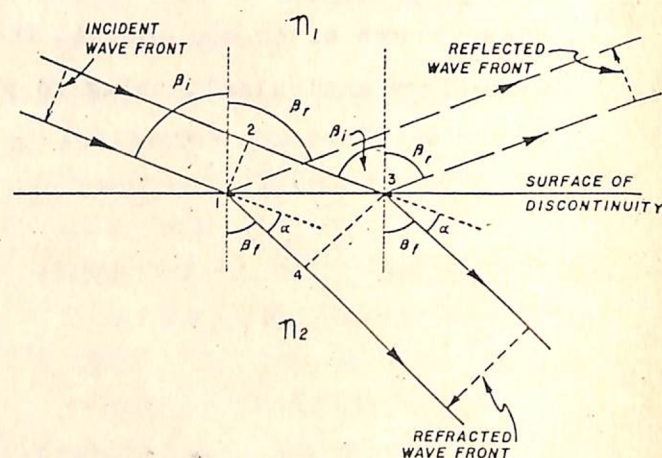


圖1 在折射指數不連續面上的折射和反射。

電磁波穿過不連續面時反射部分和折射部分能量大小決定於下列四項因素：1. 不連續面的特性。2. 不連續面上的物理性質。3. 入射角的大小。4. 入射波的波長。例如水銀鏡對可見光是良好反射體，對 γ 射線則否。

(二) 折射指數連續變化情況下的折射

在折射指數連續變化的情況下，電磁波將只有折射而沒有反射。在圖2中，左側是 $t = 0$ 時的波前，波動向右傳遞，折射指數由底部的 n_0 連續變化至頂部的 $n_0 - \Delta n$ ，在波動進行的過程中，由斯涅爾定律可知，折射指數小的波速快，因此圖2中頂部的波進行要比底部快。在 Δt 的時間後，波前由AB進行到CD，頂部的波進行了

$$d_0 + \Delta d = V_{top} \Delta t = \frac{C \Delta t}{n_0 - \Delta n}$$

C：真空中的波速

底部的波進行了

$$d_0 = V_{bottom} \Delta t = \frac{C \Delta t}{n_0}$$

$$\text{因此 } \Delta d = C \Delta t \left(\frac{1}{n_0 - \Delta n} - \frac{1}{n_0} \right) = \frac{d_0 \Delta n}{n_0 - \Delta n}$$

假設 Δn 很小， $n_0 - \Delta n \approx n_0 \approx 1$

所以上式可寫成 $\Delta d \approx d_0 \Delta n$

因為頂部的波動進行較底部快，在 Δt 時間後波前和 $t = 0$ 時的波前有一傾斜角 $\tau = \Delta d / \Delta h$ ，將上式代入得

$$\tau = d_0 \Delta n / \Delta h$$

但是 τ / d_0 就是曲率 ρ ，由此可看出，偏折角 τ 在 $\Delta n / \Delta h$ 為常數時和 d_0 成正比，經過距離越遠， τ 愈大，此時的路徑是以 d_0 / τ 為半徑的圓弧。所以

$$\rho = \frac{1}{r'} = \frac{\Delta n}{\Delta h} \quad \text{由此可得到一個重要的結論：波動的曲率相當於垂直於波行進方向的折射指數的梯度。換句話說，偏折角相當於垂直進行方向的折射指數的梯度乘上所經過的距離。}$$

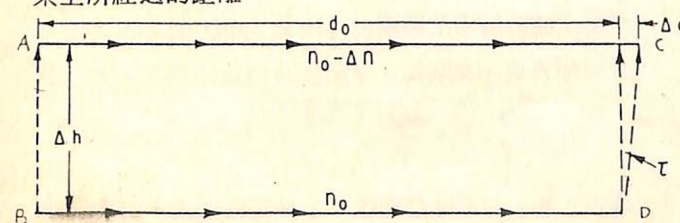


圖2 在折射指數連續變化情況下的折射。

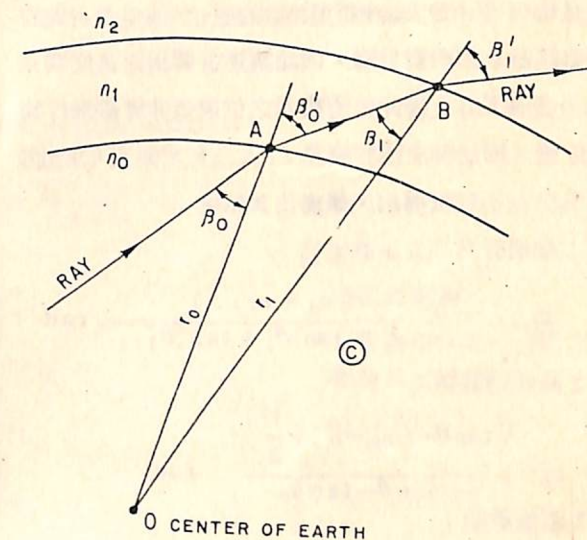
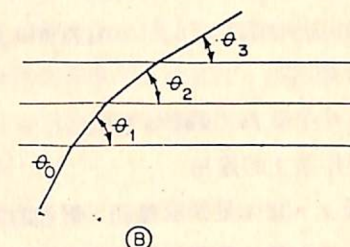
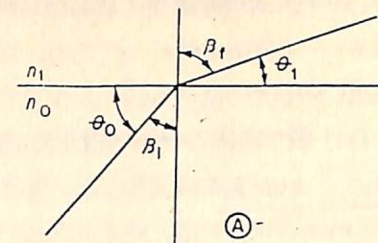


圖3 斯涅爾定律在球面上的示意圖。

(三) 球面上的斯涅爾定律

為討論方便起見，假設大氣中的折射指數具有球面層化的性質，也就是折射指數是一層一層的變化。參考圖3A，只有一個不連續面時，斯涅爾定律可寫成

$$n_0 \sin \beta_i = n_1 \sin \beta_t$$

為方便起見，上式可改寫成 $n_0 \cos \theta_i = n_1 \cos \theta_t$

在圖3B中不只一個不連續面，斯涅爾定律可發展為

$$n_0 \cos \theta_0 = n_1 \cos \theta_1 = n_2 \cos \theta_2$$

當 n 是連續變化時可寫成 $n \cos \theta = n_0 \cos \theta_0$

n 和 θ 是連續變數，註腳0代表任意一個參考層。

在圖3C中，對連續的邊界，斯涅爾定律可寫成

$$n_0 \sin \beta_0 = n_1 \sin \beta_0'$$

$$n_1 \sin \beta_1 = n_2 \sin \beta_1'$$

將第一式乘 γ_0 ，第一式乘 γ_1 ，……，由正弦定律知

$$\frac{\sin \beta_0'}{\gamma_1} = \frac{\sin \beta_1}{\gamma_0}$$

所以在球面上的斯涅爾定律可寫成

$$n_0 \gamma_0 \sin \beta_0 = n_1 \gamma_1 \sin \beta_1 = n_2 \gamma_2 \sin \beta_2 = \dots$$

上式寫成一般式

$$n \gamma \cos \theta = n_0 \gamma_0 \cos \theta_0 = k$$

(四)在實際作業上的應用

參考圖4，圖4是張示意圖，雷達的位置在G，飛行物體在P，對G而言，P點的高度角應為 ξ ，距離是 R_0 ，但由於大氣中折射指數的變化，使由P折返的電磁波沿R的曲線折回，因此雷達計算出之高度角是 α_0 ，距離是R，如此，所指示之位置並非實際飛行物之位置，因此要求出其誤差 ϵ_a 及 ΔR 來修正。求出的過程在此不詳細導出，僅寫出其結果：

1. 總偏折角 τ_{total} ：

$$\tau_{total} = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(n_j - n_{j+1})}{0.5(\tan \theta_j + \tan \theta_{j+1})} \text{ rad}$$

2. 高度角誤差：

$$\epsilon_a = \frac{\tau \tan \theta - (n_0 - n) + \frac{\tau^2}{2}}{\tau + \tan \theta - \tan \alpha_0} \text{ rad}$$

3. 距離誤差：

$$\Delta R_{total} = 2 \sum_{j=0}^{m-1} \frac{(N_j + N_{j+1})(h_{j+1} - h_j) 10^{-6}}{\sin \theta_j + \sin \theta_{j+1}}$$

..... (兩倍路徑)

4. 高度誤差：

$$\epsilon_h = \frac{(R^2 - h_a^2) \tau_h}{2R}$$

τ_h 表在高度h時的總偏折角

上列四式存入電腦中，當雷達偵測到目標物後，輸入高度角及距離，即可求出真正的高度角，距離及實際飛行高度。當然事先要輸入大氣中折射指數的情況，才能順利的計算。在上面的式中可看出，主要的資料是要 $n_j - n_{j-1}$ ，也就是折射指數的梯度。在正常大氣中，折射指數的梯度近似一常數，所以氣象人員

的工作就在找出大氣中折射指數改變較大的區域，以便電腦的計算及雷達的操作。

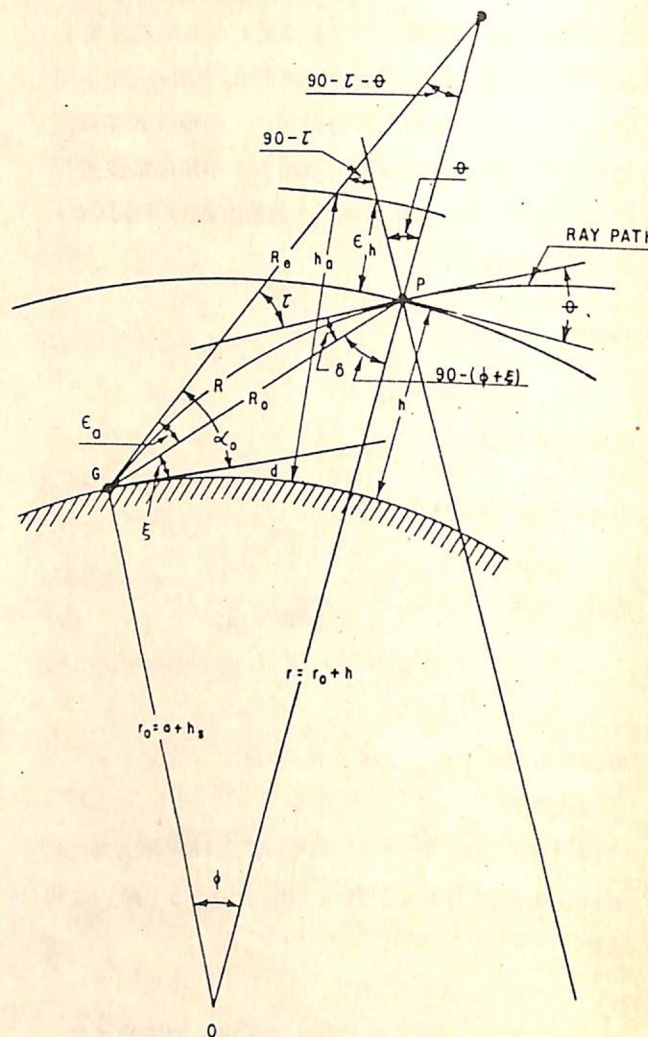


圖4 無線電波折射的幾何示意圖。

三、大氣中的折射指數及其計算法

在第二部分已定義了折射指數n。在海平面附近，折射指數大致在1.000250到1.000450，平均在1.000350附近，為了方便，另外定義一折射率N (refractivity)， $N = (n - 1) \times 10^6$ ，大氣中海平面上的折射率的範圍由250到450，平均在350。折射率可表示成氣壓，水氣壓及溫度的函數。如下式

$$N = \frac{D}{T} (P + \frac{Ee}{T})$$

式中P及e的單位是毫巴，T是絕對溫度。D和E是常數，D是乾空氣的介電常數 (dielectric const)

，E是水汽電雙極動量常數 (dipole-moment const)。經過多次的計算，D的建議值是77.6，E是4810。上式可寫成

$$N = 77.6 \left(\frac{P}{T} \right) + 3.73 \times 10^5 \left(\frac{e}{T^2} \right)$$

式中第一項和第二項分別稱為乾項和溼項。因P及e隨高度遞減，因此N也隨高度減少。由此可看出N的大小實決定於氣象因子的變化。前面已說到電磁波的路徑和N的梯度有關，N的梯度可由一系列有興趣的層次之N值求得。

下面介紹兩種求折射率的方法：

(一) 折射計 (Refractometer)：

折射計構造是一條中空的管子，內充空氣，因為折射指數就是空氣的介電係數的平方根。用3公分波長的電磁波通過折射計，因其共振頻率會隨介電係數

的不同而改變，因此可測出N的大小。在使用上，同時用兩個折射計，一個內部真空，一個可和自由大氣交換內部空氣，如此由探空氣球帶上空中，比較此二折射計的共振頻率即可得到N值。

(二) 氣壓、溫度及露點溫度法

此法較折射計為簡便，因每天的探空資料都包括了這三種資料，其可能最大的誤差將產生在溼度上，因探空上的溼度感應元件在低溫時的落後係數很大，因此所測得的溼度不具代表性，所以要想改進本法的缺點唯有從加強探空的感應元件着手。本法又可分成兩種方法：

1. 查表法 (Refractive-Index Nomogram)：

當不需要很高的精確度時，查表法是最簡便的方法，參考圖5，表的左側直線表溫度，斜線表氣壓，表的右側直線是露點溫度，當我們由探空上選取了特

性層後，即可由溫度及氣壓在左側找到一點，和左側露點溫度的連線即可由中間線讀出折射率。

2. 斜溫圖法：

折射率N可分成兩項，

乾項 N_D 和溼項 N_W ，

$$N_D = 77.6 \frac{P}{T}$$

$$N_W = 373256 \frac{e}{T^2}$$

$$= 373256 \frac{e}{P} \frac{P}{T^2}$$

$$= 373256 \frac{W}{621.97 + T} \frac{P}{T^2}$$

W：混合比，單位是1kg乾空氣中所含水汽的克數。

如此 N_D 及 N_W 中的變數均可在斜溫圖中找到。現在只需把折射率網格圖 (Refractivity grid)，參考

圖6，蓋在斜溫圖上即可求取 N_W 及 N_D 。在圖6中，

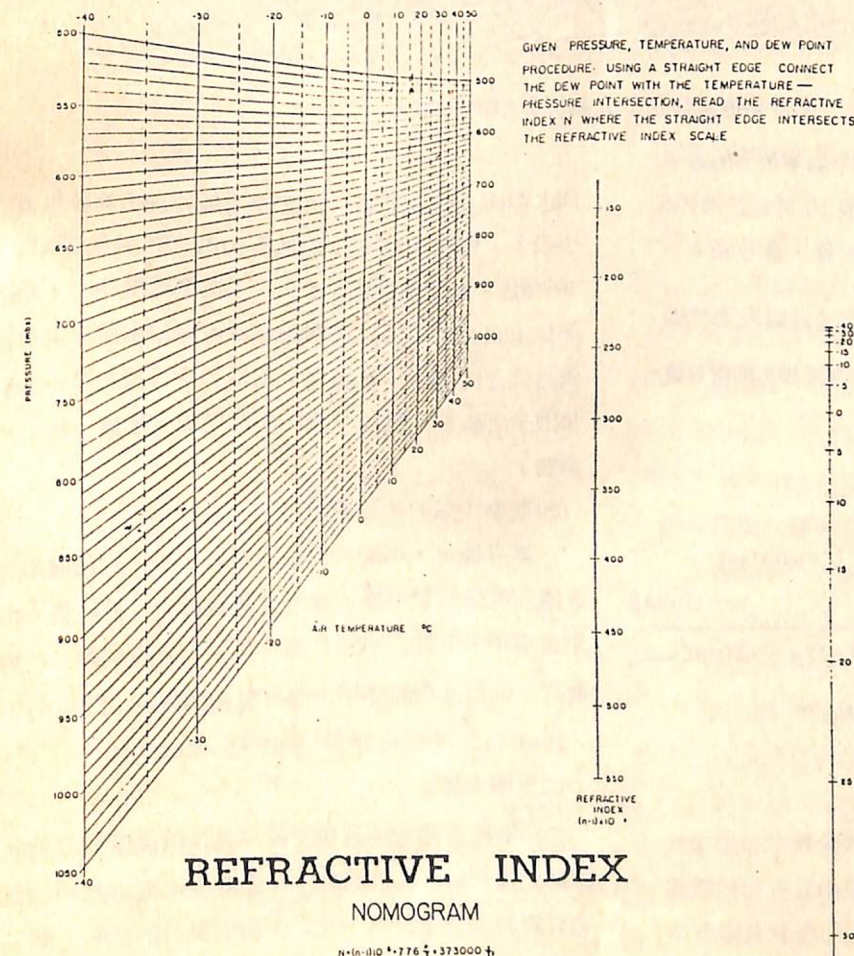


圖5 大氣折射指數列線圖表。

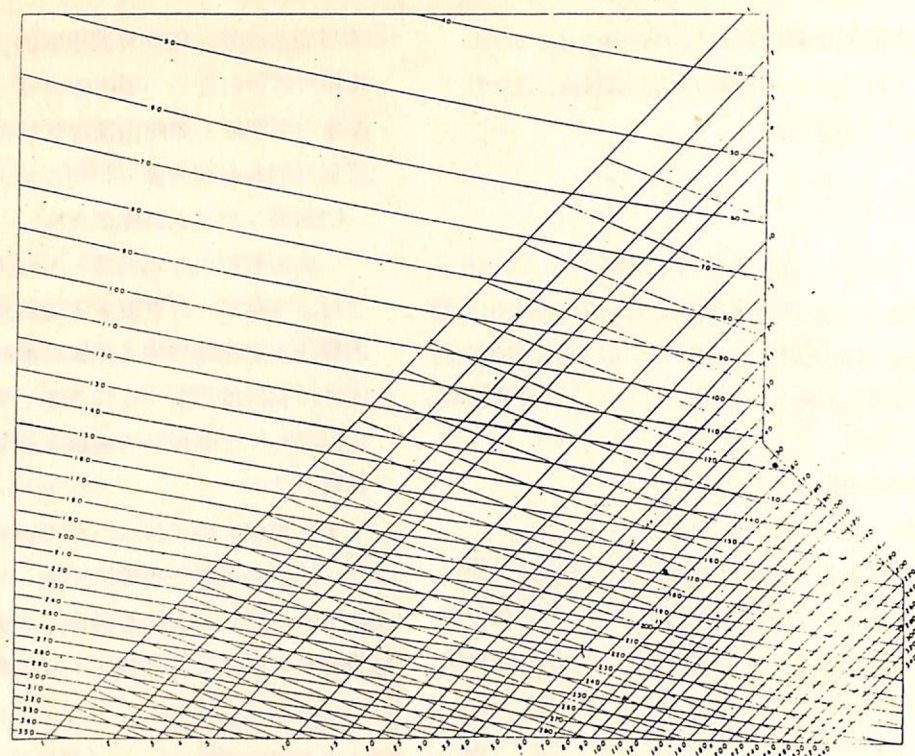


圖 6 配合斜溫圖使用的大氣折射率網格圖。

右上往左下的是等 N_w 線，左上往右下斜率較小的是等 N_D 線，斜率較大的是等 $\frac{P}{T^2}$ 線。讀取 N_D 只需找到 P 及 T 那點，讀取 N_D 值即得，而 N_w 較複雜，參考圖 7，P 及 T 已知得到一點，沿等 $\frac{P}{T^2}$ 線和通過露點溫度的 W 線的交點，讀取 N_w 值。此二值求得後相加即得 N 值。

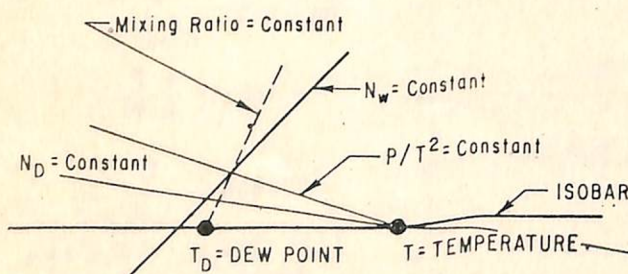


圖 7 圖解法計算 N_w 。

四、折射率梯度

大部分的對流層中無線電波的傳送異常都是由於折射使電磁波路徑偏折，這種偏折是由於折射指數的梯度所造成的。在正常情況下，大氣的溫度及溼度是隨高度遞減的，因此存在有折射率的梯度。到目前為止，本文所討論的折射率變化僅限於垂直面上，此乃

因水平面上無論氣壓、溫度及溼度的變化均較垂直面小很多，舉例來說，在離地面 1000 英尺處氣壓降低了 35 毫巴，而同樣的氣壓差在水平的高低壓中心，相距至少上百公里。因此在討論異常電磁波傳送時主要考慮垂直方向的折射率梯度，這些梯度直接的被一些氣象因子所影響，例如平流，下沉逆溫，亂流，輻射及蒸發。

(一)標準大氣的折射率分佈：

參考圖 8，不論地面的 N 值是多少，對流層中的 N 隨高度呈指數減少，達於對流層頂的一個定值，在平流層中，平均下來的 N 值也是呈指數的型態，平均而言，低對流層的標準大氣折射率梯度約 $-12 \text{ unit} / 1000 \text{ ft}$ ，中對流層為 $-6 \text{ unit} / 1000 \text{ ft}$ 。

(二)實際大氣：

由前節方法求到 N 值後就要劃 N 隨高度的分佈曲線於大氣折射指數計算表上，如圖 9，再由圖 10 的圖型核對曲線是落在那一區域，決定折射的種類，圖 10 的膠板上共有 4 區，由右到左分別為 4，1，2，3 區。分別解說如下：

4 區：屬於反折射區 (subrefractive)， $\Delta N / \Delta h > 0$ ，N 隨高度而增加，電磁波向上彎曲 (和地球曲率相反)，電磁波傳送距離顯著減少，在大氣中不常發生。

1 區：屬於正常折射區 (Normal) ($0 > \Delta N / \Delta h > -24 / 1000$)，N 隨高度減小，電磁波向下折曲，方向和地球的曲率相同，但不若 2 區大，電磁波操作不受干擾，在大氣中最常出現。

2 區：屬於超折射區 (superrefractive)， $-24 / 1000 > \Delta N / \Delta h > -48 / 1000$ ，N 隨高度減小，電磁波向下變曲，其曲率大於 1 區但小於地球半徑，電磁波傳播可延伸至相當距離。

3 區：屬於陷波區 (trapping) $-48 / 1000 > \Delta N / \Delta h$ ，N 隨高度減少，因電磁波曲率大於地球半徑，因此將無法穿透此層，這對雷達及無線電的作業上有很天的妨礙，例如雷達孔 (radar hole)。但此情況不常發生。

(二)利用探空資料計算折射率及折射率梯度之實例：

下列是民國 72 年元月 2 日 1200 Z 46747 (東港) 探空的部分壓溫資料：

T TAA 52121 46747 99018 21640 01008
00163 20256 36007 85553 11273 13007
70158 070XX 27028 50584 083XX 26054
...

TTBB 5212X 46747 00018 21640 11992
21235 22900 14230 33863 13656 44780
06630 55762 08281 66720 082XX
...

用上列探空資料，將標準定壓面及特性層之溫度及露點溫度列於大氣折射指數計算表上，如圖 9，並查出對應的 N 值，然後先將標準定壓面，地面、850 MB 及 700 MB 的高度標出，連成一線，將特性層標於線上。再將對應 N 值標於同高度的 N 值直線上，將各點連成一線，由膠板上 (參考圖 10) 即可讀出各段的折射指數。其結果是由地面至 4780 呎折射指數是 1，由 4780 呎至 5180 呎是 3，由 5180 呎至 7700 呎是 4，由 7780 呎至 8350 呎是 3。

(三)使用探空資料計算折射率的限制：

1 探空中的溼度元件在低溫時的時間落後 (time lag) 很長，將使記錄到的折射率梯度減少，也就是使反折射區及陷波區的厚度加厚，且其高度較實際位置為高。

2 因溫度及溼度感應係數無法即時反應，因此厚度小於 300 英尺的反折射區及陷波區無法用此法求得。

3 由於溼度感應元件在 -40°C 以下幾乎無法作用，因此中高對流層的 N 值無法用此法求出。(本省在副熱帶，一般 -40°C 層約在 250 毫巴，因此只有高對流層 N 值無法用本法求出)。

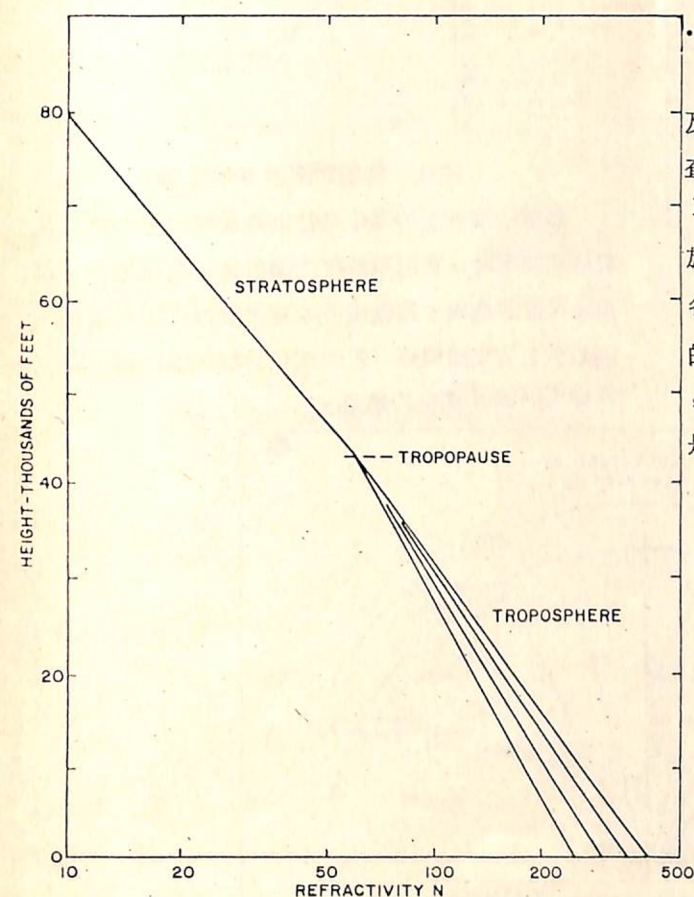


圖 8 標準大氣折射率分佈圖。

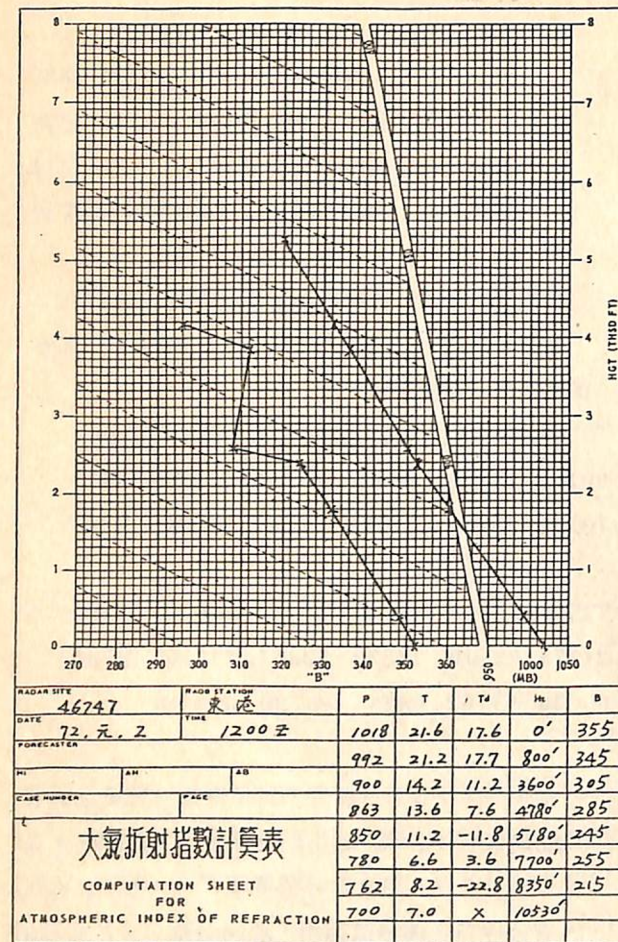


圖 9. 大氣折射指數計算表。

五、大氣折射對雷達探測的影響

對雷達探測而言，產生影響的時機就是反折射及限波的情況。以下討論幾種會產生異常折射率梯度的大氣條件。

(一) 近地層的異常情況：

真實大氣在對流層近地面幾百英尺的一層是最容易和標準大氣的情況不同的。在這層中，折射率梯度通常要大於 $-12 \text{ unit} / 1000 \text{ ft}$ ，這主要因為夜晚的輻射冷卻，水汽的蒸發或平流的關係。在近地層的折射率梯度大於 $-48 \text{ unit} / 1000 \text{ ft}$ 時，若其厚度適當（視波長而定），則將產生無線電陷波層（radio duct），參考圖 11。

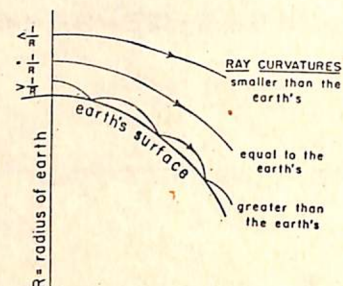


圖 11. 無線電陷波層示意圖。

無線電陷波層的產生是當近地層電磁波的曲率大於地球曲率時，在電磁波向上發射後，折回地面，反射後又折回地面，則電磁波永遠被限制在近地層內，例如在本省東部偶爾可收到琉球的電視或廣播；就是無線電陷波層產生的結果。

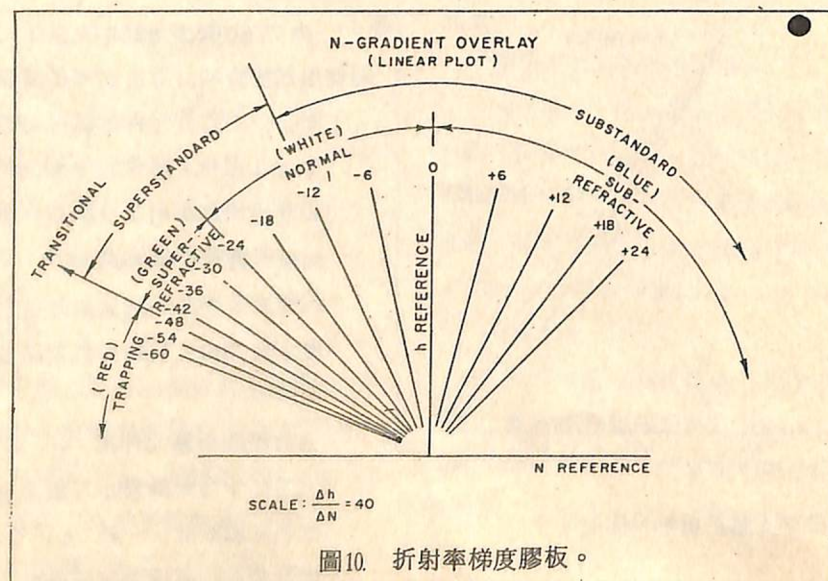


圖 10. 折射率梯度膠板。

近地層的無線電陷波層主要是對地面雷達的影響，它將使雷達無法偵測低空的飛行物體。

(二) 高空的異常層 (Elevated Layer)

在很多折射計的資料中都顯示在約 10000 英尺處有一厚度數百呎的異常層，其 N 值分布圖如圖 12，這一層的影響可參考圖 13，電磁波受此層影響將視入射角而定，入射角愈大（愈平）則偏折角愈大，若此層非常接近雷達所在高度，則將因全反射的因素產生雷達孔，參考圖 14 及圖 15，分別是雷達高度接近異常層時，而雷達低於及高於此層的情況。這對對空雷達而言是個死角，構成了嚴重威脅。

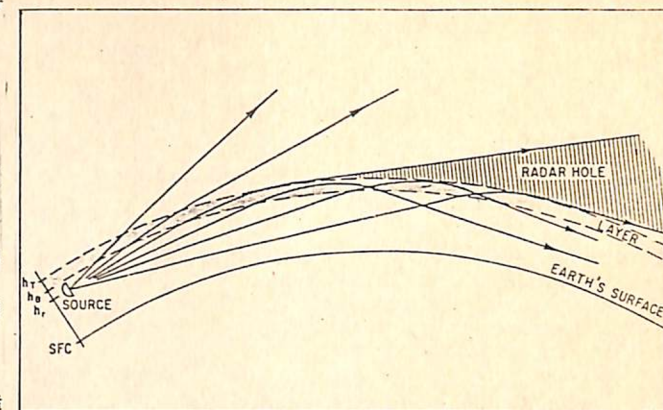


圖 14. 雷達高度恰在異常層之下時的無線電波折射。

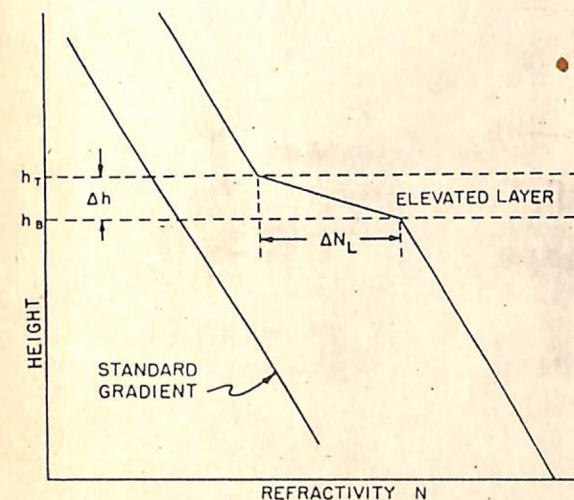


圖 12. 高空異常層的 N 值分佈曲線。

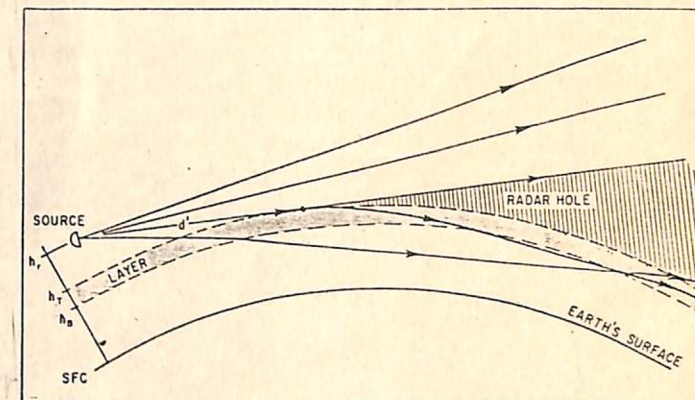


圖 15. 雷達高度高於異常層時的無線電波折射。

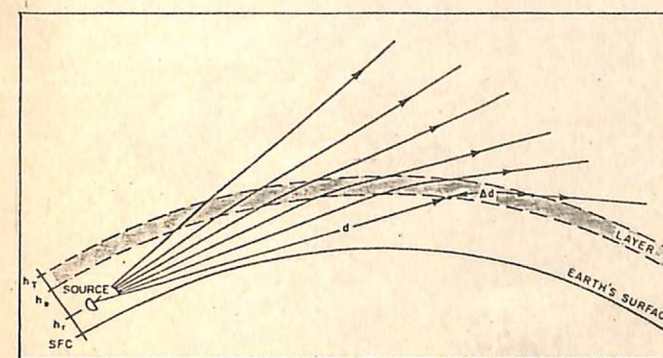


圖 13. 雷達高度遠低於異常層時的無線電波折射。

六、結語

雷達在近代軍事上，尤其是防空上的重要性是有目共睹的，由前面的討論中可知氣象因子的變化將直接影響到雷達觀測的範圍及距離，因此我氣象人員在處理探空資料，計算及編發大氣折射電碼時，務必要注意探空資料上的每一個特性層，在溫度及溼度有顯著變化時，例如逆溫，水汽急劇減少等情況，尤應提高警覺，才能提供戰管人員迅速、有效的資料，直接增進我空防的力量。