

水氣對山岳波的陷入效應(一)

許武榮

戴志輝

國立台灣大學大氣科學系 空軍氣象中心

摘要

在適當的大氣穩定度成層結構下，山岳波除了向上傳播之外，還會有部分能量沿著地表附近向下游傳播，這就是一般所謂的陷入山岳波 (trapped mountain waves) 現象；又潛熱釋放有改變大氣穩定度的效果，因此若考慮水氣的加入，即使原本單純的大氣穩定度結構，也可能因為成雲而轉變為複雜的成層結構，致使山岳波外型發生不可預期的變化，若成雲的位置適當，也可能會造成山岳波的陷入現象。

一、前言

乾大氣下，線性山岳波的理論及模擬已發展的十分成熟 (戴，1998)，而 Scorer (1949) 更證明出，當水平風速及穩定度適當地滿足成層結構時，某些波段的波動會被成層的介面所反射，引發下層大氣的共振波 (resonant waves)，這種「適當的成層結構」，即所謂的 Scorer 條件，足以造成部份山岳波的能量沿著地面傳播，此即為陷入山岳波的現象。

由於實際大氣中富含水氣，而水氣的潛熱釋放會非線性地降低大氣穩定度，因此，實際大氣中的雲區與無雲區即相當於穩定度成層的大氣結構，應有可能造成山岳波的陷入現象。本文之目的，即在於藉由模擬驗證這種現象的可能性。其中第一章為前言，第二章介紹陷入山岳波之相關理論，第三、四章分別為乾及潮濕大氣環境下的模擬結果，第五章為結論。

二、陷入山岳波的理論

Scorer (1949) 推導出當大氣滿足以下的 Scorer 條件時，在成層大氣中的下層大氣會有陷入波 (trapped waves) (如圖 1) 的發

生：

$$l_1^2 - l_2^2 \geq \frac{\pi^2}{4H^2} \dots\dots\dots(1)$$

l_1^2 、 l_2^2 分別是下、上層的 Scorer 參數， H 是界面高度，Scorer 參數為：

$$l^2 = \frac{N^2}{u^2} - \frac{\bar{u}''}{u}$$

若考慮在均勻流場下，則 Scorer 參數可簡化為：

$$l^2 = \frac{N^2}{u^2}$$

如果大氣是在飽和的狀態下，則水氣凝結的潛熱釋放將會改變大氣的動力結構 (Barcilon and Jusem, 1979)，其效果是使大氣穩定度由 N^2 變為由 N_m^2 來決定。因此山岳波的垂直波長、垂直速度、水平速度偏差及氣塊的垂直淨位移都將發生改變。一般常使用 $g \frac{d \ln \theta_c}{dz}$

當作是 N_m^2 ，但較精確的計算式為 (Durran and Klemp, 1982a)：

$$N_m^2 = g \left\{ \frac{1+(Lq_c/RT)}{1+(\epsilon L^2 q_c / C_p RT^2)} \times \left(\frac{d \ln \theta}{dz} + \frac{L}{TC_p} \frac{dq_c}{dz} \right) - \frac{dq_w}{dz} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

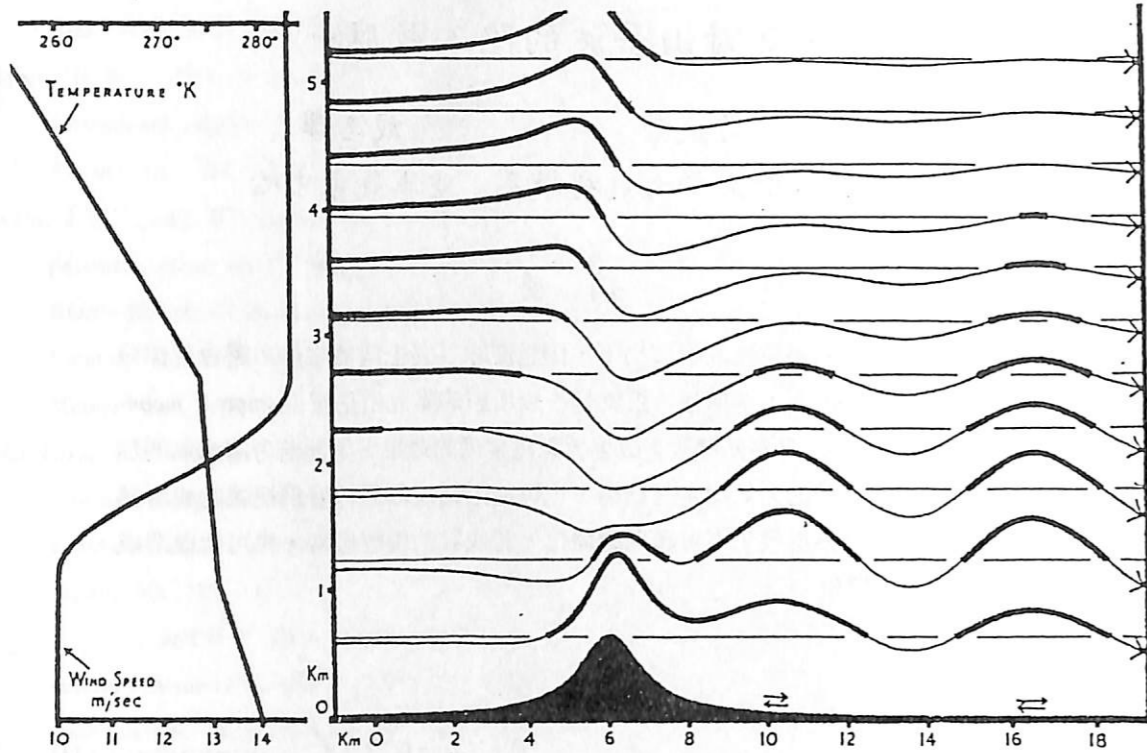


圖1 恆態線性陷入山岳波的解析解，左側為風速及溫度之垂直結構（摘自 Scorer, 1949）。

其中 $\epsilon = \frac{R}{R_s}$

L 為 1 公克液水所釋放的潛熱

q_s 是飽和水氣量

q_w 是水總量，含液態水及水蒸氣

(2)式顯示 N_m^2 是溫度及水總量的函數。且相對於飽和氣塊的穩定度 N_m^2 ，其值會比環境大氣的穩定度 N^2 為小，其減小的程度是依大氣的溫度結構而定。因此加入水氣將使山岳波的波長與強度均改變。

此外，我們可以用下列的線性理論，解釋陷入波發生的原因：

在無垂直風切時，恆態重力波方程為：

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + l^2 w = 0$$

又考慮下邊界可能存在之任意地形

$$h(x) = \sum_{s=1}^{\infty} \text{Re}[h_s \exp(ik_s x)]$$

時（下標 s 是

地形之傅式分量的第 s 個模， h_s 為相對於第 s 個模的振幅），則重力波方程式為

$$w(x, z) = \sum_{s=1}^{\infty} \text{Re}\{W_s \exp[i(k_s x + m_s z)]\}$$

，其

中 k_s 、 m_s 分別是第 s 個模，在水平及垂直方向上的波數。

對於任意的第 s 個模，其頻散關係式為：

$$m_s^2 = l^2 - k_s^2 \dots\dots\dots (3)$$

當 $k_s^2 < l^2$ 時 $m_s^2 > 0$ ，波動向上傳播；若 $k_s^2 > l^2$ 時 $m_s^2 < 0$ ，在垂直方向上會衰減。於是整個山岳波在垂直方向上的傳播情形，就由所有模的合成效果來決定。

如果下層大氣具有較大的 l^2 值，可允許較多波數段的波動向上傳播，但是上層較小的 l^2 值卻只能允許較少波數段的波動向上傳播，造成部份波數段的波動會被反射回來，於是就在界面與地表之間不斷反射並向下游傳播，形成陷入波。

三、乾大氣陷入山岳波的個案模擬

Durrant and Klemp (1982b) 使用二維非靜力、非線性模式，成功地模擬出在具垂直風切的兩層乾大氣結構下（如圖 2 (a)，此結構相

當於界面 H 高為 3 公里，且 l_1^2 及 l_2^2 之值分別為 $1.0 \times 10^{-6} \text{m}^{-2}$ 與 $1.5 \times 10^{-7} \text{m}^{-2}$ ），由高度 1 公尺，寬度為 2.5 公里的地形所激發的恆態陷入山岳波。圖 2 (b)、(c) 是他們所模擬出的氣流線及垂直速度分布；而圖 2 (d)、(e) 為相同環境

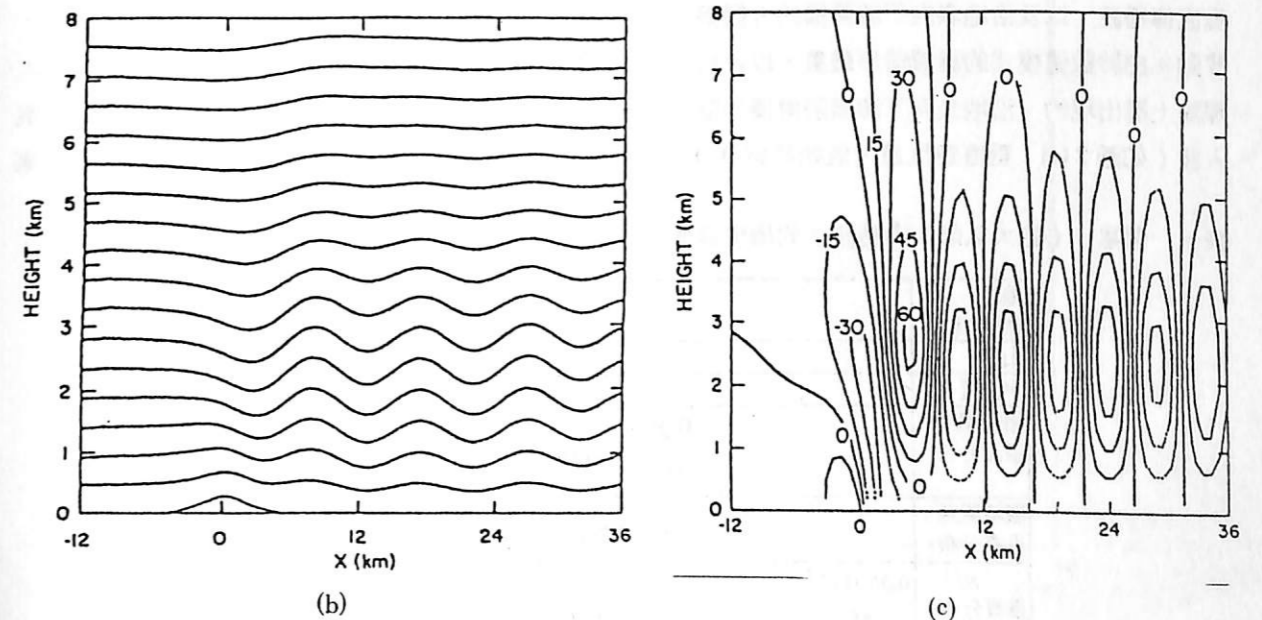
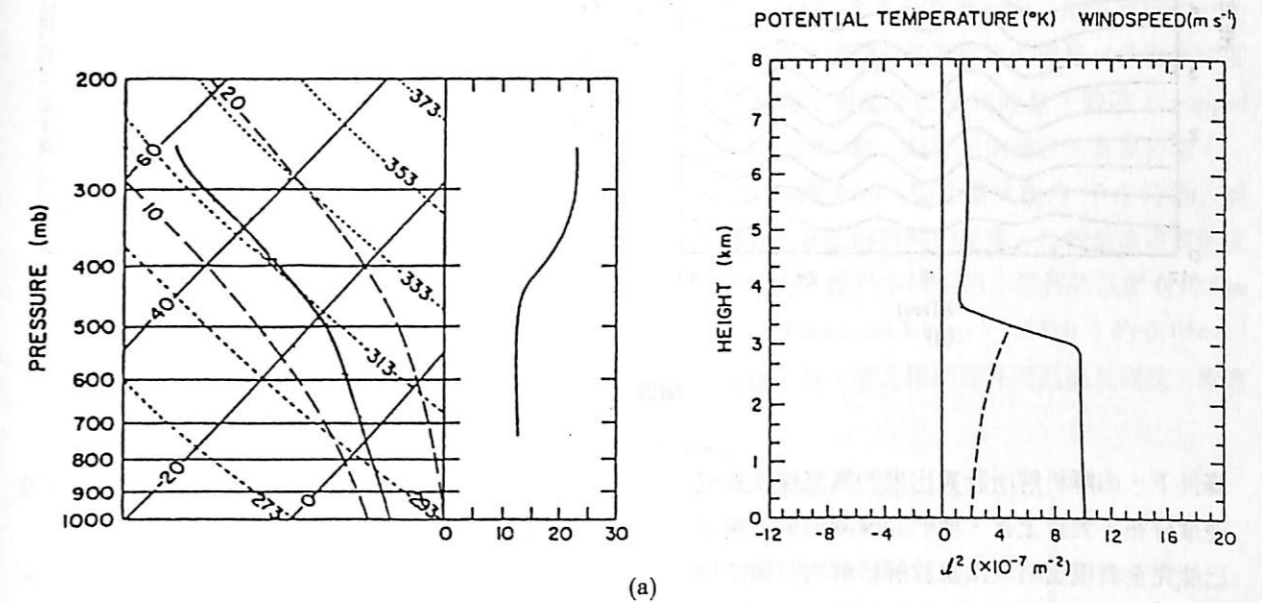
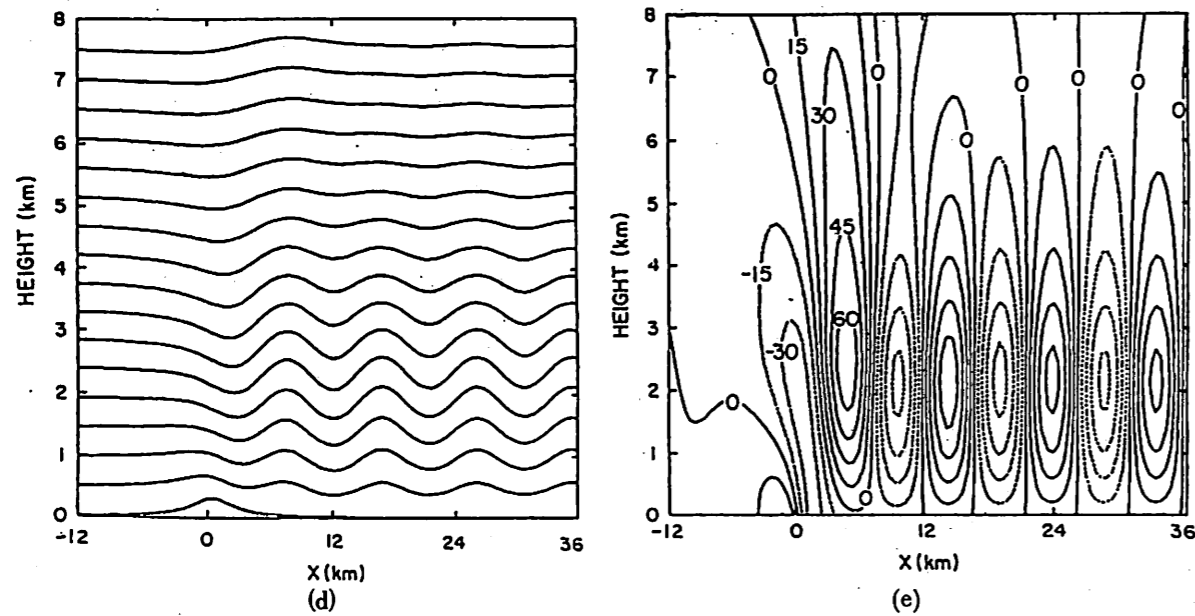


圖2 Durrant and Klemp (1982b) 模擬乾大氣下，由高 1m、半山寬 2.5km 地形所激發的陷入山岳波。(a)為背景溫度、u 以及 Scorer 參數剖面；(b)與(c)分別為模擬之恆態流線分布與垂直速度；直接以數學解所得之流線分布與垂直速度，示於圖(d)與(e)。(b)與(d)的流線垂直位移已放大 300 倍，(c)與(e)的等值線間距為 0.0015ms^{-1} 。



續圖 2

條件下，由解析解所計算出來的氣流線及垂直速度分布。大致上言，他們的模擬結果，幾乎已能完全表現出陷入山岳波解析解的明顯特徵，即分別在垂直方向上出現微弱且波長很長的垂直傳播波，以及沿地表向下游傳播的大振幅波動。由於數值模式的衰減情形嚴重，以致於理論上應出現的、沿地表向下游無限傳播的陷入波（如圖 2(e)，垂直速度最大值始終為 0.0

6ms⁻¹），在地形下游第 36 公里處，其強度就已衰減為第一個波的一半（如圖 2(c)）。

Yang (1993) 曾指出，陷入山岳波是純粹的非靜力現象，只有非靜力模式才能模擬出來。為了測試本模式模擬陷入山岳波的能力，便採用 Duran and Klemp (1982b) 模擬陷入山岳波所使用 Scorer 的參數結構，設計了個案一（環境條件如表一）的實驗。圖 3(a) 為個案

表一 個案一（乾大氣陷入山岳波）的環境條件

地溫 (虛位溫)	298K		
山高	10m		
半山寬	1000m		
相對濕度 垂直分布	0% $\xrightarrow[\frac{d(RH)}{dz}=0]{sfc}$ 0% \xrightarrow{top}		
環境風速 垂直分布	$\bar{u}=10m/s, \frac{d\bar{u}}{dz}=0$		
N^2 垂直分布	0.0001s ⁻² $\xrightarrow[\frac{d(N^2)}{dz}=0]{sfc}$	0.000015s ⁻² $\xrightarrow[3000m]{\frac{d(N^2)}{dz}=0}$	0.000015s ⁻² \xrightarrow{top}
網格式	501*101(水平*垂直)		
網格式	$\Delta x=200m; \Delta z=200m, \text{第二層 } \Delta z=100m$		
時間步長	$\frac{1}{2}$ sec(stage1), $\frac{1}{2}$ sec(stage2)		

一在模式初始化之後，環境的穩定度垂直分布。由於水平風場無垂直風切，故將 3(a) 圖的穩定度除以 \bar{u}^2 後，即可視 Scorer 為參數的分布。圖 3(b)、(c)、(d) 為此個案積分到第 10 個小時的氣流線、垂直速度分布與水平速度偏差。由圖 3(b)、(c)，可以看到微弱且波長很長的垂直傳播波，及沿地表向下游傳播的大振幅波動，此與 2(b)、(c) 圖及圖 2(d)、(c) 的特徵相同。由圖 3(c)、(d)，顯示在這樣的陷入山岳波個案裡，對於垂直傳播的部份而言，水平速度偏差與垂直速度之間為 180 度相差，滿足重力波的基本傳播形態；對於水平傳播的部份而言，兩者之間為 90 度相差，且在上層是水平速度偏差領先垂直速度，下層則相反，這與二維模式對應線的個案模擬中所見到的特徵一致（

Yang and Houze, 1995）；圖 3(d) 中，出現在下層大氣、地形 lee 側的水平速度正偏差，則是因為陷入波的形成，使地表水平風速增加所致。圖 3(e) 為波拖曳量垂直分布，顯示地面附近波拖曳量大小約為 $-4.5 \times 10^{-5} \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ ；而位於界面高度所在的 3 公里以上區域，則大致上呈現 $-2.5 \times 10^{-5} \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ 的垂直均勻分布之狀態。這種在地面附近的波拖曳量垂直梯度，說明了有部分山岳波能量，被陷 (trapped) 在低層大氣，是陷入山岳波的重要特徵。

由圖 3(c)，顯示模式積分 10 小時後，能得到更接近解析解的結果。比較垂直速度強度可看出，雖然本模式第一個波的強度 0.055ms⁻¹ 比 Duran and Klemp (1982b) 的 0.06ms⁻¹ 稍弱一些，但在繪圖邊界附近第五個波，垂直

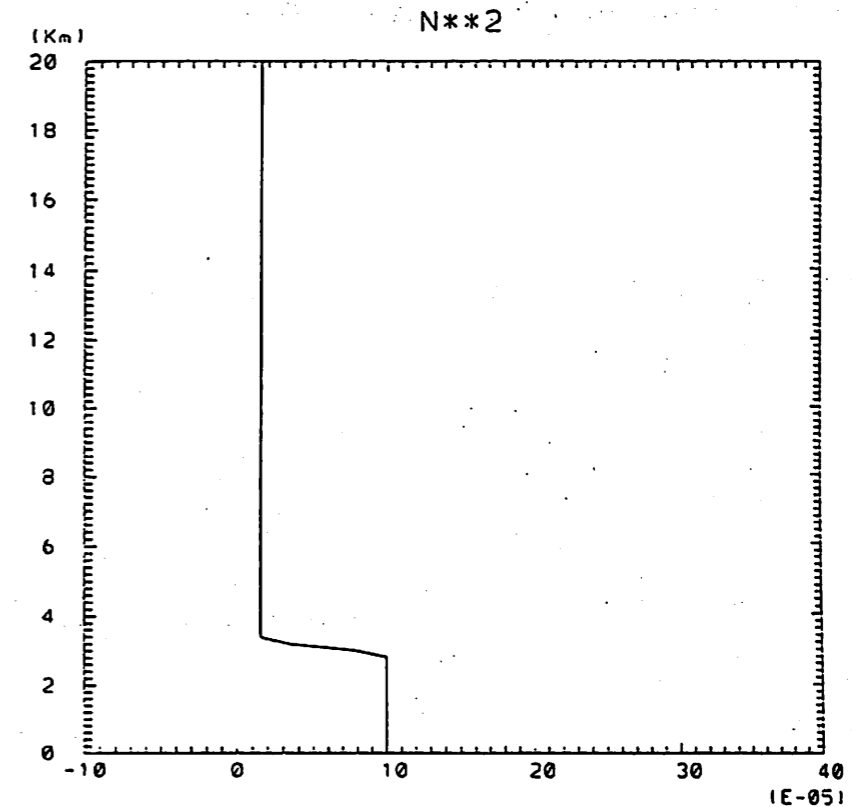
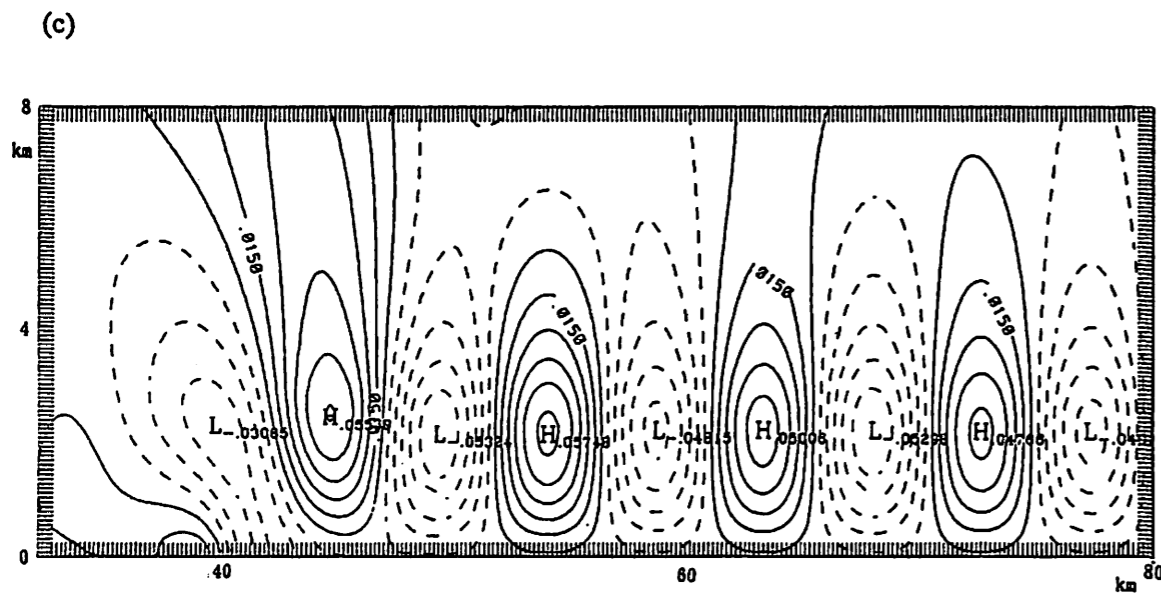
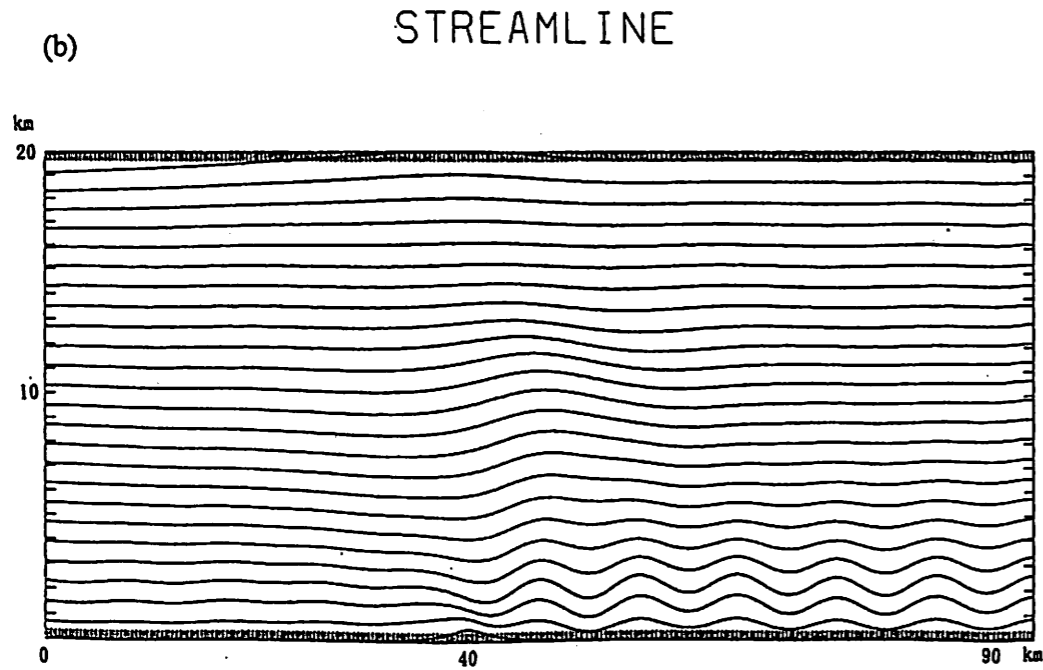
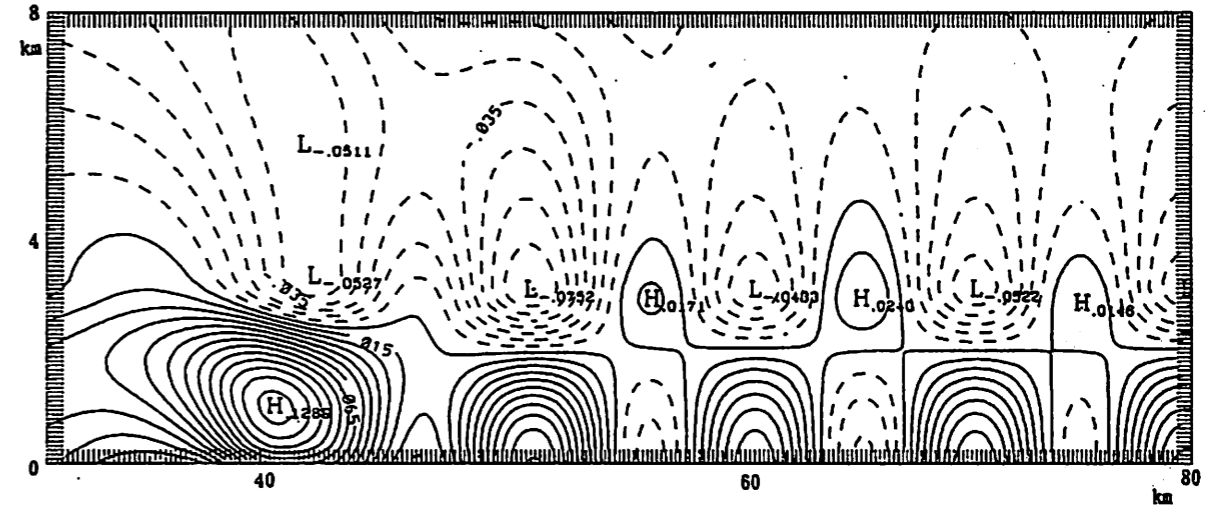


圖 3 個案一(a)背景大氣穩定度垂直分布。在無垂直風切下， N^2/\bar{u}^2 即為 Scorer 參數。積分至第 10 個小時的(b)氣流線分布，其垂直位移已放大 50 倍；(c)垂直速度的分布；(d) u' 的分布。圖(c)與(d)所示範圍為 32~80km，垂直 0~8km 的區間。圖(c)、(d)的等值線間距為 0.01ms⁻¹。圖(e)為水平平均波拖曳量的垂直分布。

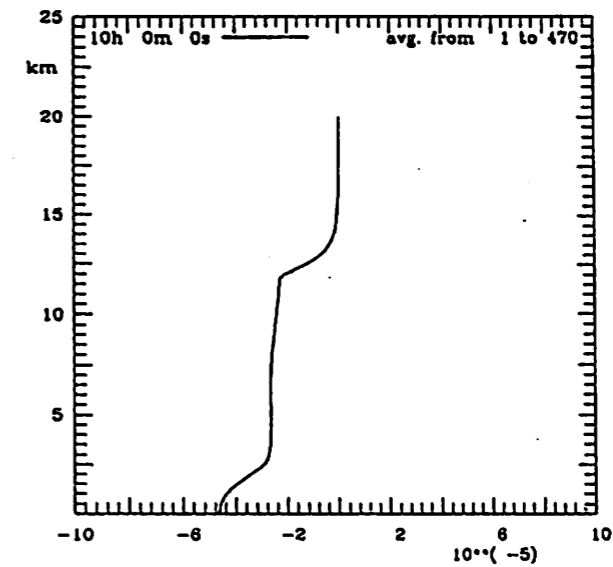


續圖 3

(d)



(e)



續圖 3

速度強度仍然有 $0.047 \sim 0.049 \text{ms}^{-1}$ ，達到第一個波的 85% 以上，顯示本模式在積分區域內的衰減情形，較 Durrant and Klemp (1982b) 的模式為佳。這是因為台大——普渡模式完全沒有使用勻滑處理，故整體而言，個案一的表现更接近解析解，證明台大——普渡模式對屬於非靜力現象的陷入山岳波，應已有充份的掌握能力。

四、水氣陷入效應的個案模擬

Durrant and Klemp (1982b) 的研究有兩個重要結果，第一個結果說明了原本利於陷入山岳波存在的成層大氣，會因為水氣的加入，而使陷入的現象減弱，甚至消失。此原因可以從(1)或(3)式獲得瞭解：無垂直風切下，低層穩定度大、上層穩定度小的分布將有利於陷入山

岳波的形成，若在下層加入水氣，由(2)式得知下層的穩定度將減小，致(1)式的 Scorer 條件不再滿足；或言下層波動可順利向上傳播，因此陷入機制消失。第二個結果則說明了，上層大氣若加入水氣，會造成陷入波的加強。這個結果從(1)式來看，是因為上層的水汽凝結讓該層的穩定度減小，致上下的成層情況更加明顯所致；從(3)式來看，則是因上層減小的穩定度更不利於波動的垂直傳播所致。由 Durran and Klemp (1982b) 及戴 (1998) 的結果看來，因水氣量是溫度的函數，只要溫度夠高，水氣的含量夠多，相對於飽和氣塊而言，被修正的穩定度就會偏離環境原本所具有的穩定度很遠，當水汽層出現的位置適當，應有理由相信潮溼山岳波的行為，會從原本在單層結構下，變成是在某種程度的多層結構下進行著。

如果潛熱釋放對大氣穩定度分布的修正作用只發生在地表附近且不夠明顯，頂多只能造成山岳波強度減弱而已；若是修正作用夠明顯而且發生在距離地表稍高的中層大氣，此時大

氣的穩定度成層結構，將使山岳波的行為，不再單純的如 Gill (1982) 或 Queney (1948) 所討論的簡單形式而已，而是有點像 Durran and Klemp (1982b) 所模擬的陷入山岳波型態！也就是說，原本即使是單層的大氣結構，會因水汽凝結的潛熱釋放效應而成層，形成下層穩定度較大而上層穩定度較小的結構，此時的山岳波，將會是以類似於陷入山岳波的形態出現！

圖 4(a) 是個案二 (環境條件如表二)，積分至第一個小時的液態水分布，也就是 (近似於) 雲區分布。只有在氣塊淨垂直位移為正的區域才會成雲。圖中箭頭所指為山頂位置，斷線是相同環境下的乾山岳波傳播方向。此圖的意義為，山岳波在向上、向下游傳播時，從無雲區 (穩定度具有與原環境大氣相同的 N^2 值) 向上傳播，約在 3,500 公尺的高度處進入並穿過厚度約 4,000 公尺的雲區 (相當於環境穩定度改變為具有較小的 N_m^2 值)。圖 4(b) 中的粗實線，是積分開始後，在有雲形成時，沿山

表二 個案二的環境條件

地溫 (虛位溫)	285K
山高	10m
半山寬	1000m
相對濕度垂直分布	98% $\xrightarrow[\frac{d(RH)}{dz}=0]{sfc}$ 98% $\xrightarrow[\frac{d(RH)}{dz}=-10^{-4}]{10km}$ 48% $\xrightarrow[\frac{d(RH)}{dz}=0]{15km}$ 48% \xrightarrow{top}
環境風速垂直分布	$\bar{u} = 10 m/s, \frac{d\bar{u}}{dz} = 0$
N^2 垂直分布	$N^2 = 0.0001 s^{-2}, \frac{d(N^2)}{dz} = 0$
網格式	241*101 (水平*垂直)
網格式	$\Delta x = 200m; \Delta z = 200m, \text{第二層 } \Delta z = 100m$
時間步長	1 sec(stage1), $\frac{1}{2}$ sec(stage2)

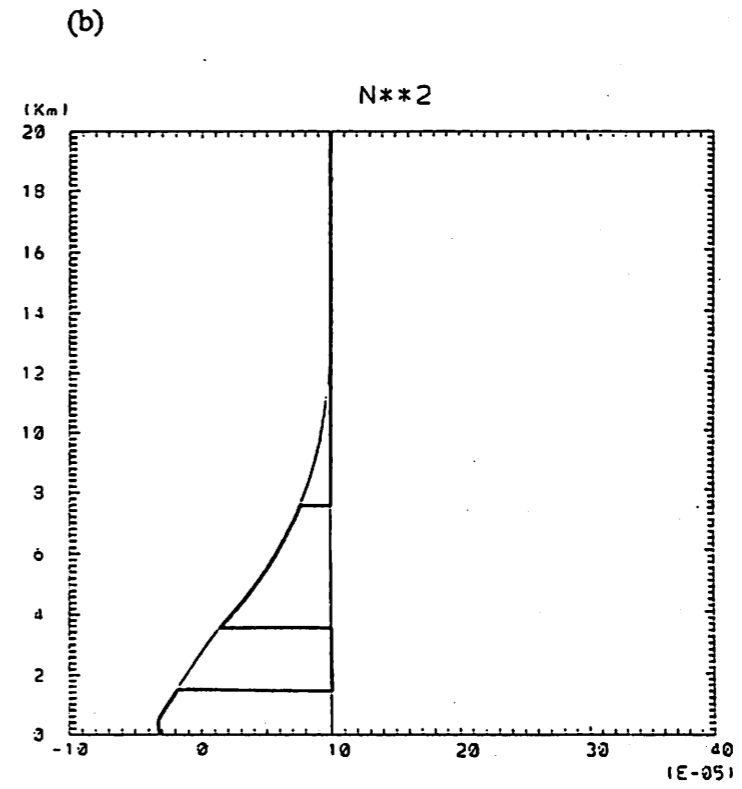
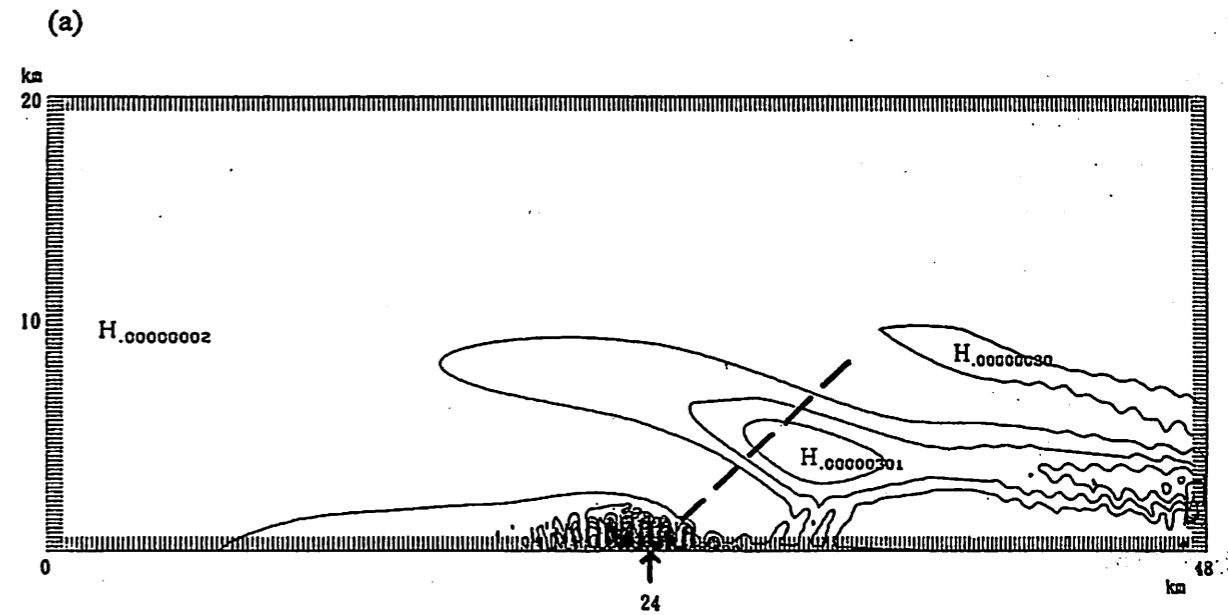


圖 4 個案二積分至第一個小時的(a)液態水分布(b)受水氣效應修正後的大氣穩定度垂直分布。圖(a)中液態水含量大於 $0.0001 g kg^{-1}$ 為雲區，等值線為 $0.001 g kg^{-1}$ 。箭頭所指為山頂所在位置，斷線為相同背景環境下，乾個案的傳播方向。

岳波主要傳播方向上的穩定度垂直分布。很明顯的，山岳波的傳播是在一個近似於兩層穩定度垂直分布的大氣結構中進行著。其中下層大氣的 N^2 值為 0.0001，而上層大氣的 N_m^2 平均值為 $0.00005s^{-2}$ ，即下層大氣 $l_1^2 = 10^{-6}m^{-2}$ 、上層大氣 $l_2^2 = 5 \times 10^{-7}m^{-2}$ 。這種結構滿足(1)式，足以造成陷入波的發生；但因上層較小的穩定度並非常數分布，而是隨高度增高而增大，因此陷入的效率並不如個案一明顯。經過上述的分析，個案二的確發生了陷入山岳波現象，而且更重要的是，這種類似陷入山岳波的現象，純粹是在考慮水氣效應之後才發生的。

五、結論

經由實驗二的結果，初步已可提供定性上的驗證，顯示水氣在山岳波過程中扮演了相當重要的角色，當潮濕大氣受到地形激發後，呈現出與乾大氣下不太相同的波動型態；基本上，潮濕大氣山岳波的成雲，引起潛熱釋放而使大氣成層，而此成層結構會引起陷入山岳波的發生。因受限於篇幅，更進一步的分析須修正實驗設計後方能達成，其結果則留待後續討論。

六、參考文獻

- 戴志輝，1998：水氣對山岳波的影響。國立台灣大學大氣科學研究所碩士論文，92頁。
- Durrant, D. R. and J. B. Klemp, 1982a: The effects of moisture on trapped mountain lee waves. *J. Atmos. Sci.* 39, 2490 - 2506。
- , and ——, 1982b: On the effects of moisture on the Brunt - Väisälä frequency. *J. Atmos. Sci.* 39, 2125 - 2158。
- Gill, A. E. 1982: *Atmosphere - ocean dynamics*. Academic Press, 662pp。
- Jusem, J. C. and A. Barcilon, 1985: *Simulation*

of moist mountain waves with an anelastic model. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 33, 259 - 276。

- Queney, P. 1948: The problem of airflow over mountains: A summary of theoretical studies. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 29, 16 - 26。
- Score, R. S. 1949: Theory of waves in the lee of mountains. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 75, 41 - 56。
- Yang, M. - J. and R. A. Houze Jr. 1995: Multicell squall - line structure as a manifestation of vertically trapped gravity waves. *Mon. Wea. Rev.* 123, 641 - 661。
- Yang, X. 1993: A nonhydrostatic model for simulation of airflow over mesoscale bellshaped ridges. *Boundary - layer Meteorol.* 65, 401 - 424。