

春季間中國東海海面加熱與氣旋之發展

喬鳳倫

Heat Transmitted From the Water Surface and Cyclone
Development Over the East China Sea in Spring.

一、緒 言

每年春季，在中國東海中，低壓時有發生，影響中國大陸、東南沿海、臺灣、琉球及日本等地之天氣至鉅，且因此類低壓發展迅速，難於預測，故早已引起我國及美軍氣象人員之注意，而有關此問題之研究論著，已散見於有關雜誌及刊物，一般認為東海低壓之生成是與該地區之冷暖海流交接有關，今試以動力學及熱力學為基礎，將 Estoque 之圖解法，加以熱力項之修正從事預測。

二、符 號 表

a	風杯高度
C_p	空氣之定壓比熱
D	輻散 = $\nabla \cdot \mathbf{v}$
f	科氏參變數
F_w	水汽之流線 (Flux of water vapor)
F_s	有感熱之流線 (Flux of Sensible heat)
g	重力加速度
h	厚度
$\bar{h}$	h 之空間平均
H	方格點間之距離
I	$I = \Delta [Z - (\bar{Z} + G)]$
$\bar{I}$	I 之時間平均
k	Karman 常數
K	渦旋黏性 (Eddy Viscosity)
L_y	y 方向之混合長度 (mixing length)
P	氣壓
p_0	1000mb
p_5	500mb
$\bar{p}$	時間平均氣壓 (Pressure averaged over a period of time)
Q	熱量
Q_m	平均單位質量空氣所接受之熱量
R	空氣之氣體常數
s	混合比
s_s	海面空氣所含水汽之混合比
s_a	高度 a 上空氣之混合比
T	溫度

T_s	海面之溫度
T_a	高度 a 上空氣之溫度
t	時間
u	沿 x 方向之風速
u_5	500mb 上之 u
u_0	1000mb 上之 u
$\bar{u}$	u 之時間平均 (averaged over a period of time)
u'	實際之 u 與 $\bar{u}$ 之差
$\bar{u}'$	u' 之時間平均
u_*	摩阻速度 (Friction velocity)
v	沿 y 方向之風速
v_5	500mb 之 v
v_0	1000mb 之 v
$\bar{v}$	v 之時間平均 (averaged over a period of time)
v'	實際之 v 與 $\bar{v}$ 之差
$\bar{v}'$	v' 之時間平均
w	垂直風速
$\bar{w}$	w 之時間平均
w'	實際 w 與 $\bar{w}$ 之差
$\bar{w}'$	w' 之時間平均
x	指向東之座標軸
y	指向北之座標軸
z	高度
z_5	500mb 之高度
z_0	1000mb 之高度
$\bar{z}$	z 之空間平均
z_R	粗草參變數 (Roughness parameter)
$\mathbf{v}$	風向風速之向量表示
$\mathbf{v}_m$	750mb 之 $\mathbf{v}$
$\mathbf{v}_{g5}$	500mb 之地轉風
$\mathbf{v}_{g0}$	1000mb 之地轉風
$\mathbf{v}_T$	熱風之向量表示法
α	空氣之比容
ρ	空氣之密度
ω	垂直運動 = $\frac{dp}{dt}$
ω_m	750mb 上之 ω

- ζ 絕對渦旋率
 ζ_{a5} 500mb 絕對渦旋率
 ζ_{a0} 1000mb 絕對渦旋率
 ζ_T 熱力渦旋 (Thermal vorticity)
 σ 靜力穩定度 $= -\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left(p \frac{\partial z}{\partial p} \right) - \frac{\partial \kappa}{\partial p}$
 或 $= \frac{1}{\theta} \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial \theta}{\partial p}$
 σ_c 750mb 面上之 σ
 T_{zy} y 方向之水平切力 (Horizontal shear stress in y direction)
 μ_{ey} y 方向空氣之渦旋黏性係數 (coefficient of eddy viscosity in y direction)
 Δz_{0H} 由非絕熱影響而發生之 1000mb 之高度變化

三、基本理論

現代動力預測法之基本理論，均導源於渦旋率 (VORTICITY) 隨時間之變化，在忽略地表曲度及磨阻力之條件下，旋率方程如以 (x, y, p) 為座標則可寫成

$$\frac{d\zeta_a}{dt} + \zeta_a D + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (1)$$

(1) 式之展開即得

$$\frac{\partial \zeta_a}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \zeta_a}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta_a}{\partial y} \right) - \omega \frac{\partial \zeta_a}{\partial p} - \zeta_a D + \left(\frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \right) \quad (2)$$

上式左方一項為當地絕對渦旋率隨時間之變化，右方第一項 (括號內) 為絕對渦旋率之水平平流，右方第二第三項各為絕對渦旋率之垂直平流及輻散項，最後項 (括號內) 係扭轉項，在數值預報中，習慣上，常忽略絕對渦旋率之垂直平流及扭轉項，於是方程 (2) 成為

$$\frac{\partial \zeta_a}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \zeta_a}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta_a}{\partial y} \right) - \zeta_a D \quad (3)$$

或以向量表示之

$$\frac{\partial \zeta_a}{\partial t} = - \nabla_g \cdot \nabla \zeta_a - \zeta_a D \quad (4)$$

方程式 (4) 將為預測 500mb 及 1000mb 圖之基本方程式

A. Fjortoft's Approach
500mb 高度變化之預測，可以 Fjortoft 法進行之。根據 Bjerknes 及 Holmboe 之無輻散層

理論，再由理論及實際資料之計算此輻散層約在 500mb 左近，故方程式 (4) 如作用於 500mb 時，可寫成

$$\frac{\partial \zeta_{a5}}{\partial t} = - \nabla_{g5} \cdot \nabla \zeta_{a5} \quad (5)$$

由地轉風之公式知

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$v = \frac{g}{f} \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\zeta_a = f + \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)$$

代入 (5) 得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial z_5}{\partial t} = \frac{\partial z_5}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ f + \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 z_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z_5}{\partial y^2} \right) \right\} - \frac{\partial z_5}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f + \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 z_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z_5}{\partial y^2} \right) \right\} \quad (6)$$

上式即數值預報上正壓模型之預測方程式，如已知 500mb 等壓面高度 z_5 即可獲得 $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial z_5}{\partial t}$ ，再假設適當之邊界條件，然後用 Relaxation 方法即可求出高度隨時間之變化值 $\frac{\partial z_5}{\partial t}$

用 Relaxation 方法，解出包括廣大地區之天氣圖範圍之微分方程，非人力所能進行，而須賴電腦之助，但 Fjortoft 發現可利用圖解法求出其結果，即聞名之 Fjortoft 方法，其方法為先以定差法 (Finite difference Approximation) 示出地轉風之絕對渦旋率如下：

$$\zeta_a = \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) + f$$

$$= -\frac{g}{f} \frac{4g}{fH^2} (z - \bar{z}) + f \quad (7)$$

將 (7) 式代入 (5) 式則得

$$-\frac{4g}{fH^2} \frac{\partial}{\partial t} (z_5 - \bar{z}_5) = - \nabla_{g5} \cdot \nabla (z - \bar{z}) + \nabla_{g5} \cdot \frac{fH^2}{4g} \nabla f \quad (8)$$

Fjortoft 定一 G 值，使

$$G = \int_0^\phi \frac{f^2 H^2}{4g} \cot \phi \, d\phi$$

$$\nabla G = \frac{fH^2}{4g} \nabla f$$

將 ∇G 代入 (8) 式，並利用 Jacobin 之關係，得：

$$\frac{\partial}{\partial t} (z_5 - \bar{z}_5 - G) = - \nabla_g (z_5 + G) \cdot \nabla (z_5 - \bar{z}_5 - G) \quad (9)$$

(9) 式之物理意義為當地之 $(z_5 - \bar{z}_5 - G)$ 隨時間之變化，等於 $(z_5 - \bar{z}_5 - G)$ 在 $(z_5 + G)$ 場上之平流。再假定 $(z_5 + G)$ 場在短時間無變化，則此種平流極為簡便，若使

$$\frac{\partial}{\partial t} (z_5 - \bar{z}_5 - G) = \Delta (z_5 - \bar{z}_5 - G) = I_0$$

因 G 不隨時間變化，故

$$\Delta z_5 = I_0 + 2I_0 \quad (10)$$

在一般製圖過程中因 I_0 值甚小，予以忽略，則

$$\Delta z_5 = I_0 \quad (11)$$

此式中之 $\tau \Delta$ 即 500mb 面上之高度變化。

此種 500mb 預測法，其一般缺點，固然由於前述假定所導致，作者在氣象中心年來試用之結果發現其中較大之錯誤，導源於下述兩種原因：一、因假定 $(z_5 + G)$ 場不隨時間而變化，導致相當程度之不正確。當高空系統移動緩慢時，上述假定，尚無大礙。但如迅速移動，則隨時間之變化甚大，上述假定不符實際，發生偏差。二、因假定 500mb 等壓面上無輻散作用而發生錯誤，此項假定亦即意指 500mb 面上等溫線與等高線相平行，但當氣旋發展迅速時，斜壓現象極為明顯，差誤亦由此而產生。一般言之此法之結果較經驗外推法有顯著之進步。

B. Estoguc 模型 I

為欲製作 1000mb 之預測圖，Estoguc 於 1955 年及 1957 年分別利用全厚度及半厚度之斜壓模型，以圖解法進行之，其模型 I 係全厚度，是將方程式 (4) 分別作用於 500mb 及 1000mb 等壓面上，利用連續方程式 $D = -\frac{\partial \omega}{\partial p}$ ，及在下列之假定下

1. 大氣是在絕熱情況下運行。
2. 在 1000mb 上垂直運動 $\omega = \frac{dp}{dt} = 0$ 。
3. ω 隨氣壓之變化為 $\omega(x, y, p) = \sqrt{z} \omega_m(x, y, t) \sin \frac{\pi}{2} \frac{p_0 - p}{p_0 - p_5}$
4. 在數值預報中，習慣上採用 $\zeta_a \approx f$ 而忽視相對渦旋率，故 (4) 式中 $\zeta_a D \approx f D$ 。
5. 忽視 1000mb 上渦旋率之平流，於是

$$\nabla_{g0} \cdot \nabla \zeta_{a0} = 0; \nabla_{g5} \cdot \nabla \zeta_{a0} = 0$$

6. 風徑圖為直線，故 $\nabla_{g5} \cdot \nabla h = \nabla_m \cdot \nabla h$ 。

(4) 式分別作用於 500mb 及 1000mb 時

$$\frac{\partial \zeta_{a5}}{\partial t} = - \left(u_5 \frac{\partial \zeta_{a5}}{\partial x} + v_5 \frac{\partial \zeta_{a5}}{\partial y} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial t} = - \left(u_0 \frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial y} \right)$$

$$- \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{f \omega_m}{p_0 - p_5} \quad (13)$$

在絕熱情況下之熱力方程為

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \nabla_h \cdot \nabla T - \omega \frac{\partial T}{\partial p} + \frac{\alpha}{C_p} \omega \quad (14)$$

由流體靜力方程及狀態方程式可得

$$T = - \frac{pg}{R} \frac{\partial z}{\partial p}$$

代入 (14) 式後得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = \nabla_h \cdot \nabla \frac{\partial z}{\partial p} - \sigma \omega \quad (15)$$

式中 $-\sigma = -\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left(p \frac{\partial z}{\partial p} \right) - \frac{\alpha R}{pgc_p}$ 是為靜力穩定度。

積分 (15) 式自 p_5 至 p_0 ，並使厚度 $h = z_5 - z_0$ ，則得

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \nabla_m \cdot \nabla h + (p_0 - p_5) (\omega_m \sigma) \quad (16)$$

$$\text{所以 } \omega_m = \frac{1}{\sigma (p_0 - p_5)} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla_m \cdot \nabla h \right) \quad (17)$$

再從 (12) 式減去 (13) 式，並利用地轉風之渦旋率 $\zeta = \frac{g}{f} \nabla^2 z$ 並將 (17) 式代入可獲

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{g}{f} \nabla^2 h - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{fh}{(p_0 - p_5)^2 \sigma} \right) \right]$$

$$= - \nabla_{g5} \cdot \nabla \left[\left(\frac{g}{f} \nabla^2 h - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{fh}{(p_0 - p_5)^2 \sigma} \right) \right] \quad (18)$$

(18) 式表示 $\left[\frac{g}{f} \nabla^2 h - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{fh}{(p_0 - p_5)^2 \sigma} \right]$ 值具有保守性。由定差法獲得

$$\nabla^2 h = \frac{4(\bar{h} - h)}{H^2}$$

如再使 $B^{-1} = 1 + \frac{\pi f^2 H^2}{4g \sqrt{2} (p_0 - p_5)^2 \sigma}$ 為常數則

$$\frac{g}{f} \nabla^2 h - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{fh}{(p_0 - p_5)^2 \sigma} = \frac{g}{f} \frac{4}{H^2}$$

$$(\bar{h} - h) - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{fh}{(p_0 - p_5)^2 \sigma}$$

$$= \frac{g}{f} \frac{4}{H^2} \left\{ \bar{h} - h \left[1 + \frac{\pi f^2 H^2}{4g\sqrt{2}(p_0 - p_s)^2 \sigma} \right] \right\} \\ = \frac{g}{f} \frac{4}{H^2} (\bar{h} - B\bar{h}) \quad (19)$$

將(19)式代入(18)式，得

$$\frac{\partial}{\partial t} (h - B\bar{h}) = -v_s \cdot \nabla (h - B\bar{h}) \\ = -\frac{g}{f} J(z_0 + B\bar{h}, h - B\bar{h}) \quad (20)$$

故如假定 $z_0 + B\bar{h}$ 變化緩慢，則 $h - B\bar{h}$ 在 $z_0 + B\bar{h}$ 場上具有保守性，於是上式中之 $\frac{\partial}{\partial t} (h - B\bar{h})$ 即可用圖解法求得。與(11)式相類似在製作過程中，可簡化而得預測厚度之變化為

$$\Delta h = \Delta (h - B\bar{h}) \quad (21)$$

再根據 Fjortoft 氏之理論求得 500mb 高度之變化。

$$\Delta z_5 = \Delta (z_{500} - z_{500} - G) \quad (22)$$

於是 1000mb 高度變化為

$$\Delta z_0 = \Delta z_5 - \Delta h \quad (23)$$

此法優點為利用厚度關係可求出 1000mb 之預測圖，但其缺點為在 1000mb 預測圖上產生不符實際之結果，究其原因，實因忽視 1000mb 上渦旋率水平平流所致。

C. Estogue 模型 II

為欲改進上述缺點，Estogue 於 1957 年發展其模型 II，所有假定除不忽視 1000mb 上變渦旋率外，其餘均與模型 I 者相同，其法是由熱力方程及流體靜力學導出之(17)式 ω_m 值，直接代入 1000mb 之旋率方程(13)，並利用地轉風渦旋率 $\zeta_{a0} = \frac{g}{f} \Delta^2 z_0 + f$ 而得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla \right) \left\{ \frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f \right. \\ \left. + \frac{\pi f (z_5 - z_0)}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \right\} = 0 \quad (24)$$

利用定差法，上式中之

$$\frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f + \frac{\pi f (z_5 - z_0)}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \\ = \frac{g}{f} \frac{4}{H^2} \left\{ \bar{z}_0 - z_0 + \frac{H^2 f^2}{4g} \right. \\ \left. + \frac{\pi f^2 H^2 (z_5 - z_0)}{4g\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \right\}$$

如忽略 $\bar{z}_0$ 及 f^2 及 f 之變化，則

$$\frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f + \frac{\pi f}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \frac{z_5 - z_0}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \\ = \frac{g}{f} \frac{4}{H^2} \left\{ \bar{z}_0 - z_0 + \frac{\pi f^2 H^2 (z_5 - z_0)}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \right\} \\ = \frac{g}{f} \frac{4}{H^2} (z_5 - A z_5 - z_0)$$

式中 $A = \left[1 + \frac{\pi f^2 H^2}{\sqrt{2} \sigma_c (p_0 - p_s)^2} \right]^{-1}$ 如採用

標準大氣之 σ_c 值，則 A 為一常數約等於 $\frac{1}{2}$

於是(24)式成為

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla \right) (z_5 - A z_5 - z_0) = 0$$

利用 Jacobian 之關係，上式可寫成

$$\frac{\partial}{\partial t} (z_5 - A z_5 - z_0) = -\frac{g}{f} J(z_5 - A z_5, \\ z_5 - A z_5 - z_0)$$

其物理意義為 $(z_5 - A z_5 - z_0)$ 之值在 $(z_5 - A z_5)$ 場內具有保守性，而上式利用圖解法平流甚易解出，於是 1000mb 高度變化為

$$\Delta z_0 = (1 - A) \Delta z_5 - \Delta (z_5 - A z_5 - z_0) \quad (25)$$

(25)式中右方第一項 Δz_5 乃 500mb 高度變化預測，可由 Fjortoft 法求出，而 $\Delta (z_5 - A z_5 - z_0)$ 為平流後之 $(z_5 - A z_5 - z_0)$ 減去原始之 $(z_5 - A z_5 - z_0)$ ，因 A 值約為 $\frac{1}{2}$ 故

$$\Delta z_0 = \frac{1}{2} \Delta z_5 - \Delta \left(\frac{1}{2} z_5 - z_0 \right) \quad (26)$$

Estogue 模型 II 具有二項優點：(1)因平流場為 $\frac{1}{2} z_5$ ，而被平流者為 $\left(\frac{1}{2} z_5 - z_0 \right)$ ——半厚度，故預測圖之製作過程較為簡單(2)根據 Estogue 之報告(1957)，此第二法因考慮及 1000mb 之渦旋平流，故具有較佳之結果。但此法在下列之情況下仍產生較大之誤差。

(1)500mb 場之型式迅速變化，即平流場 $\bar{z} + G$ 及 $\frac{1}{2} z_5$ 迅速變化。

(2) $\bar{z}$ 圖上含有封閉之等高線。

(3)500mb 圖上之渦旋率非保守時。

(4)半厚度 $\left(\frac{1}{2} z_5 - z_0 \right)$ 非保守時。

D. Estogue 方法之延伸——熱力項之加入
綜上所述，利用 Fjortoft 及 Estogue 之模型，在若干之假設下，已完成 500mb 及 1000mb

之預測圖，且其結果，已被一致公認可以適用於較短時間(24小時)之預測。但因所根據之理論，均假定一切過程是在絕熱情況下進行，故在某些地區(如春季中國東海)因下層加熱作用極強，如忽略此種熱量之加入，將導致預測圖上顯著之錯誤。加熱作用對氣旋發展之影響，已由 Petterssen 氏加以討論，筆者為使渦旋率方程式，包含有非絕熱項，並能循 Estogue 方法從事預測圖之進行，故作如下之演算。

500mb 無輻散層之旋率方程為

$$\frac{\partial \zeta_{a5}}{\partial t} = -v_5 \cdot \nabla \zeta_{a5} \quad (27)$$

$$\text{或 } \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_5 + f \right) = -v_5 \cdot \nabla \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_5 + f \right) \quad (27a)$$

1000mb 渦旋方程可寫成

$$\frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial t} = -v_0 \cdot \nabla \zeta_{a0} - fD \\ = -v_5 \cdot \nabla \zeta_{a5} + v_T \cdot \nabla \zeta_{a0} + v_5 \cdot \nabla \zeta_T - fD \quad (28)$$

$$\text{或 } \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f \right) = -v_0 \cdot \nabla \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f \right) - fD \\ = -v_5 \cdot \nabla \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_5 + f \right) + v_T \cdot \nabla \left(-\frac{g}{f} \nabla^2 z_0 + f \right) + v_5 \cdot \nabla^2 T - fD \quad (28a)$$

由(28a)減去(27a)，並使 $h = z_5 - y_0$ ，得

$$\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 h = -v_T \cdot \nabla \zeta_{a0} - v_5 \cdot \nabla \zeta_T + fD \quad (29)$$

將(29)式代入(28)式得 1000mb 之旋率方程為

$$\frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial t} = -v_5 \cdot \nabla \zeta_{a5} - \frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 h \quad (30)$$

此即 Petterssen 之發展條件 (Development criterion) 之基本方程式故，吾人可依據此方程中厚度 h 一項受加熱作用後發生之影響加以研究。

在熱力方程式中如係非絕熱過程，則

$$\frac{dQ}{dt} \neq 0$$

而厚度方程式(16)將成為

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -v_m \cdot \nabla h + (p_0 - p_s) \omega_m \sigma_c \\ + \frac{R}{g c_p} \frac{dQ}{dt} \ln \frac{1000}{500}$$

於是 1000mb 之旋率方程(30)成為

$$\frac{\partial \zeta_{a0}}{\partial t} = -v_5 \cdot \nabla \zeta_{a5} - \frac{g}{f} \nabla^2 \left(-v_m \cdot \nabla h \right. \\ \left. + (p_0 - p_s) \omega_m \sigma_c \right) - \frac{R}{g c_p} \nabla^2 \left(-\frac{Q_m}{dt} \right) \\ \ln \frac{1000}{500} \quad (31)$$

方程式(31)示出 1000mb 面上當地絕對渦旋率之變化受絕熱及非絕熱兩作用之影響，絕熱影響包括方程式右方之第一及第二兩項，而非絕熱影響及為右方之最後一項。絕熱影響部份之處理，已由 Estoque 模型 I 或 II 解決之。故以下僅考慮非絕熱之影響。今以 $\frac{\partial \zeta_{a0Q}}{\partial t}$ 表示當地絕對渦旋率受非絕熱項影響而發生之變化，於是

$$\frac{\partial \zeta_{a0Q}}{\partial t} = -\frac{R}{c_p f} \ln \frac{1000}{500} \nabla^2 \left(\frac{dQ_m}{dt} \right) \\ \text{或 } g \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} z_0 = -\frac{R}{c_p} \ln \frac{1000}{500} \nabla^2 \frac{dQ_m}{dt}$$

由此而得 1000mb 高度因受非絕熱影響而有之變化

$$\frac{\partial}{\partial t} ZCQ = -\frac{R}{g c_p} \ln \frac{1000}{500} \frac{dQ_m}{dt} \quad (32)$$

如預測時間為 24 小時則

$$\Delta z_{0Q} = \frac{R}{g c_p} \ln \frac{1000}{500} \Delta Q_m \quad (33)$$

上式如聯合方程式(25)即可獲得包括絕熱及非絕熱影響兩者之 1000mb 高度變化之預測。

本文之目的，在於討論東海中海面加熱對低壓生成之關係，故以下將對熱量 (ΔQ_m) 由海面向空間之傳遞加以說明。

海水對空氣熱量之傳遞，可分為三種方式進行，即有感熱量 (Sensible heat) 之傳遞，水汽潛熱 (Latent heat of water vapour) 及輻射熱量 (radiation) 之傳遞，一般認為有感熱量及潛熱之傳遞，其機械作用與動量 (Momentum) 之傳遞相同。為明瞭起見，先討論動量之傳遞。

在忽略風速水平梯度之情況下，空氣狀況超過 Reynolds 值時，近海面處 (50m 以下)，沿 y 方向風速之水平切力 (Horizontal Shear stress in y direction)

$$\tau_{zy} = \rho \bar{x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (34)$$

$$\text{或 } \tau_{zy} = \mu_{ey} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (35)$$

如考慮及空氣之黏性，則在 y 方向之運動方程式為

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{p} \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial z} \right) \dots (36)$$

而渦流中在 y 方向之平均運動方程式 (The equation of mean motion in the turbulent flow) 爲

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -f\bar{u} - \frac{1}{p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{1}{p} \left[\frac{\partial (\bar{p} \bar{v}')}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{p} \bar{v}' \bar{u}')}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{p} \bar{v}' \bar{w}')}{\partial z} \right] \dots (37)$$

(36) 及 (37) 兩式完全平衡，故由此度量之分析 (Dimension Analysis) 知水平面內，沿 y 方向之切力

$$T_{zy} = -\rho \bar{v}' \bar{w}' = \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \rho k \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \dots (38)$$

再由混合長度定理 (mixing length theorem) 得

$$T_{zy} = \rho L_y^2 \left| \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right| \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$$

故

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{1}{L_y} \sqrt{\frac{T_{zy}}{\rho}} \dots (39)$$

在離地面 50 公尺內 T_{zy} ，由觀測所得爲一常數，是以 $u_* = \sqrt{\frac{T_{zy}}{\rho}}$ 爲一常數，因其具有速度之因次，故稱之爲摩阻速度 (Friction velocity)，故式右方僅 L_y 爲一隨高度變化之變數，因空氣混合長度，在海面爲零而隨高度而增加，故可假定 $L_y = kz$ ， k 爲一常數，是爲 Karman 常數，於是 (39) 式得

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \dots (40)$$

比較 (40) 及 (34) 式並利用摩阻速度之定義 $u_*^2 = \frac{T_{zy}}{\rho}$ ，即可得渦流黏性

$$K = ku_* z \dots (41)$$

上述已提及，有感熱量及潛熱由海面向上傳遞，其機械作用與動量向上傳遞者相同，如 F_w 表水汽之流線 (Flux of water vapor)

$$F_w = -\rho k \frac{\partial s}{\partial z}$$

22 將 (40) 及 (41) 式代入，則得

$$F_w = -\rho k u_* z \frac{\partial s}{\partial z} = \rho^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \frac{\partial s}{\partial z}$$

如積分由 z_1 至 z_2 ，則

$$F_w = \frac{\rho^{\frac{1}{2}} (v_2 - v_1) (s_1 - s_2)}{[\ln(z_2/z_1)]^2} \dots (42)$$

如使 z_1 接近粗草參變數 z_R ，則 v_1 接近於零，若使 z_2 爲測風杯之高度 a (42) 式可寫成

$$F_w = \frac{\rho^{\frac{1}{2}} v_a (s_s - s_a)}{[\ln(a/z_R)]^2} \dots (43)$$

同理， F_s 表有感熱量自海面向上傳遞之流線，則

$$F_s = \frac{c_p \rho^{\frac{1}{2}} v_a (T_s - T_a)}{[\ln(a/z_R)]^2} \dots (44)$$

上兩式中之 $\frac{k^2}{[\ln(a/z_R)]^2}$ 稱爲拉力係數 (Drag coefficient)

Jacobs (1942, 1951) 考慮長時間能量之平衡而決定拉力係數，得

$$F_s = 4.7 \times 10^{-3} v_a (T_s - T_a) \text{ Cal. cm}^{-2} \text{ min}^{-1} \dots (45)$$

所採用之風標高度爲 10 公尺，風速單位 m/sec 溫度爲攝氏，而 ρ 用標準值 $1.25 \times 10^{-3} \text{ gm}^{-3}$ 如此相當於拉力係數爲 2.6×10^{-3} 粗草參變數爲 0.6 cm，Karman 常數爲 0.4。

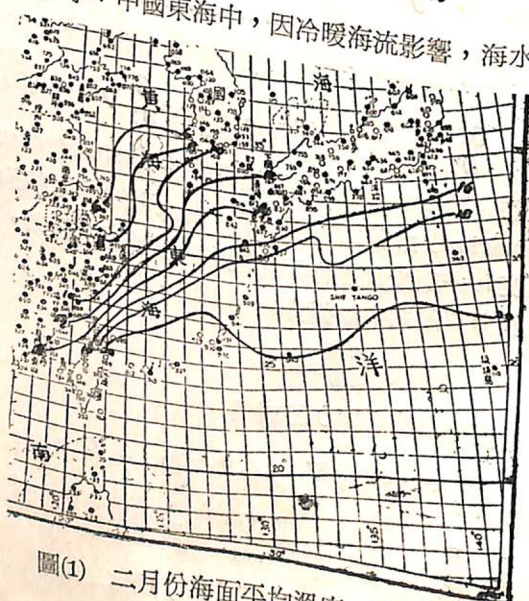
Swin bank (1959) 重新研究水汽之流線，得以下之式

$$F_w = 0.24 \times 10^{-3} v_a (s_s - s_a) \dots (46)$$

而所採用之風杯高度爲 8 公尺。輻射熱之傳遞可利用 Bisassor 圖表及探空資料求出之。

四、東海低壓之試測

春季，中國東海中，因冷暖海流影響，海水溫度



圖(1) 二月份海面平均溫度，單位 °C

度梯度極大，且有自臺灣東方向琉球西北方海面凸出之暖舌圖(1)(2)(3)。冷空氣自中國大陸東移入海後，將有顯著之加熱作用，致在此海區，低壓生成頻甚，茲試將上述各節所討論之動力法，加以預測，惟目前因資料之限制而遭遇下列之困難。

(1) 缺乏海水溫度之觀測報告。

(2) 缺乏海面露點溫度之觀測報告。

(3) 缺乏探空報告。

(4) 船舶報告過於稀少，使空氣之溫度及風場之分佈分析，不甚正確。是以在不得已之情況下，將月平均海水溫度，以代替觀測之海水溫度。因海流穩定，且海水比熱甚大，更有上下對流作用，致其溫度變化緩慢，所以上述之替代將不致產生重大之錯誤。而風場及空氣溫度場之分析，儘可能利用船舶報告及鄰近陸地 0000Z 之溫度報告，以減輕陸地日中溫度劇烈變化之影響。但因探空報告缺乏，輻射傳遞之計算，根本無從着手。幸其值極爲微小可予忽略不計。

如研究方程式 (43) 及 (44)，可假定 S_s 達於飽和狀態，故其值與 T_s 成正比例，是以 (43) 及 (44) 兩式之結果，具相同之符號， F_s 已可代表熱量傳遞之一般型式，由 Petterssen 之研究發現 F_w 之值較 F_s 略大，其比例 $\frac{F_w}{F_s}$ 約爲 1 至 1.5 之值，故有感熱量及潛熱之流線

$$F_{s+w} \approx 2F_s \dots (47)$$

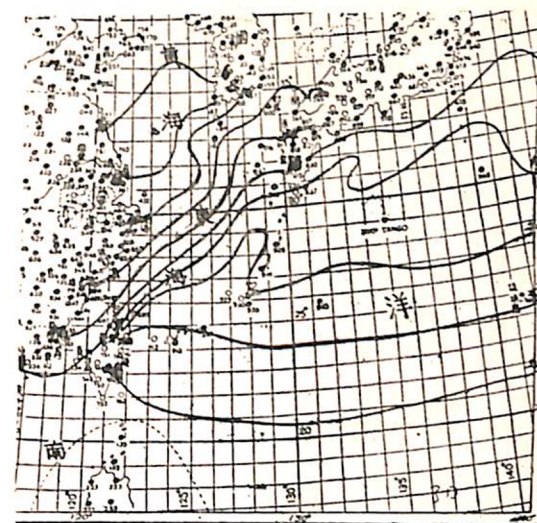
(43) 及 (44) 兩式之求得均假定 (1) 空氣狀況均接近中性平衡 (Neutral equilibrium) 及 (2) 拉力係數爲常數，由最近之研究發現此第二假定，並不正確，即實際拉力係數隨風速之大小而迅速變化，Sheppard (1958) 證明當風速由 5 m/sec 增至 20 m/sec 時拉力係數自 1.3×10^{-3} 增至 3.0×10^{-3} 。而方程式 (46) 中，相當之拉力係數 2.6×10^{-3} 。換言之即風速接近於 20 m/sec。但在東海中在低壓生成之前，風速均甚微弱，約爲 5 m/sec，如照 Sheppard 之發現，其拉力係數應爲 1.3×10^{-3}

恰爲 (46) 式拉力係數之 $\frac{1}{2}$ 於是

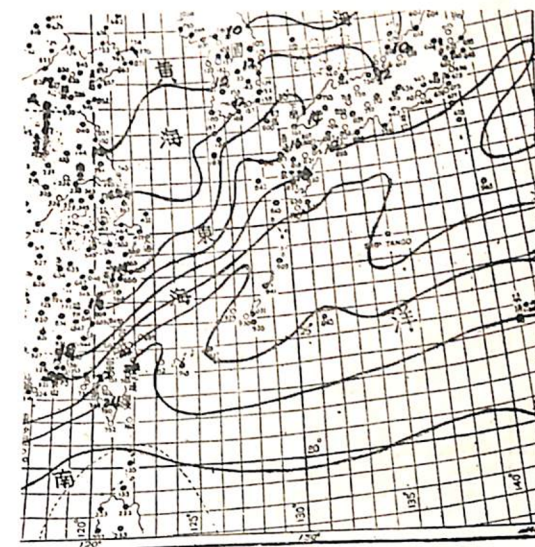
$$F_{s+w} \approx 4.7 \times 10^{-3} v_a (T_s - T_a) \text{ Cal. cm}^{-2} \text{ min}^{-1} \dots (48)$$

將爲計算有感熱量及潛熱之工作方程式。

如採平均風速 5 m/sec，低壓發生前之海平面氣壓爲 1025 mb，並假定熱傳至 500 mb 高度層，於是自海面至 500 mb 間之空氣，每單位質量平



圖(2) 三月份海面平均溫度，單位 °C



圖(3) 四月份海面平均溫度，單位 °C

均所受之熱量爲

$$Q_m = \frac{2.35 \times 10^{-2} (T_s - T_a)}{535} \text{ Cal. gm}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

故因非絕熱所發生之高度變化，由 (33) 式深

$$\Delta Z_{0,q} \approx 0.335 (T_s - T_a) \text{ cm min}^{-1} \approx 5 (T_s - T_a) \text{ m day}^{-1} \dots (49)$$

在製作預測圖過程中，採用方格點間距離 H 爲 1000 公里，以 Fjortoft 方法及 Eseoque 模型 II 預測 1000 mb 絕熱過程之高度變化，如圖 (4A₂) 所示，再以 (49) 式計算非絕熱影響之高度變化，因目前 $\Delta Z_{0,q}$ 之計算僅及於東海地區，故其等值線在沿海岸線上必不連續，爲便利圖加法之施行起見，假定陸地上係絕熱地區，故可假定沿海岸線

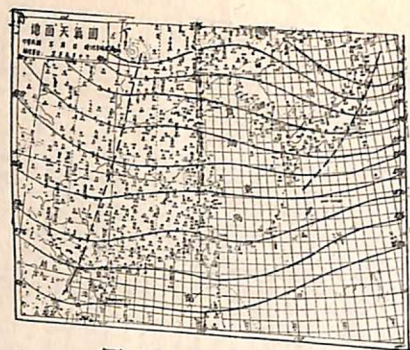


圖 4A₀ 0500mb 圖
民國五十二年二月九日 2000H. 單位 10m



圖 4A₁ 原始 1000mb 圖
民國五十一年二月九日 2000H. 單位 m

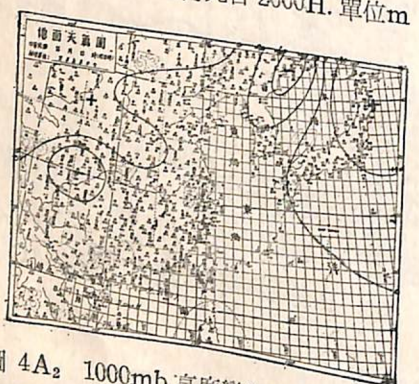


圖 4A₂ 1000mb 高度變化(無加熱影響)
民國五十一年二月九日 2000H. 單位 m/24Hrs

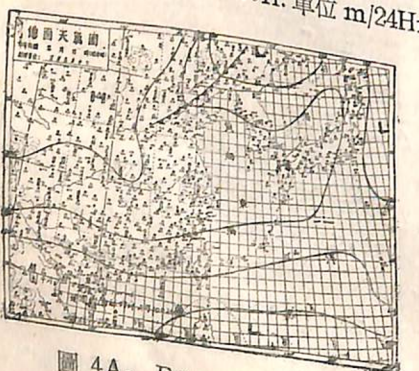


圖 4A₃ Estoque 1000mb
預測圖有效期間二月十日 2000H. 單位 m

之 $\Delta Z_{0.9}$ 為零，並將 $\Delta Z_{0.9}$ 略加修正，其結果如圖(4A₆)，所示。

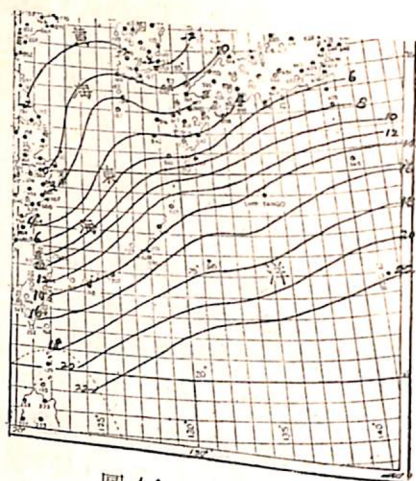


圖 4A₄ 空氣溫度
民國五十一年二月九日 0800H. 單位 °C



圖 4A₅ 海溫與氣溫差
民國五十一年二月九日 0800H. 單位 °C



圖 4A₆ 1000mb 由海水加熱而產生之高度變化，單位 m
民國五十一年二月九日 2000H. 單位 m/24Hrs

由校驗圖(4A₉)，中知東海低壓之生成均發生於加熱中心附近，而其主之天氣圖大勢為 500 mb 有一低壓槽自 110°E 向東移出，(圖(4A₀)) 1000mb 圖上在我國東北有一較深低壓，故在絕熱過程 1000mb 高度變化之預測圖中已可見廣大之負區，其範圍包括黃海及東海區域甚至及於臺灣東方洋面，此種現象或為東海生低之先決條件，再加上海面加熱之影響，而在加熱中心附近發生低壓。

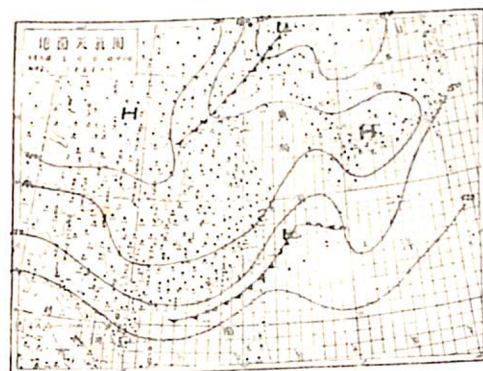


圖 4A₈ 1000mb 預測圖
有效時間二月十日 2000H. 單位 m

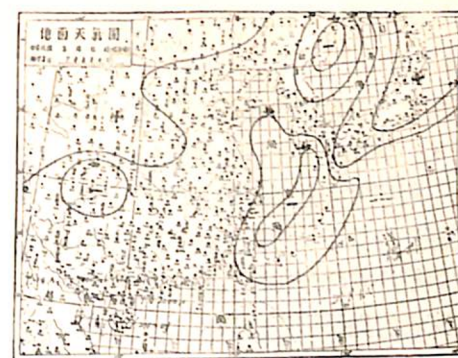


圖 4A₇ 1000mb 全部高度變化(A₂+A₆)
民國五十一年二月九日 2000H. 單位 m/24Hrs

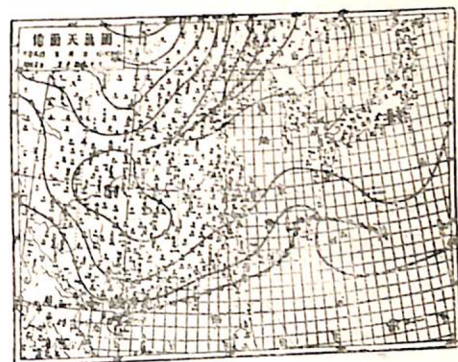


圖 4A₉ 1000mb 圖(校驗圖)
民五十一年二月十日 2000H. 單位 m

五、結 果

上述方法已試驗(A)民51年2月10 2000H，(B)52年2月15日0800H及(C)52年3月15日0800H三次東海所生低壓之實例。今於實驗圖中，取 7°N，120°E 為校驗點，以校驗實驗之結果，

如表(1)及(2)所示，由平均 RMS 差誤一項可見 Estoque 模型 II 法之差誤為 29.5m，而 Estoque 法延伸法之差誤僅為 10m，尚屬滿意。(B及C二次實例，全套預測及校驗圖表，因製版關係從略——編者)

表 (1) A、B 及 C 三套圖之預測結果(高度單位為 m)

圖別	高度	原始高度	Estoque—II 法之預測高度	Estoque 法延伸法之預測高度	校驗圖之高度
A		200	175	140	150
B		220	180	150	160
C		180	180	150	140

表 (2) Estoque—II 法及其延伸法之比較表

圖別	高度差	差 誤 高 度 (m)	Estoque—II 法	Estoque—II 法 延伸法
A		20		10
B		20		10
C		40		10
平均RMS差誤		29.5		

六、尾 言

圖解法之發明迄今已十有餘年，可是由於電腦之興起，一切微分方程已可賴以迅速解出，致圖解法已為一般學家所忽視而無顯著進步，回顧我國在目前之經濟情況下，電腦之能被普遍應用，為時尚早，故圖解法在我國仍不失為一有用之方法，作者之為本文希收拋磚引玉之效。

參 考 文 獻

1. 彭立 民43年3月 談去年臺灣附近海洋上新生氣旋之形成 中國天氣分析月報四卷二期。
2. 曲克恭 民44年3月，三、四、五月份東海氣旋生成之預測， 中國天氣分析月報五卷二期。
3. 曲克恭 民47年3月，氣旋生成在東海之預測，氣象學報四卷一期，
4. S. Petterssen, (1956) "Weather Analysis and Forecasting", Volume I. PP. 383-397
5. S.L. Hess, (1959) "Introduction to Theoretical Meteor", PP. 265-290

(上接第 34 頁)



Radiosone Receiver RR 22

瑪 莫 斯 MAMOS

美國氣象局與卡定電子公司 (Cardion Electronics, Inc.) 正合作研製一海上自動氣象站，定名為“瑪莫斯” (Marine Automatic Meteorological Observing Station, MAMOS)。係一三噸半船體，長二十呎，寬十二呎，可自動工作一年不需人管理，每六小時報天氣一次，有颱風或風暴

6. M.A. Estoque, (1957) "Graphical Integrations of A Two Level Model". Journal of Meteor. Vol. 14. No. 1. PP. 38-42

7. S. Petterssen, (1961) "Heat Exchange and Cyclone Development on The North Atlantic ocean". Scientific Report No. 4. under the contract No. AF (604) -7230

8. Jacobs, W. C. (1942) On "the energy change between sea and Atmosphere." J. Marine Res. 5. PP. 37-66

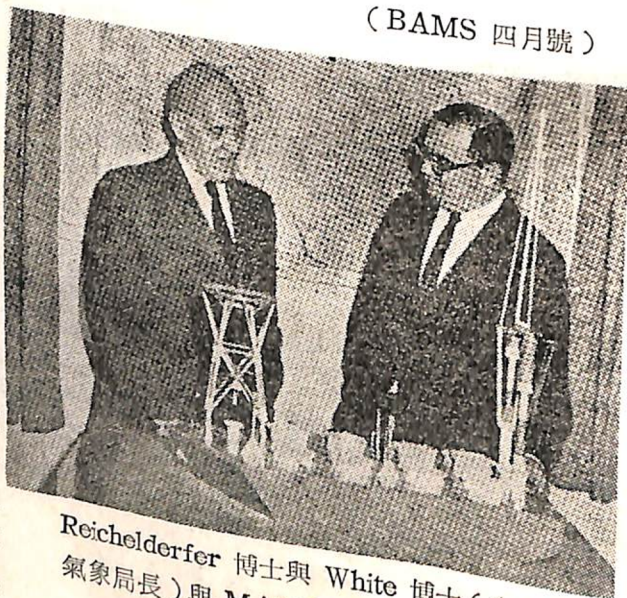
9. Jacobs, W. C. (1951) "Large-scale aspects of energy transformation over the oceans." Compendium meteor. Amer. meteor. Soc. Boston.

10. Sheppard, P.A. (1958) "Transfer across the earth's surface and through the Air above." Quart. J. r. meteor. Soc. 84. PP. 205-224.

11. Swinbank, W.C. (1959) "Evaporation from the Oceans." Scientific report No. 12. under the contract No. AF 19 (604) -2179.

時更可每小時報一次，當風速達到每時25哩，即自動調整報天氣時次，由每六小時改為每小時。接收站可相距 1500 哩，預計 1964 年中可建成一具，將於紐約長島南方海上試用。

(BAMS 四月號)



Reichelderfer 博士與 White 博士 (右，現任氣象局長) 與 MAMOS 模型。