

以多變數時間序列模式模擬及 預報南方振盪

吳明進 熊臺玉

國立臺灣大學大氣科學系

(中華民國七十八年七月三十日收稿；九月十日定稿)

摘 要

應用自相關移動平均 (ARMA) 時間序列模式分析南方振盪在時間域的特性，並進行預報。Chu and Katz (1985) 以單變數 ARMA 模式作 Tahiti 減 Darwin 氣壓差的南方振盪指數 (SOI) 時間序列分析指出 AR(3) 模式能夠描述季 SOI 的變化，也能適切的預報季 SOI。本文則利用單變數 ARMA 模式作 Wright (1975) 之季 SOI 的時間序列分析，發現 AR(2) 最能描述該 SOI 之時間域特性。以建立的 AR(2) 模式進行 SOI 之預報，其結果和 Chu and Katz (1985) 之結果差不多良好。

本文進一步以多變數時間序列模式，即向量 ARMA 模式分析 Tahiti 減 Darwin 氣壓差的月 SOI 和東太平洋海面溫度，中太平洋緯向風速，以及西太平洋降水量等幾個南方振盪分量間的回饋過程，並進行 SOI 的預報。得到 SOI 與海面溫度間之 ARMA(1, 6; 1) 模式，SOI 與緯向風場間的 ARMA(1, 2; 1) 模式及 SOI 與雨量距平間的 ARMA(1, 2; 1) 模式。這些結果並顯示 SOI，海面溫度，和降水量皆有相當的持續性，而緯向風速則否。海面溫度，緯向風速及降水量皆受到其領先的 SOI 影響，而 SOI 受到其領先的海面溫度、風和降水的影響則不明顯。從統計上看，大氣對海洋有明顯的作用，而海洋的回饋則不很明顯。以所獲得之模式進行 SOI 之預報，結果顯示以海面溫度與 SOI 來預報要較以緯向風速與 SOI，或者降水量與 SOI 來預報來得好。

關鍵詞：多變數時間序列模式、南方振盪、回饋過程、預報。

一、緒 言

近年來氣象上研究顯示，熱帶甚至部份中高緯度地區的氣候異常都和熱帶太平洋—印度洋上兩活動中心大尺度的質量交換，即南方振盪有密切關係 (Walker, 1923-24; Bjerknes, 1969; Weare, 1982; Horel and Wallace, 1981; Kousky et al., 1984; Wright, 1985)。因而南方振盪在近年來成為氣象上熱門的研究題目。南方振盪主要的特徵為東太平洋和西太平洋—印度洋間低層氣壓

相反方向的擺動 (Berlage, 1957)。和氣壓擺動同時發生的現象有大氣的增暖/冷卻，雲和雨區的移動，和熱帶太平洋區高低層環流的轉變。(Rasmusson and Carpenter, 1982; Horel and Wallace, 1981; Mitchum, 1987; Heddinghaus, and Krueger, 1981; Wright, 1985) 以及在海洋方面的海面之異常增溫/冷卻，海平面和斜溫層高度在太平洋東西兩岸相反方向的擺動 (Philander, 1983; Cane and Zebiak, 1985)。東赤道太平洋海面的異常增溫，並維持半年到十八個月的

現象稱為 El Niño。El Niño 的發生即和南方振盪有直接而密切的關聯，二者合稱 El Niño / Southern Oscillation (ENSO)。

對於 ENSO 之研究，除了從資料分析著手外，近年來也有做海洋—大氣耦合模式的模擬 (Nicholls, 1979 ; Chen 1984)。一般對於資料只能分析南方振盪各種參變數間簡單相關或延時相關，對於參變數間複雜的回饋效應則沒有適當的方法來探討，海洋—大氣耦合模式則因對系統的物理過程未能了解，及對於海洋和大氣反應時間處理不當，所以模式的結果仍無法解釋 El Niño 發生的機制。

ARMA (Autoregression moving average) 模式一般用來探討時間序列的問題，在工業上用於自動控制。單一變數的 ARMA 模式資料早就被引進用於穩定性氣象資料之分析與預報 (Chu and Katz, 1985, 1987)，由於僅使用單一變數模式，並無法窺見變數間複雜的回饋效應，所以應用上有所限制。近年來由統計學界發展出多變數時間序列模式方法 (Tiao and Box, 1981) 則可彌補這缺點。Chu (1988) 曾將其引進應用於氣象方面的研究，而這只是開始。本研究即是繼續這個概念，利用多變數時間序列分析的方法來探討 ENSO 的機制和進行南方振盪指數的預報。

二、資 料

(a) 單變數時間序列分析

有幾種指標可以用來表示 ENSO 的狀態，稱為南方振盪指數 (Southern Oscillation Index , SOI)。這其中包括使用地面氣壓、環流強度、海面溫度，或者海面高度等。比較常被使用者為地面氣壓，特別是兩個測站間的氣壓差 (Quinn and Burt, 1972 ; Trenberth, 1984 ; Horel and Wallace, 1981 ; Chen, 1982 ; Rasmusson and Carpenter, 1982)。Tahiti 和 Darwin 二測站分別位於南太平洋高壓中心以及印度尼西亞低壓中心附近，能夠適切的表示 ENSO 的狀態，且二站自 1935

年起即有完整的觀測記錄，而此二站之氣壓變動差不多反向 (Chen, 1982)，所以 Tahiti 減 Darwin 的氣壓差即常被用來作為南方振盪指數。另外 Wright (1975) 綜合幾個受南方振盪影響地區測站的氣壓值，建立一個合成的南方振盪指數，這個指數由測站氣壓之經驗正交函數分析之主成份計算得到，和正規化的 Tahiti 減 Darwin 氣壓差的 SOI 平行而能夠顯示南方振盪大尺度的特徵，也常被用來作為參考指標 (Wu and Hastenrath, 1986)。本文即針對這兩組南方振盪指數進行單一變數時間序列模式之分析比較。使用的有 (1) 正規化的 Tahiti 減 Darwin 的季平均氣壓距平，1935-1983 年。(2) Wright (1975) 之合成季平均南方振盪指數 1851-1974。

(b) 多變數時間序列分析

多變數時間序列模式，主要是用來探討各參變數間複雜的回饋關係，為求簡化，我們只使用向量 ARMA 模式，所以各變數皆僅使用其距平值 (anomaly)。每一資料先扣除其長期平均值，除去年變化，再將其標準化。本文中使用的資料包括 (1) Tahiti 減 Darwin 月平均氣壓 1948-1978。(2) 東太平洋海面月平均溫度 (SST)。資料為包括 $6^{\circ} - 2^{\circ} \text{ N}$ ， $170^{\circ} - 90^{\circ} \text{ W}$ ， $2^{\circ} \text{ N} - 6^{\circ} \text{ S}$ ， $180^{\circ} - 90^{\circ} \text{ W}$ ， $6^{\circ} - 10^{\circ} \text{ S}$ ， $150^{\circ} - 110^{\circ} \text{ W}$ 之平均。1947 - 1978。(3) 中太平洋信風帶之緯向月平均風速，資料為 $5^{\circ} \text{ N} - 7^{\circ} \text{ S}$ ， $150^{\circ} \text{ E} - 150^{\circ} \text{ W}$ 之平均，1949-1978。(2)(3) 兩項資料取自 COADS (Comprehensive Ocean-Atmospheric Data Set) 磁帶。(4) 西太平洋之月平均降水量，為西太平洋六個觀測站之平均值，1949 - 1978。此資料由 Hastenrath 教授所提供。

三、時間序列模式

(a) 單變數時間序列模式

對於一個穩定而平均為 0 的時間序列，X 可以 ARMA (p , q) 過程來表示。

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

式中 X_t 為變數 X 在 t 時間之值， x_{t-1} 為 X 在 $t-1$ 時間之值， a_t 為方程式之殘差，作隨機分佈 (White noise)， Φ 和 θ 則為 AR (Autoregression) 過程和 MA (Moving average) 過程的參數，將由過去資料求得，方程式表示一時間序列 X (t) 在 t 時間之值，可由 X 過去之值以及 t 時間和 t 時間以前之隨機強迫 (Random forcing) 決定。上式也可改寫為：

$$\Phi(B) \cdot X_t = \theta(B) \cdot a_t \quad \text{或} \quad X_t = \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} \cdot a_t$$

其中 $\Phi(B)$ 和 $\theta(B)$ 為 B 的 p 和 q 階多項式，B 為後移運算子，即 $B = \frac{X_{t-1}}{X_t}$ ，而 $\frac{\theta(B)}{\Phi(B)}$ 稱為移轉函數 (transfer function)。

要估計出適當的 ARMA 過程，須仔細的分析該時間序列的自相關函數和部份自相關函數 (Box and Jenkins, 1976)。適當的 ARMA 過程即由自相關函數和部份自相關函數的特徵來研判。適當的 ARMA 過程當須符合所謂的穩定性 (Stationarity) 和可轉換性 (Invertibility)。此外尚須檢查其殘差的獨立性及考慮模式的精簡原則。而最後作模式優劣的選擇，一般都是考慮其殘差的大小。有最小相對殘差 (可用均方誤差， σ^2 表示) 的模式，一般被認為是最佳模式，在模式建立的過程中 ϕ 和 θ 的計算可參考附錄(-)。假設未來的誤差為 0，將現在的觀測值代入，模式中可以进行預報。預報的步驟以及誤差範圍的估計可參考 Box and Jenkins (1976)。

(b)多變數時間序列模式

對於一組穩定而平均都為 0 的時間序列，考慮其回饋過程，可以使用向量 ARMA 過程 (

Tiao and Box, 1981)。向量 ARMA 模式建立方法為將上述的單一變數 ARMA 過程的線性移轉函數由單一變數轉成 $K \times K$ 階矩陣的多變數形式，即

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})$$

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$\phi_p(B), \theta_q(B)$ 為 $K * K$ 的矩陣。

建立多變數時間序列模式之步驟，判定的條件，預報的進行以及誤差的估計可參考 Tiao and Box (1981)。

四、南方振盪之單變數時間序列

為探討以南方振盪指數的過去資料來預測南方振盪之可行性，Chu and Katz (1985 , 1987) 曾經作了一系列之實驗，結果證明南方振盪可相當程度的由過去的資料加以預報。Chu and Katz (1985) 分析 Tahiti 減 Darwin 季平均氣壓距平，發現 AR(3) 可用來適當的表示南方振盪指數的變化 (表一)，而以 1935-1982 夏天的資料所建立的模型，用來預報 1982 年夏天至 1984 年冬天的南方振盪指數，結果相當良好 (圖 1)。對於 1983 年冬天強烈的 El Niño 事件，做了相當準確的預報。

表一 Tahiti 減 Darwin 季平均氣壓值作 ARMA (p, q) 之 σ^2 值。

p	q	$\sigma^2(p, q)$
0	0	3.279
1	0	1.689
2	0	1.696
1	1	1.710
3	0	1.505
2	1	1.662
1	2	1.537
4	0	1.484
5	0	1.468

Tahiti 減 Darwin 氣壓差的南方振盪指數，基本上只表示兩活動中心的強度，而 Wright (1975) 的南方振盪指數則可描述全球尺度的特徵。

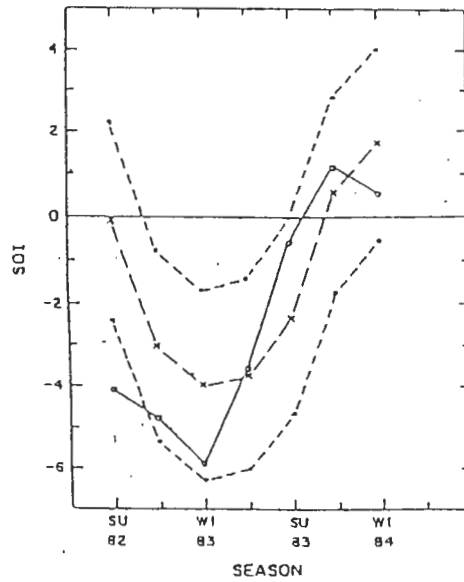


圖1 以單變數時間序列AR(3)模式所做Tahiti 減 Darwin氣壓差之季南方振盪指數 (SOI) 預報結果。SU82表示1982夏季，W183表示1983年冬季，實線表示觀測值，長斷線預測值，短斷線95%的可信賴區。Chu and Katz (1985)

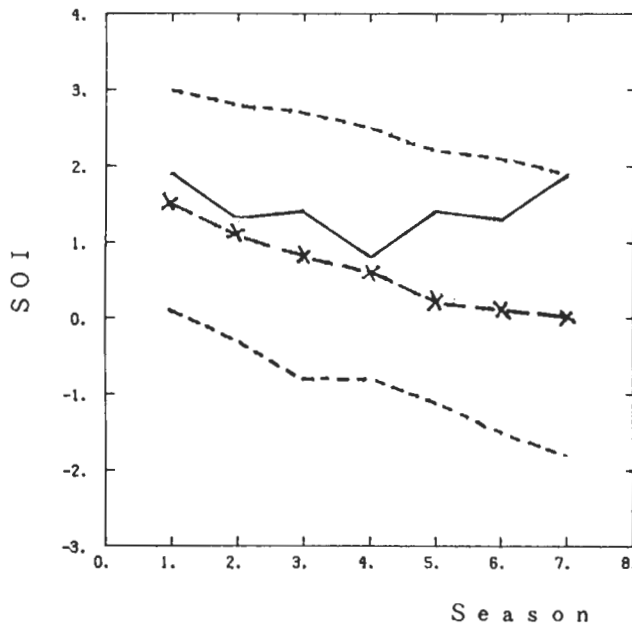


圖2 以單變數時間序列AR(2)模式所作Wright (1975) 季南方振盪指數之預報結果，第一季表示1973年春季，餘類推，圖說明同圖1。

爲了比較這兩種南方振盪指數在時間域上的特徵，我們重做了Chu and Katz (1985) 的分析，同時進行了對Wright (1975) 季南方振盪指數1851-1974年時間序列的模式分析。表二所示爲Wright之季南方振盪指數ARMA模式分析結果。由此表可見AR(2)較之AR(3)更適合描述南方振盪指數的變化。而且模式的均方誤差較Tahiti 減 Darwin 氣壓差的南方振盪指數模式分析所得者小很多(表一)。此結果顯示時間序列模式能對Wright之南方振盪指數做更佳的描述。

$$AR(2) \text{ 模式 } X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t$$

$$\phi_1 = 0.6101, \phi_2 = 0.1696 \quad (1)$$

以此模式進行1973年至1974年的預報，結果如圖2所示。對1973年春季至1974年的預報誤差小於0.5以下，對1974年其他季節的預報，誤差較大。但仍和Chu and Katz (1985) 對Tahiti 減 Darwin SOI 預報之結果相當。

表二 用Wright之SOI作ARMA (p, q) 模擬之 σ^2 值。

p	q	$\sigma^2(p, q)$
1	0	0.574673
0	1	0.573730
1	1	0.573523
1	2	0.560520
2	1	0.550305
2	0	0.549441
3	0	0.550557
4	0	0.547121

五、南方振盪之多變數時間序列模式

南方振盪爲大氣—海洋的回饋系統(Wright, 1985)，作爲南方振盪指數的氣壓梯度和其他大氣海洋的參變數之間必有關聯。Wyrtki (1975) 指出El Niño發生前必有強大的南太平洋高壓和與其配合的強盛東南信風導致暖水在西太平洋堆積，當南太平洋高壓減弱時，東南信風同時減弱，這信風

的減弱導致風力不能支持海面的傾斜，使得西太平洋暖水潰流至東太平洋，並向下加深斜溫層，此即El Niño現象。另一方面，海面溫度的升高，卻導致太平洋熱帶地區氣壓梯度的減弱(Webster, 1981)。到底氣壓梯度和海洋一大氣的參變數之間有何關聯？我們希望由觀測資料透過多變數時間序列模式的分析來回答這個問題。

多變數時間序列模式即向量ARMA模式的判定可採兩時間序列落後互變異的 χ^2 檢定(Chi-square test) (Tiao and Box, 1981) $X^2 = \sum (d^2 / E)$ 。其中d爲差數，E爲期望頻率。 X^2 值高者表示二時間序列存在有落後相關，此爲模式選擇之依據。

(c) 海面溫度與南方振盪指數

海面溫度(SST)與南方振盪指數(SOI)間不同延時的 χ^2 值見表三。由表三可知在延時爲1與6時，有最大 X^2 值，故選擇ARMA

表三 作SOI與SST在不同時間間距之chi-square test值。

Lag	chi-sq test
1	283.07
2	6.28
3	1.80
4	2.62
5	4.89
6	16.42
7	2.26
8	3.42
9	4.65
10	2.14
11	1.75
12	5.79

(1 , 6 ; 1) 過程。建立了ARMA (1 , 6 ; 1) 模式如下：

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_6 X_{t-6} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \dots \dots \dots (2)$$

其中

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.611 & -0.058 \\ -1.027 & 0.914 \end{bmatrix}, \phi_6 = \begin{bmatrix} 0.009 & 0.013 \\ 0.303 & -0.133 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} -0.337 & 0.020 \\ 0.729 & 0.311 \end{bmatrix} \quad X_t^1 = \text{SOI}, X_t^2 = \text{SST}$$

所以，對SOI 值而言

$$X_t^1 = 0.611 X_{t-1}^1 - 0.058 X_{t-1}^2 + 0.009 X_{t-6}^1 + 0.013 X_{t-6}^2 - a_t^1 + 0.337 a_{t-1}^1 - 0.020 a_{t-1}^2 \dots (3)$$

而對SST值而言

$$X_t^2 = -1.027 X_{t-1}^1 + 0.914 X_{t-1}^2 + 0.303 X_{t-6}^1 - 0.133 X_{t-6}^2 + a_t^2 - 0.729 a_{t-1}^1 - 0.311 a_{t-1}^2 \dots (4)$$

由此可見SOI 主要與前一個月的SOI 有明顯的正部份相關，如此顯示SOI 有明顯的延續性，而對SST而言，主要與前一個月之SST 有正的正部份相關，也顯示了SST 之延續性，此一特徵也暗示南方振盪本身有延續的特徵。另外，SST 和前一個月及六個月前之SOI 有負及正的正部份相關，此結果則顯示，在SST 增高前先有高壓之增強，而後迅速減弱，才有海面溫度的升高。這樣的結果，正好符合Wyrtki (1975) 的假設。SOI 受SST 之影響顯然不是直接的，在統計上顯現不出特徵。

利用方程式(1)作SOI 之預測，結果如圖3 所示，預測值與實際值相當的接近。顯示一及六個月前的SST 加上SOI 對SOI 有相當的預報能力。

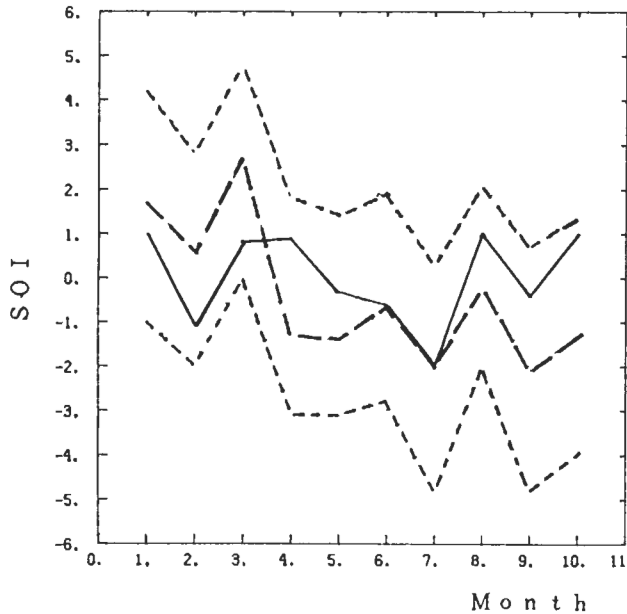


圖3 以月南方振盪指數 (SOI) 和東太平洋海面溫度間之向量ARMA (1 , 6 ; 1) 模式所作SOI 之預報結果，第一個月表示1978年1月，餘類推，圖說明同圖1。

(b) 緯向風速與南方振盪指數

中太平洋緯向風速與SOI 間，不同延時之 χ^2

值如表四。由此表可見在延時為1 與2 時有最大之 χ^2 值。因此選擇ARMA (1 , 2 ; 1) 過程建立ARMA (1 , 2 ; 1) 模式如下：

表四 作 S O I 與緯向風速在不同時間
間距之 chi-square test 值。

Lag	chi-sq test
1	112.22
2	28.01
3	3.41
4	2.26
5	8.03
6	0.84
7	7.99
8	6.78
9	2.85
10	10.86
11	6.66
12	3.38

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \dots \dots \dots (5)$$

其中

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.361 & -0.461 \\ -0.367 & -0.004 \end{bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} 0.109 & -0.152 \\ 0.026 & 0.224 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} -0.006 & -0.426 \\ 0.271 & -0.185 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} X_t^1 : \text{SOI} \\ X_t^2 : \text{緯向風速} \end{matrix}$$

所以對 S O I 而言

$$X_t^1 = 0.361 X_{t-1}^1 - 0.461 X_{t-1}^2 + 0.109 X_{t-2}^1 - 0.152 X_{t-2}^2 - a_t^1 + 0.006 a_{t-1}^1 + 0.426 a_{t-1}^2 \dots (6)$$

對緯向風速而言

$$X_t^2 = -0.367 X_{t-1}^1 - 0.004 X_{t-1}^2 + 0.026 X_{t-2}^1 + 0.224 X_{t-2}^2 + a_t^2 - 0.271 a_{t-1}^1 + 0.185 a_{t-1}^2 \dots (7)$$

由此可見 S O I 仍受前一個月 S O I 之影響，而風速對 S O I 之貢獻為負者。表示前一個月加強的東風將增加 S O I。另外，緯向風速受前一個月的緯向風速影響很小，顯示緯向風速之變異性，而緯向風速主要是受前一個月之 S O I 影響。前一個月指

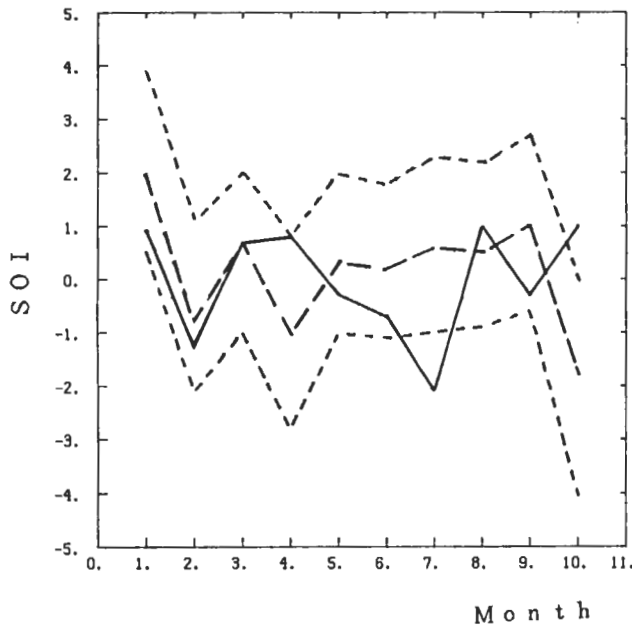


圖 4 以月南方振盪指數 (S O I) 和中太平洋緯向風速間之向量 ARMA (1 , 2 ; 1) 模式所作之 S O I 預報結果，第一個月表示 1978 年 1 月，圖說明同圖 1。

數的降低，將加強緯向風速距平 (Anomaly)，此結果和Wyrcki (1975) 之觀點一致。

利用方程式(3)，進行SOI之預報，結果和實際資料可參考圖4，由此可見誤差已較使用SST資料及一個月之前之SOI資料來預報SOI之誤差更大。

(c)降水與南方振盪指數

西太平洋地區降水與SOI間不同延時的 χ^2 值見表五。由表五，可知在延時1與2時有最大之 χ^2 值，故選擇ARMA(1, 2; 1)過程，建立ARMA(1, 2; 1)模式：

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \dots \dots \dots (8)$$

其中

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.814 & +0.107 \\ 0.909 & 0.883 \end{bmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} 0.034 & -0.105 \\ -0.426 & 0.112 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} -0.539 & +0.194 \\ -1.120 & 0.262 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} X_t^1 : \text{SOI} \\ X_t^2 : \text{RAIN} \end{matrix}$$

表五 作SOI與Rain在不同時間間距之chi-square test

Lag	chi-sq test
1	337.42
2	17.08
3	10.20
4	9.38
5	6.45
6	1.61
7	8.69
8	3.24
9	6.70
10	7.25
11	8.03
12	0.24

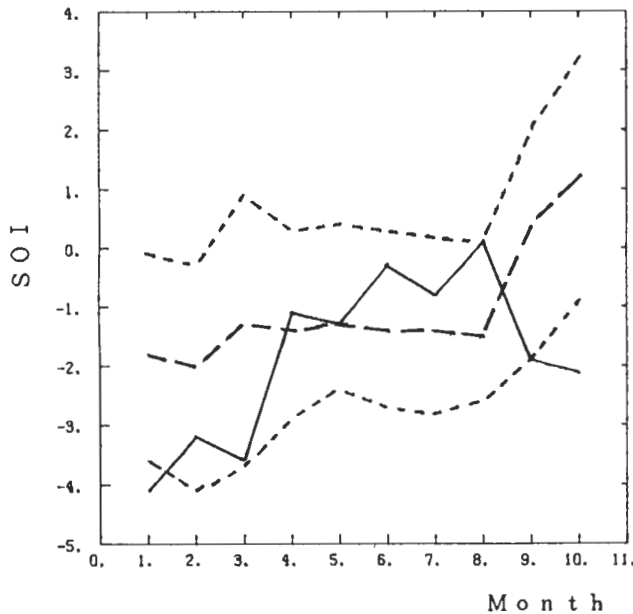


圖5 以月南方振盪指數(SOI)和西太平洋降水距平間之向量ARMA(1, 2; 1)模式所作SOI預報結果，第一個月表示1978年1月，圖說明同圖1。

所以對 S O I 而言

$$X_t^1 = 0.814 X_{t-1}^1 + 0.107 X_{t-1}^2 + 0.034 X_{t-2}^1 - 0.105 X_{t-2}^2 - a_t^1 + 0.5390 a_{t-1}^1 - 0.194 a_{t-1}^2 \quad (9)$$

$$X_t^2 = 0.909 X_{t-1}^1 + 0.883 X_{t-1}^2 - 0.426 X_{t-2}^1 + 0.112 X_{t-2}^2 + a_t^2 + 1.120 a_{t-1}^1 - 0.262 a_{t-1}^2 \quad (10)$$

由此可見 S O I 只受前一個月的 S O I 和 S O I 的隨機強迫的影響，受到降水的影響較少。而降水和前一個月的降水有正的部份相關。顯示降水本身也有持續性，而降水和前一個月及前兩個月的 S O I 有正及負的部份相關，表示 S O I 對西太平洋降水的貢獻變率較大，而更重要的則是 S O I 的隨機強迫，從此可以看出降水預報之困難。

利用方程式(3)做 S O I 之預報，預報值與實際值之比較見圖 5，和圖 4 相同，誤差已較使用 S O I 單一變數或使用 S S T 及 S O I 來預報之誤差值為大。此結果暗示，緯向風速及降水可能只是氣壓系統變動的反應。使用緯向風速及降水等來預報 S O I 有相當的困難。

六、概要與結論

以自相關移動平均 (ARMA) 模式作變數的時間序列分析，在氣象上的應用很多。對於南方振盪的問題則有 Chu and Katz (1985, 1987) 利用單一變數模式討論南方振盪在時間域上的特性 (1985) 和南方振盪實際上的可預報度 (1987)，本文則延續這個概念，先做不同南方振盪指數在時間域上不同特性和預報能力，然後進一步應用多變數時間序列模式，即向量 ARMA 模式 (Tiao & Box, 1981) 來探討南方振盪在大氣海洋這個回饋系統在時間域上的特徵，並將其應用到對南方振盪指數的預報上。

Chu and Katz (1985) 已經指出 Tahiti-Darwin 季平均氣壓值以 AR (3) 模式最能夠描述其變化，也最適合於對季平均 S O I 作預報。本文指出 Wright (1975) 之南方振盪指數則以 AR (2) 模

式最能夠描述 Wright 季南方振盪指數之時間域特性，以之進行 S O I 之預報結果最好。如此顯示 Wright 之 S O I 比較具有統計上的簡單性和可預報度。

多變數時間序列模式這類統計分析工具，在社會科學的應用很多，在氣象上的應用則剛開始。本文將其應用到對南方振盪之研究，使我們對於南方振盪大氣海洋的回饋系統之了解由定性推展至定量。並且將其應用到做南方振盪指數的預報。本文中使用了 Tahiti-Darwin 月平均氣壓差距平的南方振盪指數，東太平洋海面溫度距平，中太平洋信風帶緯向風速距平以及西太平洋月降水距平作多變數時間序列分析，分別得到南方振盪指數與海面溫度間之 ARMA (1, 6; 1) 模式，南方振盪指數與緯向風場間之 ARMA (1, 2; 1) 模式；及南方振盪指數與雨量距平間之 ARMA (1, 2; 1) 模式。這些結果也顯示海面溫度，緯向風速，以及降水量皆受到其前期的南方振盪指數之影響，而南方振盪則有明顯的延續性，由此結果可見從月平均資料來看，大氣對海洋有明顯的作用，而海洋的回饋則不太明顯，風和降水都是氣壓梯度的反應，對於氣壓梯度的回饋，在統計上也不明顯，氣壓梯度，海面溫度以及降水都有明顯的延續性，緯向風速則否。這結果顯示南方振盪時間尺度上的一個特徵：氣壓、海面溫度以及氣候改變 (降水) 都會延續一段時間，而緯向風速則較缺延續性。這結果暗示，El Niño 之發生可能與個別的強迫激發有關。Nitta and Motoki (1988) 指出 El Niño 之發生和西太平洋低層西風爆發有關。Lau et al (1989) 指出 El Niño 發生和 30-50 天振盪之激發有關，這些問題都值得做進一步研究。

另外多位學者指出季節變化對 ENSO 之影響 (Meehl, 1987)，也可由多變數時間序列模式加以模擬，將在後續研究中繼續探討。

以所建立的向量 ARMA 模式進行南方振盪指數的預報，結果發現以 S O I 與海面溫度來預報要較以緯向風速與 S O I 或降水量與 S O I 來預報好，但和以 S O I 來預報 S O I 之結果差不多，如從

應用的觀點來看，單一變數模式可能較為適用。

誌謝

本篇論文之完成，要感謝中央氣象局之氣候資料提供，洪淑芬小姐在打字及電腦方面協助，以及林松錦、廖學鎰、柯文雄、吳清吉諸位教授提供寶貴意見。本文是在國科會研究計畫編號 NSC 78-0202-QC002-20 補助下完成。

參考文獻

- Berlage, H.P., 1957: Fluctuations of the general circulation of more than over year, their nature and prognostic value. Koninklijk Nederlands Meteorologisch Institute, Mededelingen, en Verhan delingen, No. 69, 152 pp.
- Bjerknes, J., 1969: Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific. *Mon. Wea. Rev.*, 97, 163-172.
- Box, G.E.P., and G.M. Jenkins, 1976: Time Series Analysis: Forecasting and Control (rev.), Holden-Day, 575 pp.
- Cane, M.A., and Zebiak, S.E., 1985: A theory for El Niño and the Southern Oscillation. *Science*, 228, 1084-1087.
- Chen, W.Y., 1982: Assessment of Southern Oscillation sea level pressure indices. *Mon. Wea. Rev.*, 110, 800-807.
- Chen, X.S., 1984: A numerical study of climatic Oscillations using a completed atmospheric-ocean primitive equation model. *J. Atmos. Sci.*, 41, 746-758.
- Chu, P.-S., and R.W. Katz, 1985: Modeling and Forecasting the Southern Oscillation: A time-domain approach. *Mon. Wea. Rev.*, 113, 1876-1888.
- Chu, P.-S., and R.W. Katz, 1987: Measures of Predictability with Applications to the Southern Oscillation. *Mon. Wea. Rev.*, 115, 1542-1549.
- Chu, P.S. 1988: multivariate time series modeling applied to air-sea system, personal communication.
- Heddinghaus, T., Krueger, A.F., 1981: Annual and interannual variations in outgoing longwave radiation over the tropics. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 1208-1218.
- Horel, J.D., and J.M. Wallace, 1981: Planetary Scale atmospheric Phenomena associated with the Southern Oscillation. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 913-829.
- Kousky, V.E., Mary T. Kagono and Iracema F.A. Cavalcanti, 1984: A review of the Southern Oscillation: oceanic-atmospheric circulation changes and related rainfall anomalies, *Tellus*, 36A, 490-504.
- Lau, K.M., Peng, L., Sui, C.H., and Nakazawa, T., 1989: Dynamics of super cloud clusters, westerly wind Bursts, 30-60 day Oscillations and ENSO: *An Unified View. J. Meteor. Soc. Japan*, 67, 205-219.
- Meehl, G.A., 1987: The annual cycle and interannual variability in the tropical Pacific and Indian Ocean regions, *Mon. Wea. Rev.*, 115, 27-50.
- Mitchum, G., 1987: Trade wind fluctuations associated with El Niño Southern Oscillation events, *J. Geophys. Res.*, 92, 9464-9468.
- Nicholls, N., 1979: A simple air-sea interaction model. *Quart. J.R. Met. Soc.*, 105, 93-105.
- Nitta, T., and Motoki, T., 1987: Abrupt enhancement of convective activity and low level westerly wind burst during the onset phase of 1986-87 El Niño. *J. Meteor. Soc. Japan*, 65, 497-506.
- Philander, S.G.H., 1983: El Niño Southern Oscillation Phenomena. *Nature*, 302, 295-301.
- Quinn, W.H., and Burt, W.V., 1972: Use of the Southern Oscillation in weather prediction, *J. Appl. Meteor.*, 11, 616-628.
- Rasmusson, E.M., Carpenter, T.H., 1982: Variations in tropical sea surface temperature and surface wind fields associated with the Southern Oscillation/El Niño. *Mon. Wea. Rev.*, 110, 354-384.
- Tiao, G.C., and G.E.P. Box, 1981: Modeling multiple time series with applications, *Journal of the American Statistical Association*, 76, 802-816.
- Trenberth, K.E., 1984: Signal versus noise in the Southern Oscillation, *Mon. Wea. Rev.*, 112, 326-332.
- Walker, G.T., 1923-24: World Weather, I and II, Mema India, Met. Dept., 24, part X, 17-60.
- Weare, G.C., 1982: El Niño and tropical Pacific Ocean surface temperature. *J. Phys. Oceanogr.*, 12, 17-27.
- Webster, P.J., 1981: Mechanisms determining the atmospheric response to sea surface temperature anomalies, *J. Atmos. Sci.*, 38, 554-571.
- Wright, P.B., 1975: An index of the Southern Oscillation Climate Res. Unit Rep. CRU PR4, Norwich, U.K., 22 pp.
- Wright, P.B., 1985: 'The Southern Oscillation: an ocean-atmospheric feedback system?' *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 66, 398-412.
- Wu, M.C., and Hastenrath, S.H., 1986: On the interannual variability of the Indian monsoon and the Southern Oscillation. *Arch. Met. Geoph. Biokl. Ser B*, 36, 239-261.

Wyrtki, K., 1975: El Niño-the dynamic response of the equatorial Pacific Ocean to atmospheric forcing *J. Phys. Oceanogr.*, 5, 572-584.

附錄一：

單變數自我迴歸—移動平均方程式 (AR, MA process)

(1)自我迴歸方程 (AR process) :

所謂自我迴歸 (Auto-regressive) 對一單變數數時間序列而言是針對一組有記憶性的因子取出其過去相關較強的變數來預測未來的數值，我們先定義 B 及 X

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t}$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

a_t 為 White noise

$$\text{則 } a_t = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t$$

可寫成 $\phi(B) X_t = a_t$

即 $X_t = \phi^{-1}(B) a_t$ 稱為 transfer function。

解法可利用其 auto-correlation coefficient (自相關係數) ρ_p ，可得 $\phi(B)$ 之解如下：

$$P_p = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rho_p = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix} \quad \phi_p = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix}$$

P 代表某一個 time 的值。

$$\text{則 } \phi(B) = P_p^{-1} \rho_p$$

稱之為 Yule-Walker equations

(2)移動平均方程 (MA process) :

為一 filter 之作用，由一組 random series a_t 求作 X_t 之模擬，方程式如下：

$$\begin{aligned} X_t &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t \\ &= \theta(B) a_t \end{aligned}$$

a_t : white noise, $\theta(B)$ 為 transfer function 解法同(1)，可得 ρ_k

$$\rho = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases}$$

(3)自我迴歸—移動平均方程 (ARMA process) 綜合(1)(2)可得 X_t 之方程式如下：

$$\begin{aligned} X_t &= \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \\ &\quad - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned}$$

$$\phi(B) X_t = \theta(B) a_t$$

$$X_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

$$\frac{\theta(B)}{\phi(B)} \quad \text{transfer function}$$

解 ARMA process 時，先解 MA process，再代入解 AR process (1976) 即可，其較詳盡的過程可參閱 Box and Jenkins (1976)。

**Simulation and Forecasting the Southern Oscillation
With Multivariate Time Series Models**

Ming-Chin Wu and Tai-Yu Shung
Department of Atmospheric Sciences
National Taiwan University

(manuscript received July 30, 1989; in final form September 10, 1989)

ABSTRACT

The purpose of this study is to apply auto-regression - moving-average (ARMA) time series models in order to analyze the characteristics of the Southern Oscillation on the time domain and to execute forecasting. Chu and Katz (1985) in applying the single variable ARMA models on the Southern Oscillation index (SOI) of Tahiti minus Darwin Sea level pressure, found that the AR(3) model might describe the variation of the seasonal SOI properly. This paper in applying the single variable ARMA model on the seasonal SOI of Wright (1965) points out that the AR(2) model is the best for describing the characteristics of the SOI on the time domain. Applying the constructed AR(2) model to the SOI forecasting, the results indicate that they are as good as those of Chu and Katz (1985).

Furthermore, this paper applies the multiple variate time series model, the vector ARMA model, to analyze the feedback processes between the monthly SOI of the Tahiti minus Darwin sea level pressure and several components of the Southern Oscillation, e.g. eastern Pacific sea surface temperature (SST), central Pacific meridional wind component, and western Pacific precipitation (rainfall), and to execute the SOI forecasting.

As a result, the ARMA (1,6;1) model of the SOI and the SST, the ARMA (1,2;1) model of the SOI and the zonal wind component, and the ARMA (1,2;1) model of the SOI and the rainfall are obtained. The results also indicate that the SOI, SST, and precipitation all possess some persistence. This property is not for the zonal wind component. Variations of SST, zonal wind, and rainfall are all influenced significantly by the preceding SOI. However, the variations of the SOI influenced by the preceding SST, zonal wind, and rainfall are not significant. From a statistical point of view, the forcing of the atmosphere on the ocean is obvious. However, the feedback of the ocean is not significant. Applying the constructed models to the SOI forecasting, the results indicate that for the SOI forecasting it is better to use SST and SOI than zonal wind and SOI, or rainfall and SOI.

Keywords: multiple variate time series model, southern oscillation, feedback process, forecasting.