

純交互作用控制下雙颱風相對運動的數學分析及與實際個案路徑的比較

劉廣英

摘要

在民國48至72年(共25年)間西北太平洋至南海地區共有215對颱風曾同時存在達24小時或以上的時間,其中有142對曾發生 10° 以上的相對旋轉,由而可見雙颱風問題的重要性。本文透過重力位場的分析,求得一種描述在純粹交互作用下雙颱風中心相對運動的控制方程,並由而分析出下述結果:(1)二中心運動受制於開始運動時的角變率(θ')及距離變率(r')(2) θ' 及 r' 各有大於、等於及小於0的三種起始條件,即起始條件有9類可形成10種不同的相對路程,唯其中完全不同的只有8種;(3)二颱風間的交互作用為二中心間距離 r 的函數。在 r 到達臨界值前作用力隨 r 減小而增大,越過該臨界值後即減小。由而可知,在純粹交互作用下雙颱風的相對運動先是接近而後遠離;(4)在10種相對運動中逆轉者佔4種,順轉者佔兩種,順逆轉都有者亦佔4種。我們利用以上結果對比分析了廿五年來研究區內相對旋轉達 90° 以上的12對颱風。

(1982)氏預報方向的誤差平均達 55° ,亦顯示二颱風間的交互作用影響預報成效甚大。有詳加探討的必要。

過去對雙颱風運動的研究總括來說不外調查分析(劉等,1982; Neumann and Dong, 1982)以及與純渦旋理論的比較(Hoover, 1961),近來(Chang, 1983)則有數值模擬的研究。本文系由重力位場着手,透過颱風中心的運動方程,分析純粹交互作用下,兩個颱風中心的相對運動,而後並以25年來南海及西北太平洋地區12對顯著(相對旋轉達 90° 或以上)個案的相對路徑與數學分析解的結果相比較,結果顯示當雙流場不明顯時實際的相對路徑與理論者有相同的特徵。

二、雙颱風交互作用的數學分析

(1)公式推導:

颱風中心的移動主要受制於環境氣流的導引,當兩個或以上颱風在同一地區時,由於各自環流影響到環境流場並進而互相干擾,而使颱風間產生相對運動,形成較複雜的路徑,導致預報上的困難。為

定了性地瞭解二颱風間的交互影響,我們必須先建立颱風中心的運動方程式,而後求其分析解。

假設我們所討論的雙颱風均為對稱圓柱形,其相對位置如圖1所示,則在颱風渦旋厚度內的選定等壓面上其中心的運動情形可以下述步驟探討之:

- (1)以颱風中心為座標中心;
- (2)以半徑 R 為影響範圍;
- (3)不考慮摩擦力;
- (4)在 R 為半徑的圓面積 S 上對運動方程積分再取平均。

由而可得

$$\frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\pi R^2} \iint_S \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\pi R^2} \iint_S \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

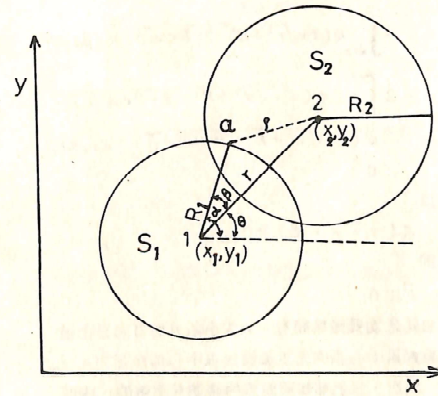


圖1: 二發登世互作用之颱風的相對位置圖

式中 u 與 v 為中心移速的分量, f 為柯式參數, ϕ 為重力位, g_1 與 g_2 則為颱風的渦旋內力(劉,1979)及與垂直運動相關的力。

如果有兩個颱風同時存在並相互影響,其中心分在 (x_1, y_1) 及 (x_2, y_2) ,相對位置如圖1所示,圖中 R_1 及 R_2 分別為二者的影響半徑 r 則為二中心間的距離。在此種配置下,根據式(1)及(2)

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{dt^2} - f_1 \frac{dy_1}{dt} &= -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_{11} \\ &\dots\dots\dots(3) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dt^2} + f_1 \frac{dx_1}{dt} &= -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_{21} \\ &\dots\dots\dots(4) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 x_2}{dt^2} - f_2 \frac{dy_2}{dt} &= -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{S_2} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_{12} \\ &\dots\dots\dots(5) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 y_2}{dt^2} + f_2 \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{S_2} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_{22} \\ &\dots\dots\dots(6) \end{aligned} \right.$$

此時

$$\phi = \sum C_i \phi_i; \phi_i = \phi_i(t, \rho) \dots\dots\dots(7)$$

這也就是說,重力位 ϕ 為 ϕ_i 的線性合成(C_i 為常數),而 ϕ_i 則為時間(t)與距中心位置(ρ)的函數。譬如說圖中 a 點其距 (x_2, y_2) 的距離為

$$\rho = \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)} \dots\dots\dots(8)$$

而由於颱風1及2的存在,該處的重力位應為

$$\phi = C_0 \phi_0 + C_1 \phi_1 + C_2 \phi_2 \dots\dots\dots(9)$$

其中 ϕ_1 及 ϕ_2 分別為二颱風各別的重力位分布, ϕ_0 則為二者若不存在時的亦即環境場的重力位。同時,由圖可知 a 點處 ϕ_2 的 $x_2(\phi_{2x})$ 及 $y_2(\phi_{2y})$,分量分別為

$$\phi_{2x} = \phi_2 \cos \alpha$$

$$\phi_{2y} = \phi_2 \sin \alpha$$

其中 ϕ_2 之函數式如下

$$\phi_2 = \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)})$$

其他各點的重力位分布狀況均可以同法分析之。

ϕ_2 在 a 點的分布,根據公式(3)及(4),就是颱風

風2在該處對颱風1運動的作用力，亦即該二式中右邊第一項均可寫成與 ϕ_0 、 ϕ_1 及 ϕ_2 相對應的三項，唯由於我們假定颱風渦旋都是對稱的，即

$$\iint_{S_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} dx dy = \iint_{S_2} \frac{\partial \phi_1}{\partial y} dx dy = 0 \dots\dots\dots (10)$$

所以

$$-\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_0}{\partial x} dx dy - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_0}{\partial x} dx dy - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy \dots\dots\dots (11)$$

其中右邊第一項為環境場的駛流作用，第二項則為第二個颱風對第一個颱風的駛流作用。

如果我們不考慮大範圍的駛流作用，僅考量颱風2對颱風1的作用，則有

$$\vec{F}_2 = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy \hat{i} - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{S_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial y} dx dy \hat{j} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \left[\int_0^{2\pi} \phi_2(t, \rho) \cos \alpha d\alpha \hat{i} + \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \rho) \sin \alpha d\alpha \hat{j} \right] = -\frac{1}{\pi R_1^2} \left[\int_0^{2\pi} \phi_2(t, \rho) \cos \beta d\beta \frac{x_2 - x_1}{r} \hat{i} + \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \rho) \cos \beta d\beta \frac{y_2 - y_1}{r} \hat{j} \right] = A_2 \left[\frac{x_2 - x_1}{r} \hat{i} + \frac{y_2 - y_1}{r} \hat{j} \right] \dots\dots\dots (12)$$

式中

$$A_2 \equiv A_2(t, r, R_1) = -\frac{1}{\pi R_1^2} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta$$

反過來看颱風1對颱風2的作用，也可以由 α 點着手且與上述步驟無異，僅公式(10)與(11)中 ϕ_1 與 ϕ_2 互換，(11)式中 R_1 由 R_2 代替即可。由而可求得

$$\vec{F}_1 = A_1 \left[\frac{x_1 - x_2}{r} \hat{i} + \frac{y_1 - y_2}{r} \hat{j} \right] \dots\dots\dots (13)$$

其中

$$A_1 \equiv A_1(t, r, R_2) = -\frac{1}{\pi R_2^2} \int_0^{2\pi} \phi_1(t, \sqrt{r^2 + R_2^2 - 2rR_2 \cos \beta}) \cos \beta d\beta$$

(2) F之特性分析：

假定颱風渦旋選定的等壓面上為圓的，則

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial \rho} \geq 0, n = 1, 2$$

$$\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial \rho^2} \leq 0, n = 1, 2$$

而 $A(t, r, R)$ 的積分項可做下述調整

$$\int_0^{2\pi} \phi(t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) \cos \beta d\beta = 2 \left[\int_0^{r/R} \phi(t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) \cos \beta d\beta + \int_{r/R}^1 \phi(t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) \cos \beta d\beta \right] = 2 \int_0^{r/R} [\phi(t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) - \phi(t, \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \cos \beta})] \cos \beta d\beta \leq 0$$

所以

$$A(t, r, R) \geq 0$$

亦即

$$\vec{F} \geq 0$$

這也就是說雙颱風間有一個大小如 A 而方向是由被影響颱風中心指向產生影響颱風中心的作用力。

其次，我們都知道颱風的範圍是有限的，因而當二颱風中心相去甚遠時，他對另一颱風的影響趨近於0，亦即 $r \rightarrow \infty$ 時

$$A_1 = A_2 = 0$$

同時，當二颱風中心重疊即 $r = 0$ 時

$$A(t, 0, R) = -\frac{1}{\pi R} \phi(t, R) \int_0^{2\pi} \cos \beta d\beta = 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial A}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} (t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) \cdot \frac{1}{2} (r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta)^{-\frac{1}{2}} (2r - 2R \cos \beta) \dots\dots\dots (14)$$

$$= -\frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} (t, \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}) \cdot \frac{r - R \cos \beta}{\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \beta}} \cos \beta d\beta \dots\dots\dots (14)$$

上式代表二颱風間作用力隨着二中心相距距離 r 的變化情形。由式可知

1 當 $r \rightarrow 0$ 時

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} \rightarrow \cos \beta \Rightarrow$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{1}{\pi R} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} (t, R) \int_0^{2\pi} \cos^2 \beta d\beta = \frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} (t, R) \geq 0$$

2 當 $r \rightarrow R \cos \beta$ 時

$$\frac{\partial A}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} (\text{公式14}) < 0 \Rightarrow A \rightarrow \text{極大值}$$

3 當 r 相當大時

$$A \rightarrow 0$$

這也就是說， A 值隨 r 的變特性如圖2所示。

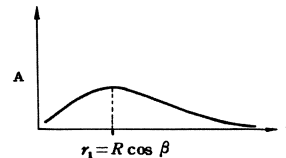


圖2 A隨 r_1 變化之示意圖。

(3) 二颱風的相對運動軌跡：

由以上推論可知，影響雙颱風相對運動的因素包括

- 1 ϕ_0 ，即駛流作用；
- 2 f_1 與 f_2 的差異，即由於二颱風中心所在緯度不同所起的影響；
- 3 兩颱風間的交互影響；
- 4 g_1 與 g_2 間的差異，即由於各別颱風結構不同而致內力及垂直運動不同而發生的影響。

如果我們假設條件1、2及4是相同的，則公式(5)-(3)，(6)-(4)即可將條件獨立出來，亦即可進一步探討二颱風純因相互影響而起的相對運動。

將公式(5)減去公式(3)並乘以 $(x_2 - x_1)$ ；公式(6)減去公式(4)並乘以 $(y_2 - y_1)$ ；而後前一乘積減去後面的乘積可得

$$\frac{f_1}{2} \frac{dr^2}{dt} + \frac{d}{dt} [(x_2 - x_1) \frac{d}{dt} (y_2 - y_1) - (y_2 - y_1) \frac{d}{dt} (x_2 - x_1)] = 0 \dots\dots\dots (15)$$

同時，由圖1可知

$$x_2 - x_1 = r \cos \theta \Rightarrow \frac{d}{dt} (x_2 - x_1) = -r \sin \theta \theta' + \cos \theta r' \\ y_2 - y_1 = r \sin \theta \Rightarrow \frac{d}{dt} (y_2 - y_1) = r \cos \theta \theta' + \sin \theta r'$$

其中

$$\theta' \equiv \frac{d\theta}{dt}; r' \equiv \frac{dr}{dt}$$

將(15)式對時間積分並將上述關係代入則得

$$\frac{f_1}{2} r^2 + (x_2 - x_1) \frac{d}{dt} (y_2 - y_1) - (y_2 - y_1) \frac{d}{dt} (x_2 - x_1) \equiv r^2 \left(\frac{f_1}{2} + \theta' \right) = C \dots\dots\dots (16)$$

其中 C 為積分常數，亦即

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{C}{r^2} - \frac{f_1}{2} \dots\dots\dots(17)$$

式(17)所示為二颱風中心相對位置的角(θ)變率，只要知道C就可知道此變率的大小。而由式(16)可知C實際上取決於二颱風開始互相作用時的距離r及當時的角變率 θ' ，也就是說，後一時間的 θ' 由前一時間的r與 θ' 決定，即在計算相對軌跡中每一積分時段(Δt)後($t + \Delta t$ 時)要重新求C，亦即(17)式可改寫成(假定 f_1 的變化不大)

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{f_1}{2} + \frac{1}{r^2} [r^2 (\frac{f_1}{2} + \theta')] \dots\dots\dots(18)$$

至此我們尚需 $\frac{dr}{dt}$ 式，而後即可與(18)式構成

一組描述二颱風在相互作用下相對運動的軌跡。此處我們仍由式(5)減式(3)或式(6)減式(4)開始並將式(2)的結果代入，即得

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} (x_2 - x_1) - f_1 \frac{d}{dt} (y_2 - y_1) \\ = - (A_1 + A_2) \frac{x_2 - x_1}{r} \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} (y_2 - y_1) - f_1 \frac{d}{dt} (x_2 - x_1) \\ = - (A_1 + A_2) \frac{y_2 - y_1}{r} \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{d^2r}{dt^2} + 2r' \frac{c}{r^2} \sin\theta - 2r' \sin\theta\theta' \\ - \cos\theta \frac{f_1^2}{4} r - \frac{c^2}{r^3} \cos\theta + f_1 \frac{c}{r} \cos\theta \\ + f_1 r \cos\theta\theta' - f_1 \sin\theta r' \\ = - (A_1 + A_2) \cos\theta \end{aligned}$$

此處我們使用了前面未寫出來的公式(5)減公式(3)的結果(公式(6)減公式(4)亦同)，以及公式(2)。將上述整理後可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2r}{dt^2} = - (A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} + \frac{f_1^2}{4} r - f_1 \frac{c}{r} \\ - 2r' \frac{c}{r^2} \tan\theta + 2r'\theta' \tan\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + f_1 r \theta' + f_1 r' \tan\theta \\ = - (A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} + \frac{f_1^2}{4} r \\ - \frac{f_1}{r} (\frac{f_1}{2} r^2 + r^2 \theta') \\ - 2 \frac{r'}{r^2} (\frac{f_1}{2} r^2 + r^2 \theta') \tan\theta \\ + 2r'\theta' \tan\theta + f_1 r \theta' + f_1 r' \tan\theta \\ = - (A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{由於 } \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \right) = \left(\frac{dr}{dt} \right) \frac{d}{dr} \left(\frac{dr}{dt} \right) \\ = \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \end{aligned}$$

所以上式對r積分(由 r_0 積至r)後即得

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \right)_0^2 - 2 \int_{r_0}^r (A_1 + A_2) dr} \\ - C^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) - \frac{f_1^2}{4} (r^2 - r_0^2) \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

再根據前 $\frac{d\theta}{dt}$ 中的推論可知其中 $C^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)$ 項可寫成

$$\begin{aligned} C^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) \\ = [r_0^2 ((\theta')_0 + \frac{f_1}{2})^2] \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) \\ = \frac{r_0^4}{r^2} \left[(\theta')_0 + \frac{f_1}{2} \right]^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \end{aligned}$$

至此我們已分別獲得 $\frac{d\theta}{dt}$ (式18)與 $\frac{dr}{dt}$ (式

(20)兩條描述二颱風在單純彼此相互作用下中心相對運動的方程式。由此二方程式以及二颱風重力位場的分布，即可導出兩者僅在彼此作下相對運動的概況。

公式(20)即 $\frac{dr}{dt}$ 的值顯然可正可負，其正負值

的取法應同時滿足(18)及(19)式的條件。下面我們做一簡要的說明：

1 當 $\left(\frac{dr}{dt} \right)_0 = 0$ 時，

$$\text{由 } \frac{d^2r}{dt^2} = - (A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r$$

$$\text{可知 } \frac{c_0^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r = 0,$$

$$\text{即 } r = r_0 \sqrt{1 + \frac{2(\theta')_0}{f_1}} \text{ 時}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = - (A_1 + A_2) < 0, \frac{dr}{dt} \text{ 亦應小於}$$

0，且由於r大於此臨界值後 $\left(\frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r \right) < 0$

，則 $\frac{d^2r}{dt^2}$ 更會小於0， $\frac{dr}{dt}$ 亦同。反之，當r在臨

界值與 $r = 0$ 之間時， $\left(\frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r \right) > 0$ 且其值漸

增終可使 $\frac{d^2r}{dt^2}$ 及 $\frac{dr}{dt}$ 大於0，其間 $r = r_1$ 為符號轉變的臨界值。

2 當 $\left(\frac{dr}{dt} \right)_0 \neq 0$ 時， $\frac{dr}{dt}$ 的符號由 $\left(\frac{dr}{dt} \right)_0$ 所定

，而 $\left(\frac{dr}{dt} \right)_0$ 的符號按第1條的討論是小于0的。

三、相對路徑的定性分析

公式(18)及(20)為描述二發生交互作用之颱風中心運動情形的基本方程式，公式(19)則協助我們決定公式(20)的符號。同時，由公式推導過程可知，在純粹交互作用下，二中心相對運動受制於開始時 θ 與r的變率，亦即 θ' 與 r' 的條件。以下謹分別討論之。

(一) $\theta'_0 = 0$ 及 $r'_0 = 0$

此時，如將 $\theta'_0 = 0$ ， $r'_0 = 0$ 及

$$C_0 = r_0^2 \left(\theta'_0 + \frac{f_1}{2} \right) = \frac{1}{2} r_0^2 f_1$$

諸條件代入公式(19)則得

$$r'' \equiv \frac{d^2r}{dt^2} = - (A_1 + A_2) < 0$$

而由可知公式(20)亦即 r' 的值為負值，這也就是說

，在 θ'_0 與 r'_0 均為0的起始條件下，二颱風一開始發生交互作用中心距離就會逐漸減小，而r一減小，公式(18)亦即 θ' 就大於0(逆轉)。所以二交互作用中的颱風，在此種起始條件下，中心的相對運動是逆轉漸近。但由前述對F的特性分析可知，當r小到某一臨界值 r_1 時 A_1 亦即 F_1 為最大值，r再減小F亦隨之減小，同時 r'' 及 r' 均隨之變號。在 θ'_0 及 r'_0 均為0的起始條件下，二者是由負變為正，即二中心由漸近轉為漸遠。

綜上所述可知在 θ'_0 及 r'_0 均為0的起始條件下，如 $r_0 > r_1$ 二颱風發生交互作用後的路徑示意圖如圖3-1所示。如果 $r_0 \leq r_1$ 則相對路徑為逆轉遠離，即只有圖3-1中 r_1 以後的一段。

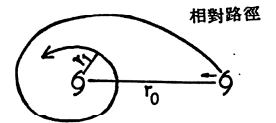


圖3-1 純交互影響下二颱風中心相對運動示意圖

(二) $\theta'_0 = 0$ ， $r'_0 < 0$

此時二颱風是由漸近中進入交互作用的影響中。由於 $r'_0 < 0$ 所以開始時 $r' < 0$ ， θ' 則大於0。於r減小至 r_1 後 r' 轉為大於0。由而可知此種起始條件所形成的相對路徑與上述(一)的狀況相同。

(三) $\theta'_0 = 0$ ， $r'_0 > 0$

二颱風是在遠離中進入交互作用的影響中(二颱風或其中之一增強加大所引起)。此時 $r'_0 > 0$ 即開始時 $r' > 0$ ，而由公式(18)可推得 $\theta' < 0$ ，即二交互作用中的颱風其中心會順轉遠離。接下去可能發生的狀況有三：

1 如起始時 $r_0 \geq r_1$ 作用力發生後二中心的遠離將漸漸停止並轉為相互接近，同時 θ' 會由小於0逐漸轉為大於0，而後於r越過臨界值 r_1 後又遠離。相對路徑示意圖如圖3-2所示。

2 如起始時 $r_0 < r_1$ ，相對路徑與圖3-2者類似，但由起始到 $r = r_1$ 前的各種轉變都比較快。

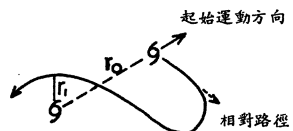


圖 3-2

3 如起始時 $r_0 \gg r_1$, 即相互作用力不強, 如 r' 再比較大, 則二中心有可能在順轉遠離未停止前即脫離彼此的影響而恢復原來各自的運動, 如圖 3-2 中虛線箭頭所示。

(四) $\theta'_0 > 0, r'_0 = 0$

即二颱風中心受到交互作用時是先開始逆鐘向旋轉。此時一開始的 r' 的符號無法由 $r'_0 (= 0)$ 來決定, 而需藉著 r'_0 的符號來決定。

$$\therefore r'_0 = -(A_1 + A_2) \cdot r_0 (f_1 \theta'_0 + (\theta'_0)^2) \cong 0$$

$\therefore r' = 0$

即在 $\theta'_0 > 0$ 而 $r'_0 = 0$ 的起始條件下, 二交互作用之颱風其中心的相對路徑有下列三種:

1 當 $r' > 0$ 時, 如 $r_0 > r_1$, 二中心先是逆轉遠離而後漸變為逆轉接近並於 r 越過臨界值 r_1 後再遠離, 相對路徑如圖 3-3 所示。此時如作用力不夠大則有可能逆轉遠離中分開 (如圖 3-3 中虛線箭頭所示)。如 $r_0 = r_1$, 即開始時作用力最大, 二者相對路徑只有圖 3-3 中 r_1 後面的一段。如 $r_0 < r_1$, 二者相對路徑則如圖 3-4 所示。

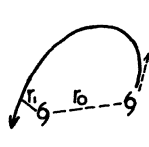


圖 3-3

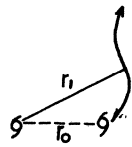


圖 3-4

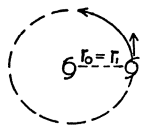


圖 3-5

(五) $\theta'_0 > 0, r'_0 > 0$

此時二颱風是在逆轉且中心正遠離中受到交互作用的影響 (二颱風或其中之一增強加大所致)。其相對路徑因 r_0 與 r_1 以及 θ'_0 的大小而有所不同。先討論 θ'_0 的狀況。由於 $r'_0 > 0$ 一開始之 r' 亦大於 0, 此時 θ' 的正負取決於 θ'_0 與 r' 的大小; 如 θ'_0 夠大 (r'_0 較小), θ' 一開始即可為正值, 反之則先是負值而後轉為正值。其次再討論 r_0 與 r_1 的條件: 如 $r_0 > r_1$ 除非作用力不足, 二中心將由漸遠中轉為漸近並於到達 $r = r_1$ 後再轉為漸漸離開, 配以 θ' 的條件可得兩種相對路徑分別如圖 3-6 及 3-7 所示, 圖 3-7 所示路徑與圖 3-2 所示者類似只是順轉的時間短很多。如 $r_0 \leq r_1$ 則二中心會在反轉或順轉中遠離, 分別如圖 3-6 及 3-7 中虛線箭頭所示。

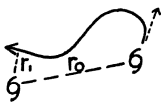


圖 3-6

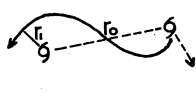


圖 3-7

(六) $\theta'_0 > 0, r'_0 < 0$

相對運動的特性與 (一) 者相同。

(七) $\theta'_0 < 0, r'_0 = 0$

r' 的情況與四者相同, 即有大於, 等於及小於 0 三種狀況。

1 $r' > 0$ 時, 如 $r_0 \leq r_1$, 二中心會順轉 漸遠 (如圖 3-8 中虛線箭頭所示); 如 $r_0 > r_1$ 則先順轉漸遠, 於 r' 變號後變為漸近並逐漸由順轉變為逆轉, 直到 $r = r_1$ 後在逆轉中遠離 (如圖 3-8 所示); 如 $r_0 \gg r_1$ 則有可能於順轉中遠離與 $r_0 \leq r_1$ 之路徑相似只是二中心相離較遠而已。圖 3-8 的路徑為圖 3-2 與圖 3-7 路徑中間的一種。

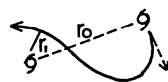


圖 3-8

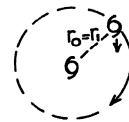


圖 3-9

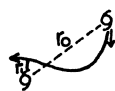


圖 3-10

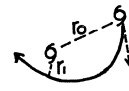


圖 3-11

2 $r' = 0$ 時, 二中心相對順轉, 其距離應為 r_1 , 相對路徑如圖 3-9 所示。

3 $r' < 0$ 時, 如 $|\theta'_0|$ 較大且 $r_0 > r_1$ 則二中心會由順轉漸近迅速變為逆轉漸近, 至 r 到達 r_1 後再遠離, 相對路徑如圖 3-10 所示。此路徑與圖 3-7 及圖 3-8 者類似。

反之, 如果 $|\theta'_0|$ 較小, 則順轉漸近至 r_1 而後遠離, 相對路徑如圖 3-11 所示。如 $r_0 \leq r_1$ 則無論 $|\theta'_0|$ 值的大小, 二中心都是順轉漸遠, 如圖 3-11 中虛線箭頭所示。

(八) $\theta'_0 < 0, r'_0 < 0$

由於 $r'_0 < 0$ 所以 $r' < 0$, 條件與 (七) 之 3 者相同, 即亦有如圖 3-10 及 3-11 所示的三種相對路徑。

(九) $\theta'_0 < 0, r'_0 > 0$

此一條件與 (七) 之一者相同, 即相對路徑如圖 3-8 所代表的三種相對路徑。

由以上分析可見, 即使僅僅只考慮交互作用, 二彼此影響雙颱風, 其相對路徑亦極複雜且多變, 不過, 由於交互作用的發生均應為循序漸增的, 即開始時 r_0 均應大於 r_1 , 也就是說, 以上討論的各種起始條件中 $r_0 \leq r_1$ 的都略而不計, 準此, 上述初始條件可歸納為九類, 其中凡 $r'_0 = 0$ 者, 由於 r' 均有大於; 等於及小於 0 的三種狀況, 即有三種相對運動路徑。其次, 當 $r'_0 > 0, \theta'_0 > 0$ 時 θ' 的值有大於及小於 0 兩種狀況; 當 $\theta'_0 < 0$ 而 r' 亦

小於 0 時, θ' 亦有大於及小於 0 兩種狀況, 兩者共增加四種相對路徑, 即在純粹交互作用下二颱風中心的相對運動共有九類十六種相對路徑, 其中有十種相對路徑的特徵是不相同的, 分別如圖 3-1, 3-2, 3-3, 3-5, 3-6, 3-7, 3-8, 3-9, 3-10 及 3-11 所示。其中圖 3-2, 3-7, 3-8 與 3-10 近似, 差異主要在順轉的一段。前面我們已經提到, 在交互影響下, 雙颱風的相對運動受制於初始條件, 即後續的運動受前面運動的影響, 同時, 兩個颱風本身的強弱結構都隨時在變, 所以可以想像得到, 即使在純粹的交互作用下, 雙颱風的相對運動也是複雜而又多變的。

四、理論與實際路徑的比較及討論

在研究期內雙颱風個案達 142 個, 其中不乏旋轉明顯的實例, 但由於實際的雙颱風運動多少會受到駛流的影响, 同時上述理論分析也是基於一種簡單的設想, 故實際路徑與理論路徑的差異一定很大。此處僅能列舉一些近似的討論之。

圖 4-1 為民國 59 年 9 月上旬颱風 Ellen 相對於颱風 Fran 的運動路徑, 相對旋轉達 240° 以上, 其運動特徵與圖 3-1 類似, 即起始條件為 $\theta'_0 = r'_0 = 0$ 。二颱風中心逆轉漸近至 $r = r_1$ 臨界值後略遠離, 估計在 Ellen 颱風中心消失前, 二颱風中心相距僅約 180 里。



圖 4-1 59年9月 Ellen 與 Fran 颱風

圖 4-2 為民國 61 年 7 月上旬 Rita 與 Faye 颱風的相對運動路徑, 其運動特徵與圖 3-2 者類似, 即起始條件應為 $\theta'_0 = 0$ 及 $r'_0 > 0$, 運動中 θ' 及 r' 均會由小於 0 變為大於 0, 並於 r 到達 r_1 後 r' 再變為大於 0。民國 69 年 5 月中旬的 Dom 與 Ellen 的相對路徑 (圖 4-3) 亦屬同類。

圖 4-4 為民國 53 年 8 月中旬 Kathy 與 Marie

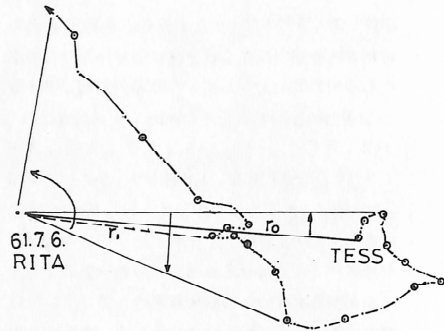


圖 4-2 61年7月 Rita 與 Tess 颱風

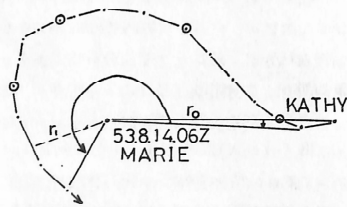


圖 4-4 53年8月 Kathy 與 Marie 颱風

二颱風的相對路徑，圖中 Kathy 相對於 Marie 先順轉並迅即變為逆轉，與圖 3-7，3-8 或 3-10 所示者相同，與圖 4-2 (及圖 3-2) 的差異在於順轉的時間甚短，顯示此種相對運動的初始條件有三種，即(1) $\theta'_0 > 0$ 且較大， $r'_0 > 0$ (圖 3-7)；(2) $\theta'_0 < 0$ 及 $r'_0 = 0$ 中 $r' > 0$ 轉為 $r' < 0$ 的一種 (圖 3-8) 及(3) $\theta'_0 < 0$ (且 $|\theta'_0|$ 較大) 及 $r'_0 = 0$ 中 $r' < 0$ 的一種 (如圖 3-10)。

圖 4-5 為民國 61 年 7 月上旬颱風 Phyllis 與 Rita 的相對路徑，其特徵大致與圖 3-6 所示者類似，其起始條件應為 $\theta'_0 > 0$ 與 $r'_0 > 0$ 且 θ'_0 有較大的值。相對運動中二中心先是在漸漸遠離中逆轉，而後變為漸近中逆轉，於 r 到達 r_1 後又恢復遠離。

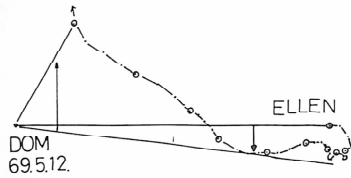


圖 4-3 69年5月 Dom 與 Ellen 颱風

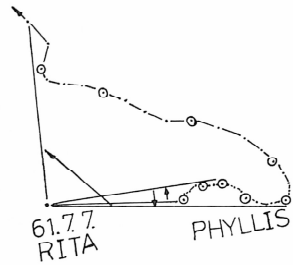


圖 4-5 61年7月 Phyllis 與 Rita 颱風

民國 65 年 7 月下旬的雙颱風 Violet 與 Anita 相對旋轉約 50° ，不算很顯著的個案，但其相對路徑 (見圖 4-6) 與圖 3-3 相似，即相對逆轉漸遠後變為逆轉漸近，並於 r 到達 r_1 後又遠離。如二颱風旋轉時間長一些會更相似。此個案的起始條件應為 $\theta'_0 > 0$ 及 $r'_0 = 0$ ，而 r' 先是大於 0 後來又轉為小於 0，至 $r = r_1$ 後再變為大於 0 的一種。民國 67 年 10 月上旬的 Nina 與 Ora 的相對路徑 (圖 4-7) 如不計最後 24 小時的移動，與圖 3-3 更相似。民國 72 年 12 月初的 Abby 與 Ben 亦屬同類 (圖略)。

圖 4-8 為民國 48 年 10 月中旬雙颱風 Charlotte 與 Dinah 的相對路徑，一颱風中心為漸近，至 $r = r_1$ 後則遠離，圖 3-11 所示，起始條件為 $\theta'_0 > 0$ 及 $r'_0 < 0$ ，由於 $|\theta'_0|$ 較大大致二颱風中心會在順轉中接近。

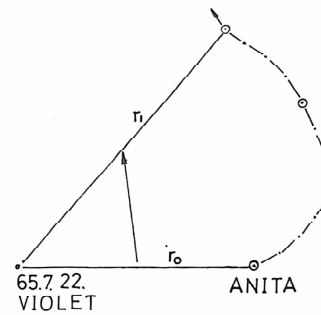


圖 4-6 65年7月 Violet 與 Anita 颱風

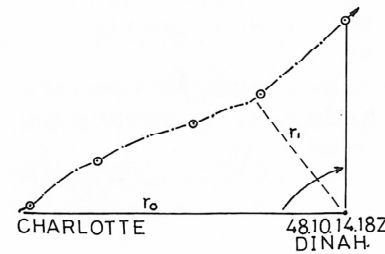


圖 4-8 48年10月 Charlotte 與 Dinah 颱風

由以上分析可見，雙颱風在純粹交互作用下各種理論上的路徑在實際上都會發生，且相似性很高，顯示我們的簡單理論至少在定性上是可用的。但根據實際與理論的對比可知，理論上存在的順轉及逆轉圓形相對路徑 (圖 3-5 及 3-9)，在分析的 25 年資料中尚未出現過，當然這是必然的結果，因為在實際狀況中我們假設的颱風為圓柱對稱，二颱風的駛流場相同，渦旋內力及柯氏力等亦均相同，都是不成立的，故二颱風中心相對作圓形運動勢無可能。

在另一方面來說，資料期間也有些個案的相對路徑不屬於理論類型的任何一種。這些個案中比較明顯的有以下幾種：(一)民國 58 年 9 月下旬的 Flossie 與 Grace 及民國 49 年的 Carmen 與 Bess，此二颱風對的相對路徑都是像其中之一自己順轉了一接

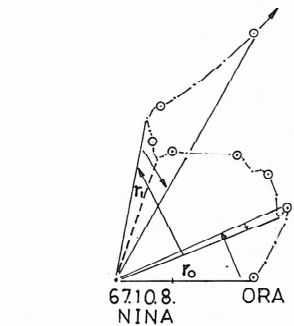


圖 4-7 67年10月 Nina 與 Ora 颱風

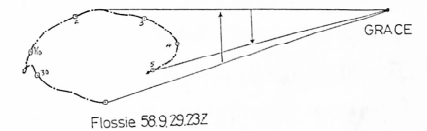


圖 4-9 58年9月 Grace 與 Flossie 颱風



圖 4-10 67年9月 Judy 與 Irma 颱風

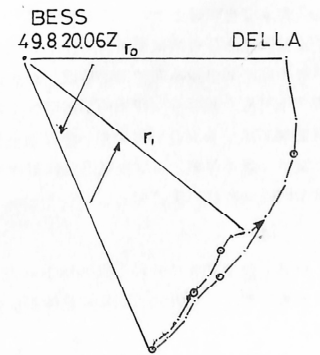


圖 4-11 49年8月 Bess 與 Della 颱風

近一圈，如圖4-9所示。(二)理論上有數種由順轉變成逆轉漸近且穿過 r_0 的相對路徑(如圖3-8)，但無由逆轉變成順轉漸近且穿過 r_0 的相對路徑。實際上後者亦曾發生過。圖4-10為民國67年9月上中旬颱風Irma及Judy的相對路徑圖，該路徑即屬此類。民國49年8月下旬Della與Faye的相對路徑亦同。(三)圖4-11所示為民國49年8月中旬Bess與Della雙颱風的相對路徑，二者先順轉而後又幾乎沿原路折返，亦是很特殊的實例。

綜上所述可見，交互作用在雙颱風相對運動中確扮演重要的角色，我們的簡單理論亦可解釋其特徵，但雙颱風的實際運動受制於駛流及其他內外因素，所以有些理論上的狀況不易發生，另外也有一些實際的狀況為理論所不能包。此一結果是正常的，也顯示此方向的研究有待加強。

五、結 論

由分析純粹交互作用控制下雙颱風中心的運動方程，可知雙颱風相對運動的特徵受制於開始時二者間的距離與相對旋轉角度的變量(r'_0 及 θ'_0)。同時，由於二者間的作用力 F 隨 r 的變化是 r 減小 F 增加，至 r 到達臨界值 r_1 後 F 由最大值下降，故通常 r' 及 θ' 在運動過程中會改變符號，進而形成各種不同的相對路徑。根據我們的理論可得9種起始條件的10種路徑，其中8種完全不相同。對此情形本文中有詳細的分析。

其次本文也在過去25年所發生的個案中，找出了6種與理論分析結果相同的路徑，實例與理論相差者為順轉圓與逆轉圓形兩種路徑。由於在實際狀況中不可能有純粹交互作用的個案發生，故此種差異實屬必然。其次我們也提到一些理論上不能涵蓋的實例。這不但顯示了雙颱風運動的複雜性，亦顯示本問題尚待進一步研究之。

致 謝

欣逢「氣象預報與分析」出刊第100期，作者特致誠摯的賀忱，並對執行編輯任務的張儀寧學弟致謝。

本文撰寫中研究助理李紀恩費了不少心力與工夫特致謝意。本文係行政院國家科學委員會NSC

73-0202-M072-02 專案補助研究計畫成果中的一部分。

參 考 文 獻

- 王崇岳，1982：應用700mb定壓面與同步衛星雲圖預測颱風之運行。第三屆全國大氣科學研討會論文彙編。
- 陳毓雷、鮑學禮，1973：颱風移動路徑及強度之客觀預報。科學發展月刊，6，121-129。
- 蔡清彥，1978：颱風路徑之數值預報。科學發展月刊，6，4，378-387。
- 劉廣英，1975：500-700毫巴厚度與颱風移動之關係。大氣科學，2。
- 劉廣英，1984：西北太平洋及南海地區雙颱風運動特性之分析與探討。空軍氣象中心研究報告第027號。
- 劉廣英、張儀峰、李紀恩，1982：雙颱風運動特性之分析與探討。第三屆全國大氣科學研討會論文彙編。
- Brand, S., 1969: Interaction of binary tropical cyclones of Western North Pacific Ocean. J. of Applied Meteorology, Vol. 9.
- Chang, W.-J., 1983: A numerical study of the interaction between two tropical cyclones. Proceedings of CCNAA-AIT Joint Seminar on Monsoon and Tropical Meteorology, PP.139-145, Taipei, R.O.C.
- Hoover, Eugene W., 1961: Relative motion of Hurricane Pairs. Monthly Weather Review, July, 1961.
- Neumann, Charles, J., and K. Dong, 1982: On the relative motion of binary tropical cyclones. Regional Scientific Conference on Tropical Meteorology. Tsukuba, Japan.
- JTWC, 1971: Annual typhoon reports. J. Joint Typhoon Warning Center, Guam, U. S. A.

A Comparative Study of the Relative Motion of Binary Typhoons

Koung-Ying Liu

Abstract

The equations of relative motion of the typhoon pairs are derived based on geopotential field and under reasonable assumptions. Analytical results of the equation set show that (1) the relative motion depends on the initial conditions of $\frac{d\theta}{dt}$ and $\frac{dr}{dt}$; (2) there are 9 initial conditions with 10 different types of relative motion 8 of them are thoroughly different; (3) only 2 of the 10 different types rotate clockwise; (4) the interacting centers may move away from each other as well as toward each other, but two centers can not overlap; (5) the interacting force approaches its maxima as $r \rightarrow r_1$ which, as well, is the shortest distance between the two centers.

Cases selected from recent (1959-1983) years are analyzed. Then, actual paths are compared with the theoretical ones. The results showed that some theoretical paths could not be found in the actual ones and visavis. The reason for this difference are also discussed.