

WRF 多重解析度四維變分資料同化方法之研究

劉志權¹ 林忠義^{2*} 洪景山³ 江晉孝³ 蔡雅婷³

¹美國國家大氣科學研究中心

²國家災害防救科技中心 ³中央氣象局

(中華民國 107 年 8 月 29 日收稿，中華民國 108 年 02 月 04 日定稿)

摘 要

有別於三維變分法，四維變分資料同化（Four Dimensional Variational Data Assimilation, 4DVAR）方法具有 1.擁有與流場相關的背景誤差統計特性，2.可同化不同時間之觀測資料，以及 3.可利用適當的約束條件來增加分析場動力與熱力的平衡關係。然而四維變分資料同化需要大量計算資源，包括電腦記憶體的使用和計算效率。為此，本研究在 WRF 4DVAR 的架構下，發展在內迴圈使用多重解析度（Multi-Resolution Incremental 4DVAR, MRI-4DVAR）解決方案，以增進同化的運算效能。同時透過同化傳統觀測資料，以評估此一方案的同化效能。

結果顯示，MRI-4DVAR 方法透過改變模式內層迭代網格解析度的條件，可以比傳統 Full resolution incremental 4DVAR (FRI-4DVAR) 節省至少約 13 倍的計算時間。在同化單點溫度測試實驗和同化所有傳統觀測資料的實驗中，可看出 MRI-4DVAR 和 FRI-4DVAR 的結果差異不大。在同化後進行雨量預報的結果中也可看出 MRI-4DVAR 與 FRI-4DVAR 不論是在定性或是定量的比較上皆很相近。午後雷雨個案結果顯示，MRI-4DVAR 法，有機會掌握局部發生的極短時強降雨現象，但對於局部複雜地形上的降雨極值預報仍有待進一步改進。

關鍵字：四維變分資料同化、多重解析度資料同化、定量降雨預報

* 通訊作者：林忠義 tcbslc@gmail.com

一、前言

台灣位於西太平洋颱風多發的地區，平均每年由颱風造成的災害損失約超過新台幣 100 億元，近十多年來，多場颱風更造成農林漁牧業的重大損失，以及人民生命財產的危害，尤其是 2009 年的莫拉克颱風，更於台灣中南部、東部多處地區降下刷新歷史紀錄的雨量，嘉義與高屏山區累積逾 2500 毫米，其中阿里山達 2800 毫米、屏東尾寮山達 2600 毫米，於南部山區地區亦持續降下時雨量超過 50 毫米的瞬間強降雨，引發南台灣嚴重水患與嚴重土石流災害，造成令人遺憾之土石流掩埋小林村事件。除了颱風以外，梅雨所伴隨的中尺度對流系統具有短延時、強降水和快速演變的特性，加上台灣特有的複雜地形，往往使得可預報度受到很大的限制。在數值天氣預報中，改善模式動力架構、物理參數法以及提升模式解析度外，如何透過資料同化得到一個最佳的初始分析場，是改善短期定量降水預報效能最重要的解決方案。

資料同化方法透過實際的大氣觀測資料，將之與數值模式結合以修正模式的初始場。傳統三維變分資料同化法(Three-Dimensional Variational Data Assimilation, 3DVAR)為利用歷史的模

式預報場，建構具有氣候特性的背景場誤差協方差矩陣。其優點為不需使用太多的計算資源，但缺點為其背景誤差協方差矩陣不具有隨流場變化特性，且在時間尺度上，將欲同化時間附近的觀測資料，皆視為單一同化時間，無法將隨時間變化的觀測資料特性同化至模式中。四維變分資料同化(Four-Dimensional Variational Data Assimilation, 4DVAR)最早由 Lewis and Derber(1985)與 LeDimet and Talagrand(1986)提出，首先將 4DVAR 系統成功應用於日常作業預報的氣象單位為歐洲中期天氣預報中心(European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF, Courtier et al. 1994; Rabier et al. 2000)。在 ECMWF 之後，全世界各個氣象單位皆致力於在其預報模式中發展 4DVAR 系統，包含法國氣象局(Météo-France, Gauthier and Thépaut 2001)，英國氣象局(Met Office, Lorenc and Rawlins 2005; Rawlins et al. 2007)，日本氣象廳(Japan Meteorological Agency, Honda et al. 2005; Kawabata et al. 2007)，加拿大環境部(Environment Canada, Gauthier et al. 2007)以及瑞典氣象與水文研究所(Swedish Meteorological and Hydrological institute, Huang et al. 2002; Gustafsson et al. 2012)。四維變分資料同化的優點為：1. 擁有與流場相關的背景

誤差統計特性，2.可同化不同時間之觀測資料，以及3.可利用適當的約束條件來增加分析場動力與熱力的平衡關係。然而四維變分資料同化方法需要大量計算資源，包括電腦記憶體和計算效率，若要達到作業化的目標，其運算效能需要進一步的提升。

WRF 資料同化系統 (WRFDA) 包含 3DVAR 和 4DVAR 資料同化方法，前者被廣泛應用在中尺度研究與數值天氣預報作業，4DVAR 則因需昂貴的計算資源，因此少有人應用 4DVAR 進行相關研究。WRF 3DVAR 及 WRF 4DVAR 皆使用增量 (incremental) 形式進行變分資料同化 (Courtier et al. 1994; Lorenc 2003)，並使用內層迴圈 (inner loop) 進行極小化的計算過程，外迴圈 (outer loop) 疊代使用非線性 WRF 模式來更新基本軌跡狀態，用以描述同化過程中的非線性效應。在 4DVAR 中，內迴圈和外迴圈均使用相同的模式解析度，稱為 Full Resolution Incremental 4DVAR (簡稱 FRI-4DVAR)。歐洲中期天氣預報中心 ECMWF 則發展在內迴圈使用較低的模式解析度，外迴圈則使用較高的模式解析度，這稱為 Multi-Resolution Incremental 4DVAR (簡稱 MRI-4DVAR，多重解析度法，Veersé and Thépaut 1998)。目前世界各國僅有 ECMWF 的作業化系統中，將 MRI 技

術實際運用至該中心的四維資料同化系統，除了內層迴圈使用較低模式解析度來求得代價函數的最小值之外，其內層迴圈的模式也可使用較簡化的模式，以進一步提升計算效能，達到將 4DVAR 作業化的目的。

FRI-4DVAR 的優點為內外層迴圈皆使用同一模式解析度，其地形完全一致 (這在對流尺度的應用尤為關鍵)，沒有高低解析度之間網格差分的誤差，而缺點則為需要非常大的記憶體資源進行儲存與交換，計算時間較長且不能滿足實際作業化的需求。而 MRI-4DVAR 主要是透過較低網格解析度來執行內層迴圈以進行代價函數的極小化過程，再內插至較高解析度的外層迴圈進行模式的積分，此法將不會影響增量 (innovation) 的計算以及非線性結果之更新，優點為可以大幅減少計算資源的需求。但因內層迴圈使用較低解析度進行最小化計算，這是一個誤差的可能來源。

本研究主要是在 WRF 4DVAR 的架構下發展 MRI 的技術，並應用在對流尺度的資料同化，期以在可控制的誤差下，發揮 4DVAR 的最大優點。第二章是 WRF MRI-4DVAR 的介紹，第三章是實驗設計，結果分析在第四章，最後是結論和建議。

二、多重解析度四維資料同化方

法

(一) 四維資料同化方法簡介

WRFDA 的代價函數是以增量的形式來表示 (Courtier et al. 1994; Veersé and Thépaut 1998; Lorenc 2003), 藉由最小化代價函數來得到分析場。就 4DVAR 而言其原始代價函數如(1)式,

$$J(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{2}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^b) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [H_i(M_i(\mathbf{x}_0)) - \mathbf{y}_i]^T \mathbf{R}_i^{-1} [H_i(M_i(\mathbf{x}_0)) - \mathbf{y}_i] \quad (1)$$

其中 \mathbf{x}_0 和 \mathbf{x}_0^b 為模式變數之初始場和背景場, \mathbf{y}_i 是第 i 時間的觀測場, H 是觀測算符轉換函數, M 為非線性預報模式, \mathbf{B}^{-1} 和 \mathbf{R}^{-1} 則分別代表背景場和觀測的誤差協方差矩陣。利用增量的形式, 令 $\delta \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}^g$, $\delta \mathbf{x}_0^g = \mathbf{x}_0^b - \mathbf{x}^g$, (1)式可改寫如下

$$J(\delta \mathbf{x}_0) = \frac{1}{2}(\delta \mathbf{x}_0 - \delta \mathbf{x}_0^g)^T \mathbf{B}^{-1}(\delta \mathbf{x}_0 - \delta \mathbf{x}_0^g) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \delta \mathbf{x}_0 - \mathbf{d}_i)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \delta \mathbf{x}_0 - \mathbf{d}_i)$$

where $\mathbf{d}_i = \mathbf{y}_i - H_i[M_i(\mathbf{x}^g)]$. (2)

其中 \mathbf{x}^g 為初始猜測場, \mathbf{H} 和 \mathbf{M} 為 H 與 M 的切線性化算符 (tangent linear operator), \mathbf{d} 為非線性的觀測增量 (innovation)。

背景場誤差協方差矩陣 (\mathbf{B}) 為正定、對稱矩陣, 可表示為 $\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T$, 再

透過控制變數的轉換令 $\delta \mathbf{x}_0 = \mathbf{U}\mathbf{v}$, 如此可避免在計算代價函數時需要計算 \mathbf{B} 的反矩陣可能遇到的困難。其中控制變數轉換是透過三個步驟來進行: $\mathbf{U} = \mathbf{U}_p \mathbf{U}_v \mathbf{U}_h$, 其中 \mathbf{U}_h 、 \mathbf{U}_v 和 \mathbf{U}_p 分別代表水平、垂直和物理過程的轉換。 \mathbf{U}_h 使用 recursive filter (Hayden and Purser 1995), \mathbf{U}_v 將背景場誤差協方差矩陣的垂直分量利用 EOF (empirical orthogonal function) 做分解, 而 \mathbf{U}_p 為將增量場從控制變數空間轉換至模式分析變數空間。經過此轉換, (2) 式可寫成

$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}(\mathbf{v} - \mathbf{v}^g)^T (\mathbf{v} - \mathbf{v}^g) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \mathbf{U}_v \mathbf{v} - \mathbf{d}_i)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \mathbf{U}_v \mathbf{v} - \mathbf{d}_i) \quad (3)$$

對 (3) 式之代價函數取最小化, 可得代價函數對控制變數的梯度為:

$$\nabla_v J(\mathbf{v}) = (\mathbf{v} - \mathbf{v}^g) + \sum_{i=1}^N \mathbf{U}^T \mathbf{M}_i^T \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{H}_i \mathbf{M}_i \mathbf{U}_v \mathbf{v} - \mathbf{d}_i) = 0 \quad (4)$$

求出控制變數 \mathbf{v} 的增量後, 再將其轉回模式變數的增量 \mathbf{x} , 最後可得到經資料同化修正後之模式分析場, 如下所示:

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^g + \delta \mathbf{x}^a = \mathbf{x}^g + \mathbf{U}\mathbf{v}^a \quad (5)$$

過去 WRFDA 所使用之控制變數為 ψ 、 χ_u 、 Ps_u 、 T_u 、 RH_s (簡稱 CV5, 分別為流函數、速度位、地面壓力、溫

度和假相對濕度，下標 u 為以流函數為基礎所計算出的剩餘量)，其優點為可透由流函數和速度位建立變數間的相關性，但其缺點為在求解 ψ 、 χ_u 的過程會有平滑的效果，同時在流函數、速度位和速度場 (u, v) 轉換之間必須處理邊界條件的問題，此較不利高解析度資料同化之用。Sun et al. (2014) 提出一組新的控制變數 u, v, Ps, T, RHs (簡稱 CV7)，直接使用 (u, v) 風場取代流函數和速度位，此可避免變數轉換的問題，雖然 CV7 為單變數分析，但可以透過快速同化循環 (rapid update cycle)，使模式在不斷同化觀測資料中達到平衡，而且直接使用 u, v 作為背景場誤差協方差矩陣之控制變數，於對流尺度下可以解析較小尺度的觀測擾動，也可避免使用 ψ 、 χ_u 時，因為放大長波效應，使得同化局地觀測資料後，在遠處產生反相位的分析增量。由於本研究主要內容為討論 MRI 法在對流尺度下的應用，因此以下所有實驗皆使用 CV7 做為背景誤差協方差矩陣的控制變數。

若在模式積分計算外迴圈與內迴圈皆使用同樣模式網格解析度的情況，稱為 Full Resolution Incremental 4DVAR，

簡稱 FRI-4DVAR，此方法缺點為需要非常大的記憶體資源進行儲存與交換，計算時間較長且不能滿足實際作業化的需求。而若在計算外迴圈觀測增量的時候使用較高模式解析度，而在內迴圈計算代價函數最小化迭代的過程使用較低模式解析度時，這種方法即稱為多重解析度四維資料同化方法 (Multi-Resolution Incremental 4DVAR，簡稱 MRI-4DVAR)。MRI-4DVAR 相較於 FRI-4DVAR 的好處在於，即便在犧牲一部份精準度的條件下，可以大幅縮短計算時間，而有利 4DVAR 的相關研究與作業應用。

圖 1 為 4DVAR 的運算流程示意圖，假設原本外迴圈模式網格解析度為 2km，若在內層迴圈計算代價函數最小化的過程也是一樣使用 2km 解析度，即為 FRI-4DVAR 法，而若內層迴圈使用較低網格解析度，例如 18km 或是 6km，則為 MRI-4DVAR 法。由圖 1 中可看出在內外迴圈之間，模式變數和控制變數若是使用不同網格解析度，必須經過內外插的步驟才能完成整個計算流程，這也是 MRI-4DVAR 最大的誤差來源以及可能會遭遇到的問題，下節將說明本研究解決此問題的方法。

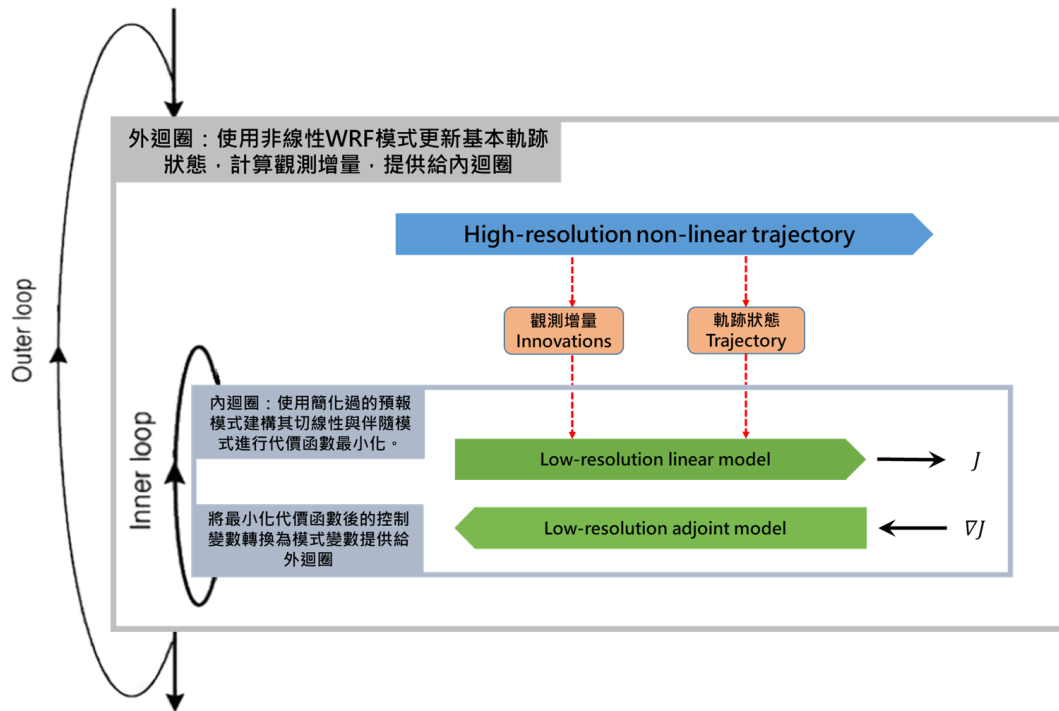


圖 1：四維資料同化方法流程示意圖。

(二) MRI-4DVAR 方法說明

在 MRI-4DVAR 中因為控制變數和模式變數皆為相同的解析度，因為透過 (3) (4) (5) 式即可求得同化後的分析場，不需要做不同解析度之間內外插的動作。而如上節所述，利用內層迴圈使用較低解析度的方式來加速四維資料同化法疊代收斂時間的 MRI 法，則必需將計算代價函數所使用之較低解析度的「控制變數」，與外層迴圈所使用之較高解析度的「模式變數」做內外插的轉換。其做法說明如下。首先引入一個運算子 S ，將分析增量 δx_a 從低解析度 (low) 內插到高解析度 ($high$)，如 (6) 式所示，而控制變數 v 也需要透過 (7) 式，從低解析度內差至高解析

度，以讓下一次的內層迴圈計算所使用。

$$x_{high}^a = x_{high}^g + S U_{low} v_{low}^a \quad (6)$$

$$v_{high}^a = S v_{low}^a \quad (7)$$

MRI-4DVAR 透過內外層迴圈使用不同解析度，可以降低計算時間，在不同次迴圈的迭代時，也可以改變其內層迴圈解析度，例如，模式原始解析度為 2 公里，第一次迴圈在迭代時可能使用 18 公里解析度，而在第二次迴圈迭代時，可以使用 6 公里解析度，在此步驟除了要將同化後的分析場從低解析度內插至高解析度外，也必須將控制變數場從 18 公里內插到 6 公里供下次迴圈使用。在 (6) 式中，主要是針對模式變數進行內差，這只要一個運

算符就能處理。但 (7) 式中之控制變數 v 是在經驗正交函數空間的變數 (empirical orthogonal function, EOF), 若對控制變數直接進行內插, 再將內插後的控制變數合成模式變數時會產生錯誤的結果。因此, 本研究提出利用 U 的反矩陣概念, 來解決將控制變數 v 從低解析度轉換到高解析度的問題, 如(一)小節所述 U 矩陣為 $U = U_p U_v U_h$, U_h 、 U_v 和 U_p 分別代表水平、垂直和物理過程的轉換, U 的反矩陣即為對上述三個轉換過程分別取反矩陣, 可寫為 $U^{-1} = U_h^{-1} U_v^{-1} U_p^{-1}$, 之後將 (7) 改寫成 (8) 式, 即可得到高解析度的控制變數 v 。

$$v_{high}^a = U_{high}^{-1} S U_{low} v_{low}^a \quad (8)$$

首先利用 (6) 式的概念, 將控制變數 v 轉換回到模式變數後, 在模式變數空間上進行不同解析度的內插, 再如 (8) 式所示, 透過 U^{-1} 的方式, 得到下一個迴圈解析度的控制變數 v , 此方法可以避免上述在控制變數空間上

直接做內插可能會產生的問題。

三、 模式設定與實驗設計

本研究使用 WRF 3.8 版與 WRFDA 3.8 版進行 MRI-4DVAR 的測試。模式網格解析度為 2 公里, 水平點數為 451x451, 其範圍如圖 2 所示, 垂直分層為 52 層。初始猜測場為美國國家環境預報中心全球模式 0.5°x0.5°分析場, 實驗中同化地面觀測、飛機觀測、機場觀測、船舶觀測、浮標觀測、探空觀測和 GPS 掩星觀測等資料。

本文選取 2012 年 6 月的一場梅雨事件為主要研究分析個案, 初始場時間為 2012 年 6 月 10 日 00 UTC, 四維資料同化的時間窗區為 20 分鐘, 每隔 10 分鐘各提供一筆觀測資料, 分別在 00 分、10 分及 20 分時進行同化。進行 MRI-4DVAR 測試時, 分別採用內層解析度為 18 公里及 6 公里進行測試, 比較 FRI-4DVAR 和 MRI-4DVAR 同化後對分析場的影響, 以及後續對模式預報的影響。

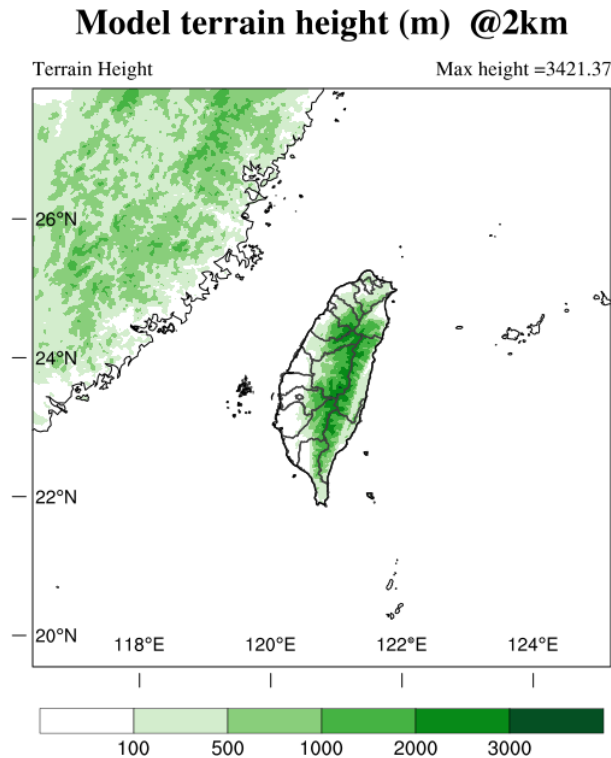


圖 2：模式積分範圍，顏色是模式的地形高度。

四、 分析結果

(一) 3DVAR 測試

若將代價函數 (1) 中的 M 非線性預報模式從方程式中移除，則 (1) 式就等同於 3DVAR 的代價函數，3DVAR 同樣也可以透過 MRI 技術來進行運算，本研究為了快速測試 MRI 方法的穩定度和表現，首先利用 MRI-3DVAR 來進行模擬，同時也因為沒有預報模式 M 的關係，可以更清楚瞭解 MRI 方法的精確度。

圖 3 為經過 3DVAR 同化後模式第 16 層溫度場的分析增量比較，圖 3(a) 為 FRI-3DVAR 的結果，圖 3 (b) 為利用 MRI-3DVAR 法進行兩次 6 公里解析

度迴圈的結果 (本文後續簡稱為 6km/6km)，圖 3 (c) 為兩次內層迴圈分別使用不同迭代解析度 18 公里及 6 公里的結果 (簡稱為 18km/6km)，圖 3 (d) 則為利用 MRI-3DVAR 法進行兩次 18 公里較粗解析度迴圈的結果 (簡稱為 18km/18km)。由圖中可看出，圖 3(b)和(c)的分析增量分佈與圖 3(a) 較為接近，而圖 3 (d) 的結果與其他三組實驗差異較大，表示若 MRI-3DVAR 兩次內層迴圈迭代解析度皆使用較粗解析度的 18 公里，同化後的分析場會與 FRI-MRI 相差較多，而使用兩次內層 6 公里迴圈，或是一次使用 18 公里第二次使用 6 公里的 MRI-

3DVAR 實驗，則會比較接近 FRI-3DVAR 的分析結果。

圖 4 為 MRI-3DVAR 和 FRI-3DVAR 差值分佈圖。由圖中也可看出 18km/18km 的實驗與另外兩組實驗結果差距較大，三組 MRI 實驗與 FRI 實驗的分析場的差值極值分別為 0.10846、0.14087 以及 0.18176，說明了 MRI-3DVAR 6km/6km 的實驗與 FRI-3DVAR 最為接近，而 MRI-3DVAR 18km/18km 的實驗則與真值的 FRI-3DVAR 相差最多。另外，從圖 4 (a)(b) 中差值的極值位置也可看出，利用 MRI-3DVAR 和 FRI-3DVAR 相差最大的地方恰好就在台灣中部山區的地形附近，顯示 MRI-

3DVAR 因為犧牲解析度而帶來計算時間上的加速，會在複雜的地形上面產生較大的分析誤差，產生這樣的結果的原因可能為 MRI-4DVAR 在內外層迴圈必須做不同模式解析度的內外插，因此在地形梯度大的中部山區易因為解析度的變化而產生分析場的誤差。

透過上述 3DVAR 的實驗結果可得知，MRI-3DVAR 可得到與 FRI-3DVAR 相近的分析場分佈，除了 18km/18km 兩次內層皆使用較粗解析度的實驗結果以外，因此本研究後續會使用 6km/6km 以及 18km/6km 的設計來繼續探討 MRI-4DVAR 於計較效能的比較以及同化後的影響。

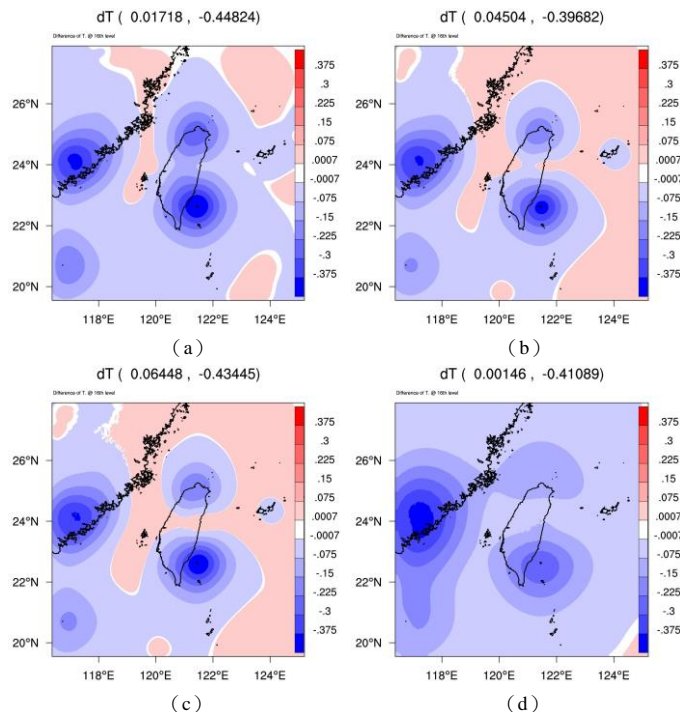


圖 3：(a) 為 FRI-3DVAR 法模式第 16 層溫度場的分析增量，(b)、(c)、(d) 分別為 6km/6km、18km/6km、18km/18km MRI-3DVAR 法的結果。圖上方的數字為該層數值之最大與最小值。

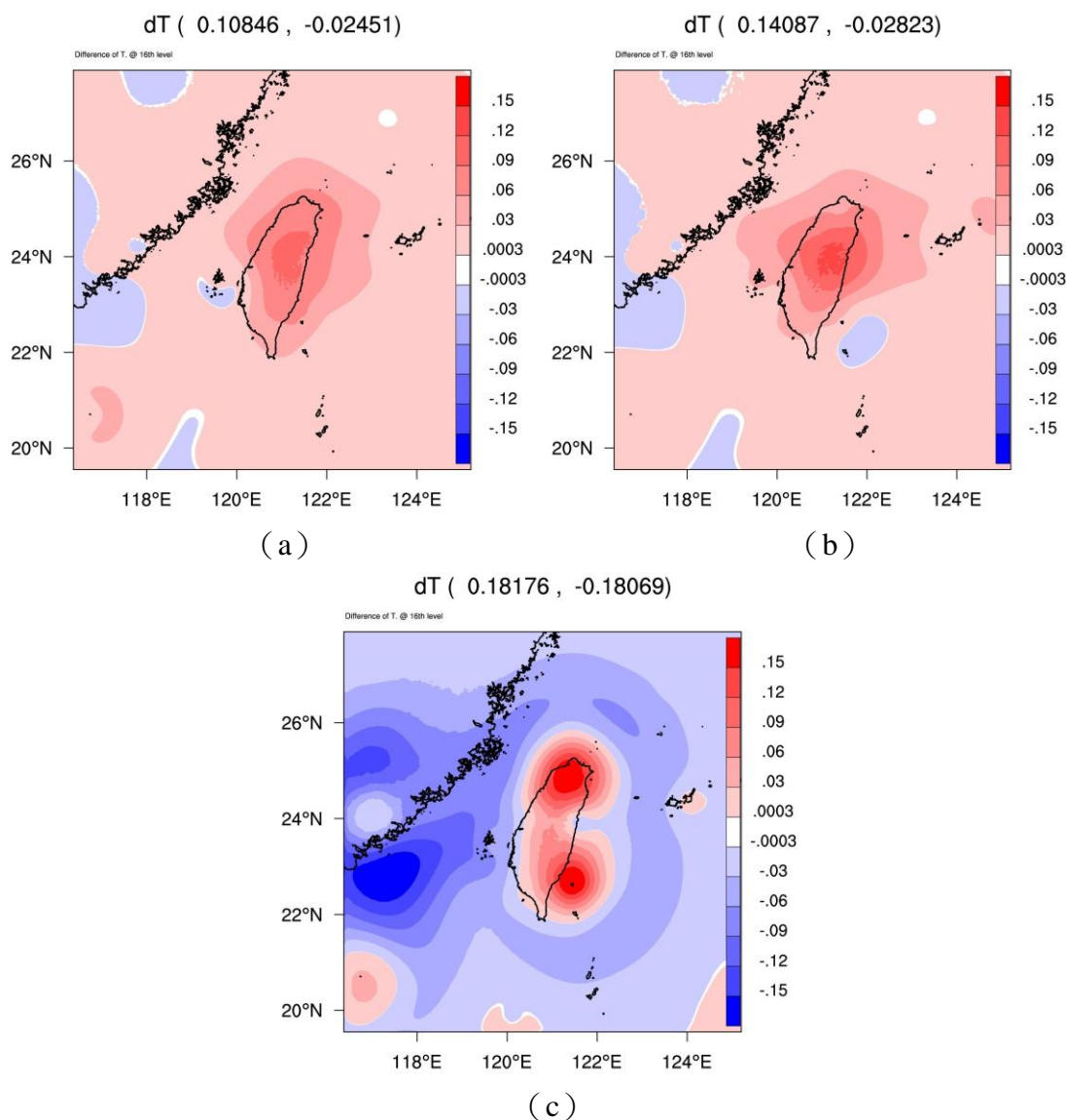


圖 4：(a) (b) (c) 分別為 6km/6km、18km/6km 以及 18km/18km MRI-3DVAR 和 FRI-3DVAR 第 16 層溫度場分析場的差值分佈圖。

(二) MRI-4DVAR 執行效能

本研究利用中央氣象局 Fujitsu FX-100 超級電腦進行測試，使用計算資源為 128 cores，首先進行相同解析度下的兩種方法比較，分別使用 FRI 和 MRI-4DVAR 進行內外層迴圈皆為 2 公里的同化網格點計算（簡稱為 2km/2km），使用兩次外迴圈進行迭代，每次內迴圈迭代次數上限為 50 次，計算結果如

表 1 所示。在本研究實驗設計下，結果顯示若內外層皆使用最高解析度的條件下，4DVAR 需要花費 7 個多小時的電腦運算時間，而 MRI-4DVAR 的計算時間較 FRI-4DVAR 多了 5 分鐘，這主要是雖然內、外迴圈均為 2 公里，但是 MRI-4DVAR 仍必須進行內外插的步驟，這反應出 MRI 在內外差計算上的額外付出。

接著利用 MRI-4DVAR 進行降解析度計算，若兩次內層迴圈皆使用 6 公里解析度進行迭代，則所需要的計算時間大幅減少為 33 分鐘，若進一步使用 18 公里和 6 公里解析度的兩次內層迴圈，計算時間更可以縮短至 15 分鐘，結果同樣如表 1 所示。顯示透過 MRI-4DVAR 在迭代求解代價函數時，將內

層迴圈解析度放大後，可以達到節省計算時間的效果，有機會讓四維資料同化滿足短時定量降雨預報作業化的需求。由表 1 的結果可得知 MRI-4DVAR 在同化計算效能上有明顯的改進，接著將探討 MRI-4DVAR 和 FRI-4DVAR 同化後分析場的差異，以及對模式預報的影響。

表 1 FRI 和 MRI-4DVAR 於內外迴圈不同網格解析度條件下計算時間的比較

	FRI-4DVar	MRI-4DVar	MRI-4DVar	MRI-4DVar
內層迴圈	2km/2km	2km/2km	6km/6km	18km/6km
計算時間	07:07:34	07:12:57	00:33:15	00:15:00

本研究目前僅針對兩次內層迴圈進行初步的探討，將來可再進一步研究增加內層迴圈次數對分析結果的影響，例如：三次內層迴圈解析度的設置可為 18km/18km/6km、18km/6km/6km 或是 6km/6km/6km 等等，而不同內層迴圈解析度不需按照一定比例更改，可使用 4km 或是 3km 解析度進行測試，後續可利用不同內層迴圈解析度的設定，對於同化時間以及同化結果的差異進行系統化的評估。

(三) 單觀測點實驗

本研究選取 2012 年 6 月 10 日 00

時 (UTC) 之個案，就 FRI-4DVAR 和 MRI-4DVAR 進行同化單點溫度實驗。同化窗區為 0~20 分鐘，在窗區時間的末端於 500 百帕高度放置一個 1°C 的溫度增量。其同化後的水平分析增量如圖 5、6 所示。圖中由上至下分別為 FRI-4DVAR (2km/2km)，以及使用 MRI-4DVAR 的兩種不同內層解析度設定 (6km/6km 及 18km/6km) 的結果，由左至右分別為 u、v 風場，溫度場 T 以及水汽場 Qv 經過四維資料同化後的分析增量。由圖 5 中首先可以看出，雖然僅同化單點溫度觀測，但經過四維資料同化對於其他變數場，例如風場和

水汽場仍然會有影響。而在 FRI 和 MRI-4DVAR 的結果比較方面，從 2km/2km 和 6km/6km 以及 18km/6km 的水平風場分析增量顯示，2km/2km 和 6km/6km 在 u、v 風場的分佈較為接近，而 18km/6km 的實驗則有較大的差異，其原因可能是其內層模式解析度較粗，導致模式無法完整解析地形所造成的誤差。在垂直分佈的圖 6 中，則是 2km/2km 和 6km/6km 在 u 風場的分佈較接近，而 v 風場的分佈三個實驗有些許的差異，在量值部份僅有 0.01~0.02 m/s 的分析增量誤差，由於本實驗為同化單點溫度，主要會影響分析場的溫度，而其他變數場則是透過

4DVAR 模式本身的多變數相關性做調整，因此同化單點溫度對風場的影響較小。在水汽場的部份，整體來看 2km/2km 和 6km/6km 的結果比較接近，不論是在水平分佈或是垂直分佈的部份皆是如此。

就單點同化的溫度場而言，此三種實驗的分析增量分佈皆相似，計算其同化後分析增量的極值，6km/6km 和 2km/2km 的差異約為 2.23%，而 18km/6km 和 2km/2km 的差異約為 3.3%，從定量的分析也可以看出 MRI-4DVAR 若是解析度用比較粗的內層模式網格，其誤差也會略為增加。

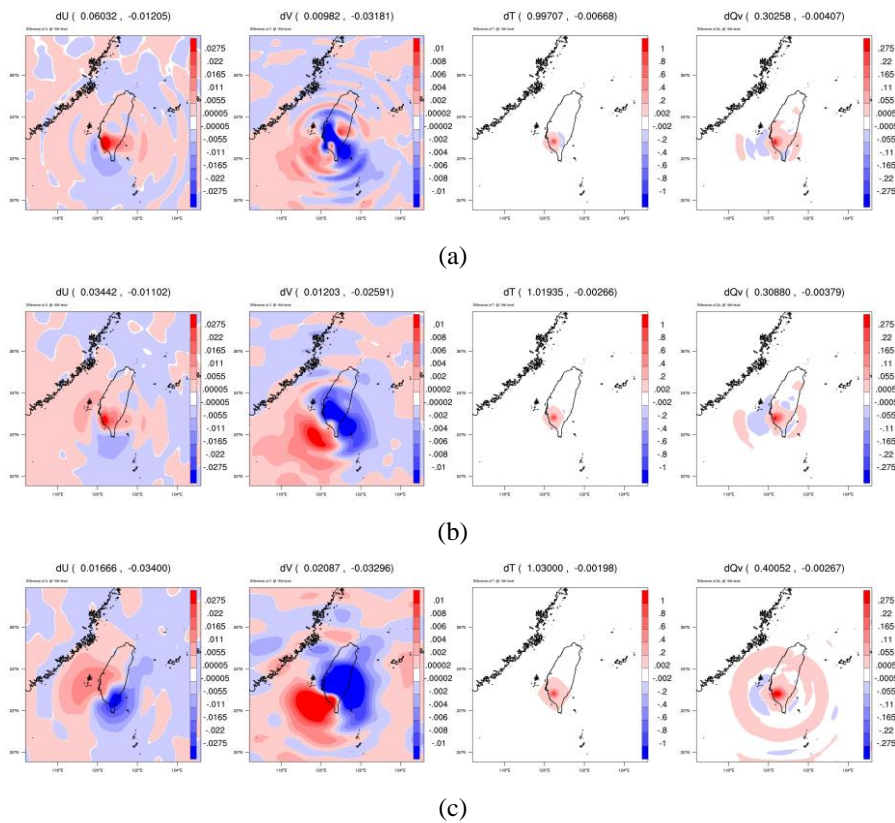


圖 5：同化單點溫度水平分析增量圖，由上至下分別為(a) 2km/2km、(b) 6km/6km

以及(c) 18km/6km 三組實驗，由左至右分別為 u、v 風場，溫度場 T 以及水汽場 Qv。

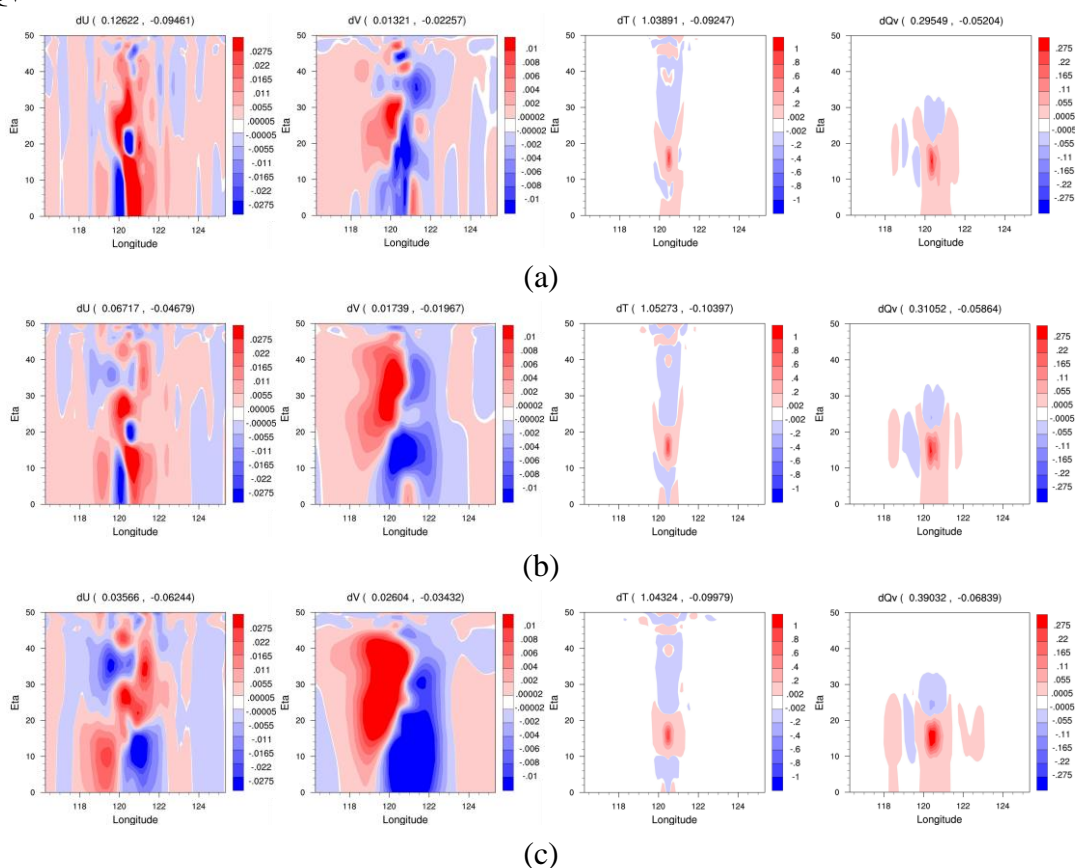


圖 6：同化單點溫度垂直分析增量圖，由上至下分別為(a) 2km/2km、(b) 6km/6km 以及(c) 18km/6km 三組實驗，由左至右分別為 u、v 風場，溫度場 T 以及水汽場 Qv。

(四) 同化所有觀測資料校驗

針對同一個個案，本研究同化所有傳統觀測資料，比較使用 FRI-4DVAR 和 MRI-4DVAR 兩種不同實驗設定其分析增量的差異，其水平分析增量結果如圖 7 所示，垂直剖面分析增量如圖 8 所示。由圖中可看出同化所有觀測資料的結果，在分析增量的分佈上三個實驗的結果皆很相似，唯有在量值上有差異，MRI-4DVAR

6km/6km 與 FRI-4DVAR 較接近，而 MRI-4DVAR 18km/6km 的結果和 FRI-4DVAR 的差異仍是最大，但整體而言各實驗間的差異皆不顯著。由以上同化實驗的結果顯示，MRI-4DVAR 方法可以在不失去過多分析場精確度的條件下，大幅縮減四維資料同化方法所需的計算時間，使得四維資料同化法在同化傳統觀測資料時，有機會讓計算時間滿足實際作業單位的需求。

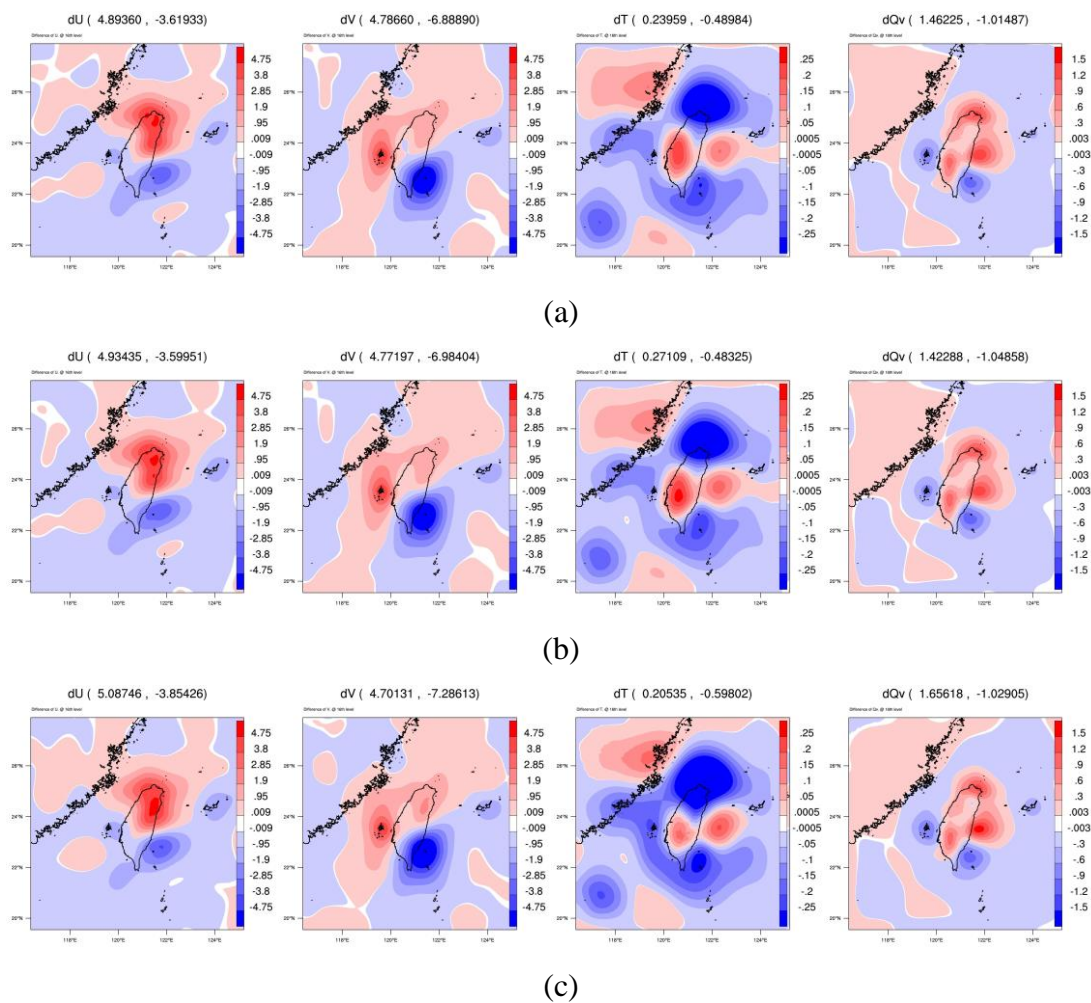


圖 7：同化所有傳統觀測資料水平分析增量圖，由上至下分別為(a) 2km/2km、(b) 6km/6km 以及(c) 18km/6km 三組實驗，由左至右分別為 u、v 風場，溫度場 T 以及水汽場 Qv。

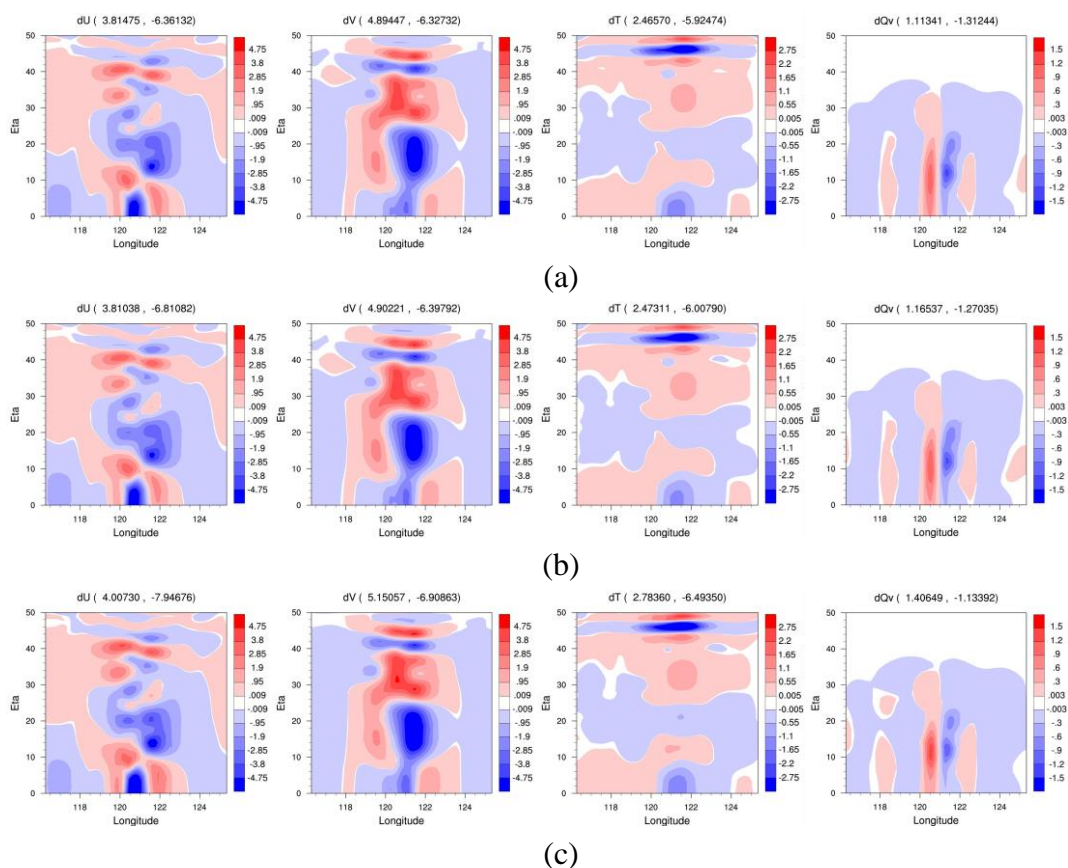


圖 8：同化所有傳統觀測資料垂直分析增量圖，由上至下分別為(a) 2km/2km、(b) 6km/6km 以及(c) 18km/6km 三組實驗，由左至右分別為 u、v 風場，溫度場 T 以及水汽場 Qv。

(五) 梅雨個案降雨預報實驗

本節針對 2012 年 6 月 10 日 00 UTC 個案，同化所有傳統觀測資料後，比較 FRI-4DVAR 和 MRI-4DVAR 對降雨預報表現的差異。如圖 9 所示，上列為三小時累積雨量，下列為六小時累積雨量，最左欄為實際觀測降雨，第二欄為 FRI-4DVAR 的累積雨量，第三欄和第四欄分別為 MRI-4DVAR 6km/6km 以及 18km/6km 的累積雨量結果。從累積雨量分佈圖中可看出，使用 FRI-4DVAR 和兩種 MRI-4DVAR，雖然跟實際觀測

降雨還有一點差異，但是單純比較三種 4DVAR 方法的結果，不論是在降雨分佈和極值上，都非常接近。

計算此三種實驗的預兆得分 (TS 值)，其三小時累積雨量和六小時累積雨量的 TS 值分別如圖 10 及圖 11 所示，在圖 10 中三小時累積雨量之預兆得分表現三種實驗皆很接近，而 2km/2km 在門檻值 30mm 以上的略優於其他兩個實驗；由圖 11 中六小時累積雨量的預兆得分結果，可看出以 2km/2km 的表現較佳，6km/6km 的結果

次之，解析度最粗的 18km/6km 表現較差。由圖 9 中可看出在高雄市區的降雨 2km/2km 的預報雨量較接近觀測雨量，以及在南投縣以及嘉義縣山區的部份 2km/2km 的預報結果也略優於兩組 MRI-4DVAR 的實驗，因此使得 FRI-4DVAR 的降雨預兆得分比 MRI-4DVAR 的得分高。但整體而言，透過定量的預兆得分結果分析，顯示此三組實驗的差異沒有很大，表示透過 MRI-4DVAR 的改進，在沒有犧牲過多

預報準確度的情況下，可以大幅縮減 4DVAR 的計算時間。

另外由圖 9 降雨分佈圖中也可看出，若跟實際觀測雨量相比，不論哪一種 4DVAR 方法，在宜蘭以及台東地區皆有過度預報的現象，由於本研究主要測試 MRI-4DVAR 的效能以及和 FRI-4DVAR 的差異比較，在其他同化以及預報參數或是策略的調校部份尚未做探討，這是 4DVAR 方法在後續可以進一步做調整和改進的地方。

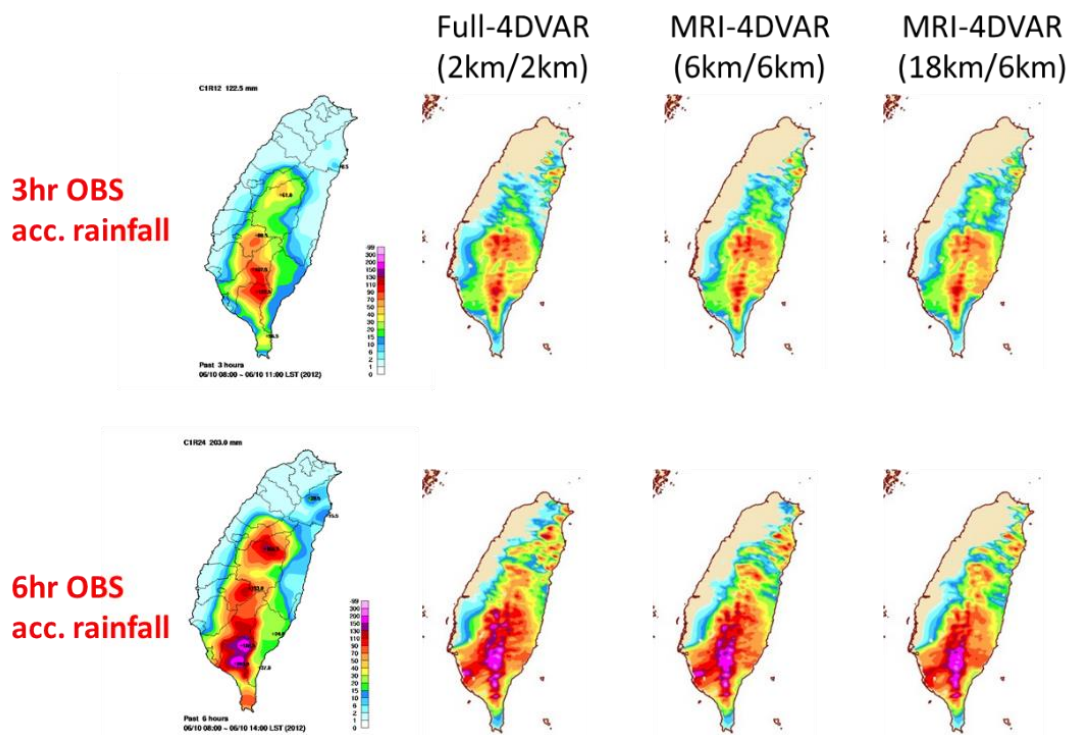


圖 9：三種四維資料同化方法之定量降雨預報結果比較圖，上列為三小時累積雨量，下列為六小時累積雨量，最左欄為實際觀測降雨，第二欄為 FRI-4DVAR 的累積雨量，第三欄和第四欄分別為 MRI-4DVAR 6km/6km 以及 18km/6km 的結果。

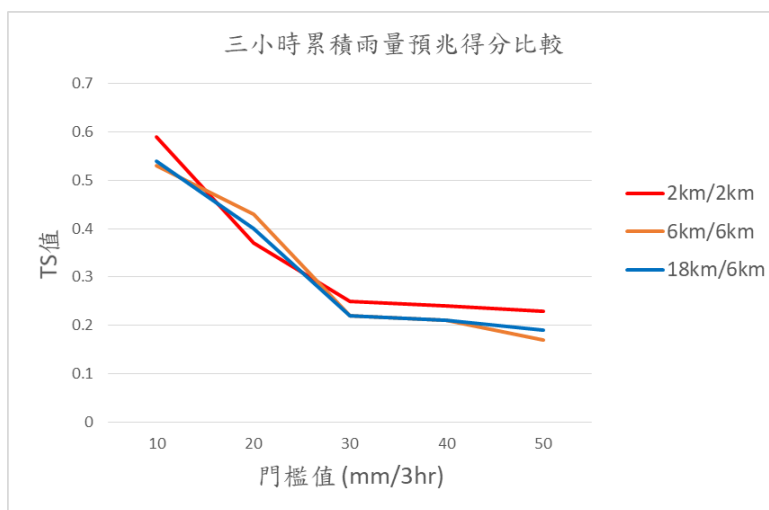


圖 10：三小時累積雨量 FRI 及 MRI 實驗預兆得分表現結果

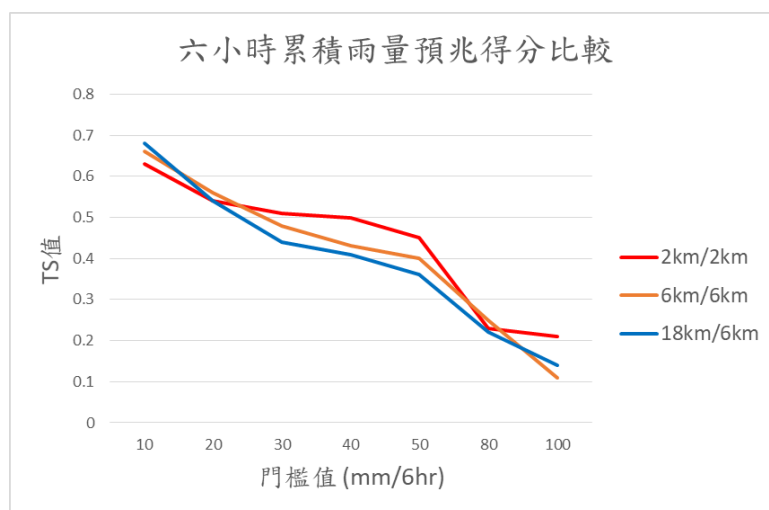


圖 11：六小時累積雨量 FRI 及 MRI 實驗預兆得分表現結果

(六) 午後對流個案降雨預報實驗

本研究另外也選擇了一場 2015 年 6 月 14 日午後雷陣雨事件做為降雨預報研究個案，同樣比較三種四維資料同化方法對此個案的預報結果。初始場時間為 2015 年 6 月 14 日 00 UTC，四維資料同化的時間窗區為 40 分鐘，每隔 10 分鐘各提供一筆地面觀測資料進行同化。將同化後的分析場進行 12 小時的預報，其中第 6 小時(05~06 UTC)

以及第 7 小時 (06~07 UTC) 的時雨量觀測及預報結果，如圖 12 和圖 13 所示。從圖 12 中可看出，三種不同解析度設定之四維資料同化方法的雨量預報結果皆相近，也都有掌握到台北市南區降雨的分佈。在圖 13 中，兩種 MRI-4DVAR 的雨量預報則無法掌握最強觀測降雨的狀況，而 FRI-4DVAR 對於該小時發生於台北市南區的強降雨的預報，雖然位置有稍偏北一些，但在降雨

強度和時間上，則有明顯的預報優勢。由於 MRI-4DVAR 在內層迴圈使用較粗解析度進行迭代，對於午後雷陣雨這類快速且局部的降水過程，本研究初步顯示 MRI 四維資料同化方法雖有機會掌握午後對流所產生的極短時強降雨現象，但 MRI-4DVAR 可能較無法掌握其極值的表現，尤其是在北部山區地形上，另外，在圖 13 中 6km/6km

在 6~7 小時的預報結果相比於 5~6 小時的預報很快就減弱，表示 MRI-4DVAR 法在午後對流降雨的預報穩定度仍有待改進。如同上面第(一)小節的討論，因為內層迴圈降解析度的關係可能導致 MRI-4DVAR 分析場的結果不如 FRI-4DVAR，因此對於午後對流個案仍須更進一步進行修化和調校。

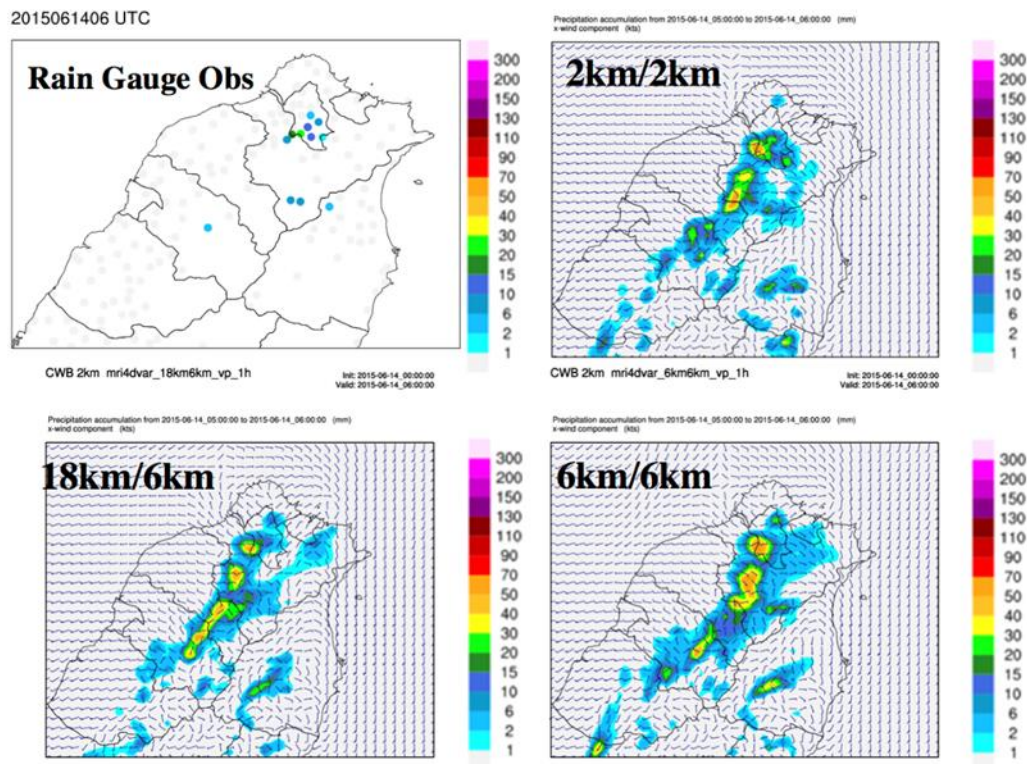


圖 12：2015 年 6 月 14 日午後雷陣雨個案 05~06 UTC 之 1 小時實際觀測雨量及四維資料同化預報雨量結果比較圖。

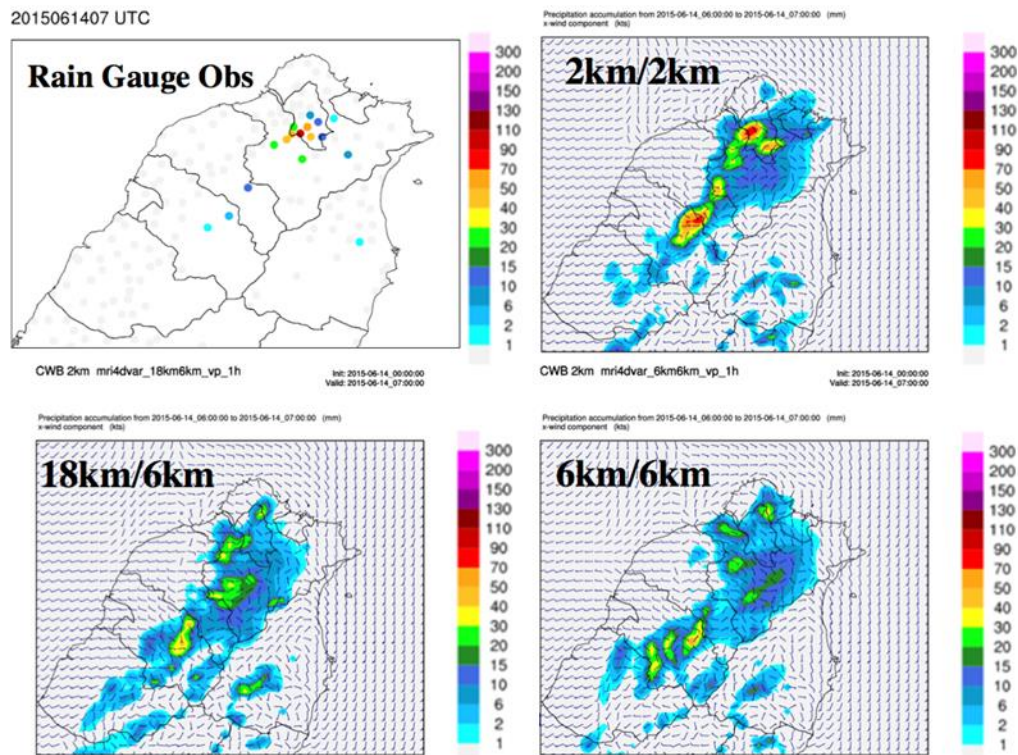


圖 13：2015 年 6 月 14 日午後雷陣雨個案 06~07 UTC 之 1 小時實際觀測雨量及四維資料同化預報雨量結果比較圖。

五、 結論

傳統四維變分資料同化相較於三維變分資料同化具有許多優勢，然而其缺點在於需要耗費許多計算資源，目前尚不足以提供作業化的需求，若能改進其計算效能，未來在極短期定量降雨預報的作業中，可以即時提供更具參考價值的預報結果。Multi-Resolution Incremental 4DVAR (MRI-4DVAR) 主要是透過較低網格解析度來執行內層迴圈以進行代價函數的極小化過程，再差分至較高解析度的外層迴圈進行模式的積分，優點為可以大幅減少計算資源的需求。但因內層

迴圈使用較低解析度進行運算，因此會產生誤差的來源。本研究首先介紹 MRI-4DVAR 方法的發展邏輯和過程。接著，再進一步透過單點同化實驗、同化所有傳統觀測資料的實驗，以及數值天氣模式降雨預報的結果，評估 MRI-4DVAR 方法和傳統四維資料同化方法之間，於資料同化後分析場的差異，及比較此兩種不同四維資料同化方法對降雨預報的影響。

本研究主要結論為：

1. MRI-4DVAR 方法透過改變模式內層迭代網格解析度的條件，可以比傳統 FRI-4DVAR 節省約 13 倍 (6km/6km)，甚至是 28 倍 (18km/6km)

的計算時間。

2. 單點測試實驗結果顯示，6km/6km 解析度的 MRI-4DVAR 和 FRI-4DVAR 的結果非常相似，18km/6km 的差異則較為顯著。同化所有傳統觀測資料後，兩種 MRI-4DVAR 的分析場和 FRI-4DVAR 的差異減小。

3. MRI-4DVAR 方法可以在不失去過多精確度的條件下，大幅縮減四維資料同化方法所需的計算時間，使得四維資料同化法在同化傳統觀測資料時，有機會讓計算時間滿足實際作業單位的需求。

4. 個案結果顯示，對鋒面降水而言，MRI-4DVAR 和 FRI-4DVAR 的預報結果相近，但在午後對流個案中 18km/6km MRI-4DVAR 則有顯著的差異，顯示 MRI 較粗解析度的內層迴圈最小化過程，對於和地形相關的天氣系統會產生較大的影響，這是必須特別注意的地方。

本研究只針對 2012 年 6 月的梅雨以及 2015 年 6 月午後雷陣雨個案進行 MRI-4DVAR 的預報實驗，未來仍須考慮 MRI-4DVAR 在更多不同天氣型態下的預報效能，並進行適當的調校，例如改變不同內層迴圈解析度，或是進一步同化雷達觀測資料，以期得到最佳的使用策略。

致謝

本研究感謝兩位共同作者 NCAR 劉志權博士以及氣象局洪景山副主任提供協助，以及氣象局提供的計算機資源，特此感謝。

六、參考文獻

- Courtier, P., J.-N. Thépaut, and A. Hollingsworth, 1994: A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 120, 1367 – 1387.
- Gauthier, P., and J.-N. Thépaut, 2001: Impact of the digital filter as a weak constraint in the preoperational 4DVAR assimilation system of Météo-France. *Mon. Wea. Rev.*, 129, 2089 – 2102.
- Gauthier, P., M. Tanguay, S. Laroche, and S. Pellerin, 2007: Extension of 3DVAR to 4DVAR: Implementation of 4DVAR at the Meteorological Service of Canada. *Mon. Wea. Rev.*, 135, 2339 – 2364.
- Gustafsson, N., X.-Y. Huang, X. Yang, K. Mogensen, M. Lindskog, O. Vignes, T. Wilhelmsson, and S. Thorsteinsson, 2012: Four-dimensional variational data assimilation for a limited area model. *Tellus*, 64A, 14985.
- Hayden, C. M., R. J. Purser, 1995:

- Recursive Filter Objective Analysis of Meteorological Fields: Applications to NESDIS Operational Processing. *J. Meteor. Soc. Japan*, 85, 255 – 276.
- Honda, Y., M. Nishijima, K. Koizumi, Y. Ohta, K. Tamiya, T. Kawabata, and T. Tsuyuki, 2005: A pre-operational variational data assimilation system for a non-hydrostatic model at the Japan Meteorological Agency: Formulation and preliminary results. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 131, 3465 – 3475. *J. Appl. Meteor.*, 34, 3-15.
- Huang, X.-Y., X. Yang, N. Gustafsson, K. Mogensen, and M. Lindskog, 2002: Four-dimensional variational data assimilation for a limited area model. *HIRLAM Tech. Rep. 57*, 41 pp.
- Kawabata, T., H. Seko, K. Saito, T. Kuroda, K. Tamiya, T. Tsuyuki, Y. Honda, and Y. Wakazuki, 2007: An assimilation and forecasting experiment of the Nerima heavy rainfall with a cloud-resolving nonhydrostatic 4-dimensional variational data assimilation system. *J. Meteor. Soc. Japan*, 85, 255 – 276.
- LeDimet, F.X., O. Talagrand, 1986: Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations, theoretical aspects. *Tellus*, 38A, 97-110.
- Lewis, J., and J. Derber, 1985: The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints. *Tellus*, 37A, 309-327.
- Lorenc, A. C., 2003: Modelling of error covariances by 4D-Var data assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 129, 3167-3182.
- Lorenc, A. C., and F. Rawlins, 2005: Why does 4D-Var beat 3D-Var? *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 131, 3247 – 3257.
- Rawlins, F., S. P. Ballard, K. J. Bovis, A. M. Clayton, D. Li, G. W. Inverarity, A. C. Lorenc, and T. J. Payne, 2007: The Met Office global four-dimensional data assimilation system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 133, 347 – 362.
- Rabier, F., H. Järvinen, E. Klinker, J.-F. Mahfouf, and A. Simmons, 2000: The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. Part I: Experimental results with simplified physics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 1143 – 1170.
- Sun J., Hongli Wang, Wenxue Tong, Ying Zhang, Chung-Yi Lin, and Dongmei Xu, “Comparison of the impacts of momentum control variables in limited-area high-resolution variational data assimilation” , 2014, *Monthly Weather*

Review, 144, 149-169

Thepaut, J.-N., and P. Courtier, 1991: Four dimensional variational data assimilation using the adjoint of a multilevel primitive-equation model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 117, 1225-1254.

Rawlins et al. (2007). The Met Office global four-dimensional variational dataassimilation scheme. *Q.J.R. Meteorol. Soc.* 133, 347 - 362.

Veersé, F., and J.-N. Thépaut, 1998: Multi-truncation incremental approach for four-dimensional variational data assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1889 - 1908.

Research of WRF Multi-Resolution Incremental Four Dimensional Variational Data Assimilation method

Zhiquan Liu¹ Chung-Yi Lin² Jing-Shan Hong³
Chin-Hsiao Chiang³ Ya-Ting Tsai³

1 National Center for Atmospheric Research

2 National Science and Technology Center for Disaster Reduction

3 Central Weather Bureau, Taipei, Taiwan

(manuscript received 29 August 2018 ; in final form 04 February 2019)

Abstract

Different with three dimensional variational (3DVAR) method, four dimensional variational data assimilation (4DVAR) method possess the following advantages: 1) flow dependent background error covariance characteristic, 2) be able to assimilate multi-time levels observation data, 3) through model constraints to make the dynamical and physical balance in analysis field. However, 4DVAR needs huge computer resources including memories and CPU times. Therefore, we develop Multi-Resolution Incremental (MRI) method in inner loop of WRF 4DVAR to improve its computing efficiency in this research. And through assimilating all traditional observation data to evaluate the assimilation performance of this method.

The result shows that, MRI-4DVAR can save 13 times of computational time comparing to Full resolution 4DVAR (FRI-4DVAR). In the experiments of assimilating single point temperature and all traditional observation data, the difference between MRI and FRI method is not obvious. The precipitation forecast of MRI and FRI is much close in both quantitative and qualitative analysis. In the summer thunderstorm case, the MRI-4DVAR could capture the very short term heavy rainfall phenomenon, but it still remains further improvement at local rainfall extreme value on the complex terrain area.

Key Word: Four dimensional variational data assimilation, 4DVAR, multi-resolution incremental, quantitative precipitation forecast. doi: 10.3966/025400022018124604001