

蒙地卡羅法在颱風侵襲機率估計的應用

蔡孝忠 呂國臣* 許乃寧 賈愛玫

中央氣象局 氣象預報中心

Mark DeMaria
NOAA/NESDIS, Fort Collins, Colorado

(中華民國一百年七月三日收稿；中華民國一百年九月二十八日定稿)

摘 要

中央氣象局自 2007 年起提供颱風路徑預報輔助產品：颱風路徑侵襲機率。此產品是以量化的方式估計未來各地可能受到颱風中心 120 公里範圍通過的機率，以提供預報之不確定性資訊。本研究參考 DeMaria et al.(2009)以蒙地卡羅模擬法進行颱風侵襲機率的估計，資料採用中央氣象局 2006 至 2010 年之官方颱風預報路徑。相較於過去使用二維常態分布函數對各個預報時段的颱風中心預報誤差進行函數擬合的方式，蒙地卡羅法具有不需對於資料分布型態進行假設，且可同時考量多種影響因子的優點。

歷史路徑預報資料分析結果顯示，相鄰預報時段之預報誤差具有明顯相關性，相關性最高可達到 0.91，最小值亦有 0.72。在考慮誤差相關性之後，可使得模擬路徑及颱風侵襲機率的估計更加合理。此外，採用 Sobol Sequence 產生隨機亂數進行颱風侵襲機率估計，可得到較小之誤差平均值和誤差最大值，且當路徑預報的時間越短，誤差值與收斂速度的改進將更加明顯。

研究結果顯示，採用蒙地卡羅法模擬颱風預報路徑，可有效且客觀的估計颱風路徑預報誤差機率，並可保留官方路徑預報的原始特性。未來待中央氣象局發布颱風強度及結構之官方預報資訊之後，本研究方法將可擴充進行颱風風速機率的估計。

關鍵字：颱風、蒙地卡羅法、颱風侵襲機率

*通訊作者：呂國臣博士，10048 台北市中正區公園路 64 號（中央氣象局氣象預報中心）Tel: (02) 2349-1201
E-mail: gcleu@cwb.gov.tw

一、前言

近年中央氣象局致力於改善颱風預報技術，颱風路徑預報準確度已有明顯提升，最近五年之 1 至 3 天颱風中心預報誤差平均值約分別減小為 102 公里、185 公里及 302 公里。然而，由以上誤差數值可知，路徑預報仍具有不確定性，且越長時間的預報誤差越大。為了呈現路徑誤差之不確定性，中央氣象局自 2003 年度起，新增颱風路徑潛勢預報產品（請見圖 1）。此產品根據近年官方預報誤差資料，提供了 70% 機率之路徑潛勢預報，對使用者而言，路徑潛勢預報產品已較過去僅有單一預報路徑更具有參考價值，也可有效減少使用者對颱風預報路徑資料的誤用(顧 2006)。

為了進一步量化路徑預報之不確定性資訊，以充實預報完整性，中央氣象局於 2007 年起在颱風預報網頁提供一項新的颱風路徑預報輔助產品：颱風路徑侵襲機率 (Probabilities of Strike, POS；顧 2006、蔡 2007)。此產品是採用二維常態分布函數(bivariate normal distribution)，分別對於近年中央氣象局各預報時段的路徑預報誤差資料進行函數擬合，然後根據誤差擬合分析結果，配合原本官方發布之 72 小時颱風預報路徑，進行 POS 機率估計。以機率的形式呈現未來 72 小時內以及每 6 小時的時段內，各地可能受到颱風中心 120 公里（大約代表十級風暴風半徑）範圍通過的機率，產品範例圖請見圖 2。使用者可藉由產品得知：(1)事件發生之可能機率；(2)哪個時段最有可能發生該事件。此機率形式之資訊可做為風險評估之指標，提供颱風防救災決策者參考，採取適當的防颱準備和因應決策。

美國自 1983 年起即開始進行颱風路徑機率估計之工作，並發布颱風路徑侵襲機率產品

(Sheets 1984; Sheets 1985)。然而，僅考慮颱風路徑預報的不確定性，或是估計颱風中心與各地的可能相對距離，可能無法完全反映颱風伴隨之強風對於各地區的可能影響狀況。因此，自 2006 年起美國國家颶風中心(National Hurricane Center)、聯合颱風警報中心(Joint Typhoon Warning Center)和中太平洋颱風預報中心(Central Pacific Hurricane Center)，進一步發布熱帶氣旋風速機率產品(Tropical Cyclone Wind Speed Probabilities；TCWSP)，以取代原有的侵襲機率產品。有別於原本僅考慮路徑預報誤差的侵襲機率預報產品，TCWSP 考慮了路徑、強度、結構等三項官方預報的五天預報誤差，採用蒙地卡羅法(Monte Carlo Method; Metropolis and Ulam 1949)針對每小時 34、50 和 64 海哩等三種不同風速值進行各地風速機率估計(Gross et al. 2004; Knaff et al. 2007; DeMaria et al. 2009)。

為了擴充中央氣象局之颱風預報產品，並呈現預報不確定資訊供防救災單位和民眾參考，本研究將分析中央氣象局近年之路徑預報誤差特性，初步嘗試將 DeMaria et al. (2009)的 TCWSP 估計方法，應用至目前 POS 產品的推估計算，並對於未來實作 TCWSP 之可行性進行探討。本研究採用的相關颱風預報資料將於第二節進行說明；第三節將敘述蒙地卡羅法、亂數產生器以及 POS 估計方法；第四節則是以颱風實際預報個案做為研究探討範例，說明 POS 的估計結果；最後一節為本研究之結論與建議。

二、颱風路徑預報資料

2.1 路徑預報資料

本研究採用中央氣象局自 2006 年至 2010 年

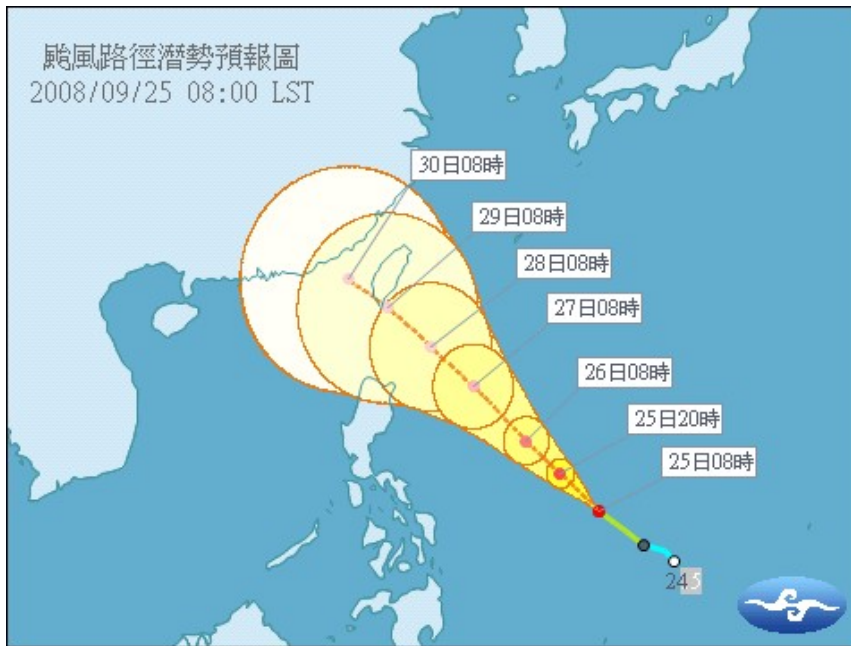


圖 1 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 薔蜜颱風之路徑潛勢預報圖。

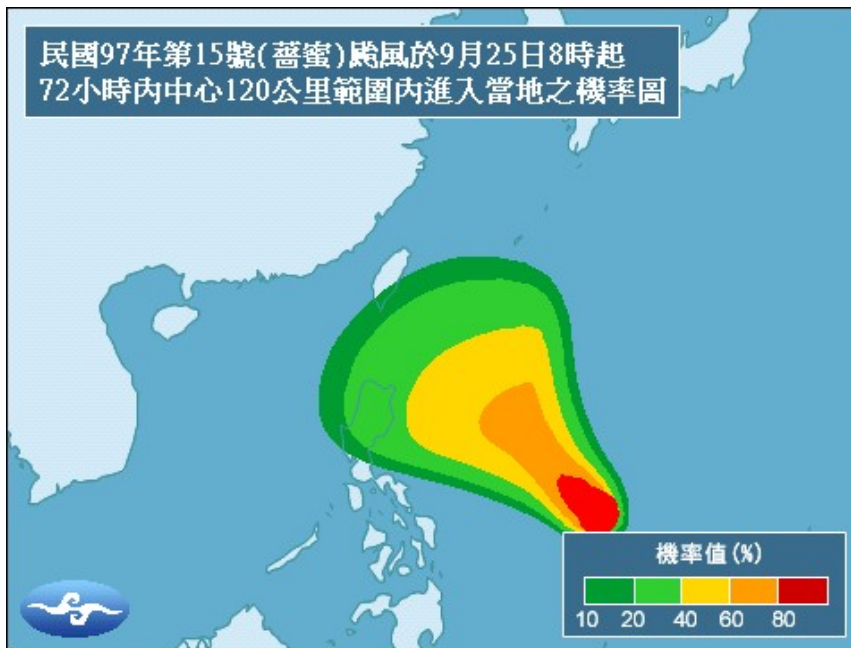


圖 2 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 起 72 小時內，薔蜜颱風中心 120 公里範圍內進入各地之機率圖。

之官方路徑預報資料，此一路徑預報資料具有 7 個預報時段，分別為 12、24、36、48、72、96 及 120 小時。參考 DeMaria et al. (2009) 之方法，計算相同對應時間之颱風中心預報位置與觀測位置之距離誤差，並以預報路徑之走向為基準，將距離誤差進一步區分為「徑向誤差(along-track error; AT)」及「橫向誤差(cross-track error; CT)」，座標投影方式採用蘭伯特投影(Lambert conformal projection)。其中，AT 數值為正表示預報路徑偏慢，反之則代表預報路徑有偏快的現象；CT 數值為正表示預報路徑偏左，反之則表示預報路徑有偏右的現象。各時段之 AT 及 CT 分布圖請見圖 3 和圖 4。由圖 3 可知，AT 自 12 小時預報起即有預報偏差(bias)的狀況；12 小時預報之平均偏差約為 11 公里，72 小時預報約 80 公里，代表預報路徑有偏慢的現象。而 CT 自 72 小時預報起才有較為明顯的平均偏差，約為 32 公里，代表預報路徑自 72 小時開始有偏左的現象（詳細請見圖 4）。

2.2 路徑預報資料之相關性分析

DeMaria et al. (2009) 指出在相鄰的預報時間，官方路徑預報誤差可能具有高度相關性。表 1 為 2006 至 2010 年中央氣象局之 AT 和 CT 在各個相鄰預報時段的相關性。由表可知，相鄰預報時段之誤差相關性最高可達到 0.91，最小值亦有 0.72，代表中央氣象局之路徑預報誤差亦具有高度相關性。至於同一預報時段之 AT 和 CT（例如 24 小時預報之 AT 和 CT），經過分析後發現 7 個時段之 AT 和 CT 皆無明顯線性相關特性，相關係數數值約落於 0.0 至 0.12 的範圍之間。

三、研究方法

3.1 蒙地卡羅法

蒙地卡羅法是一種利用隨機亂數來進行大量模擬的一種方法，其基本精神是基於大數法則的假設之下，試驗的次數若越多，求得的結果將越趨近於理論值。此方法最早是使用於次原子的粒子運動模擬，以及解析解(analytic solution)無法求取的情形之下的問題求解。此外，亦有許多許多文獻將此方法應用於模式誤差估計以及風險的推估 (Kahneman and Tversky 1982; Veihe and Quinton 2000; Schuhmacher et al. 2001; Rahman et al. 2002; Gross et al. 2004; Knaff et al. 2007; DeMaria et al. 2009)。

DeMaria et al.(2009)藉由蒙地卡羅法的特點，以隨機挑選歷史颱風預報誤差的方式，進行 TCWSP 的推估。蒙地卡羅法應用到 TCWSP 或其他類似問題時，其最大特點是不需要對於誤差的分布型態進行假設。在 Sheets(1984)及顧(2006)的研究中，颱風路徑侵襲機率的估計是基於預報誤差為常態分佈(normal distribution)的假設，因此採用二維常態分布函數分別對於各預報時段的 AT 和 CT 資料進行函數擬合，再以擬合結果進行機率計算。然而當應用至 TCWSP 時，需要同時考慮路徑、強度、結構預報等誤差來源，而這些誤差因子並非全然獨立無關聯，不容易以先行假設誤差函數型態的方式同時進行擬合，因此 Gross et al. (2004)、DeMaria et al. (2009)提出可採用蒙地卡羅法估計機率。研究結果顯示，採用蒙地卡羅法確實可有效提供颱風預報誤差之評估產品。

中央氣象局目前僅針對已經命名的颱風發布未來 120 小時的路徑預報，並沒有針對颱風的強度及結構發布官方預報資訊，缺乏 TCWSP 所需

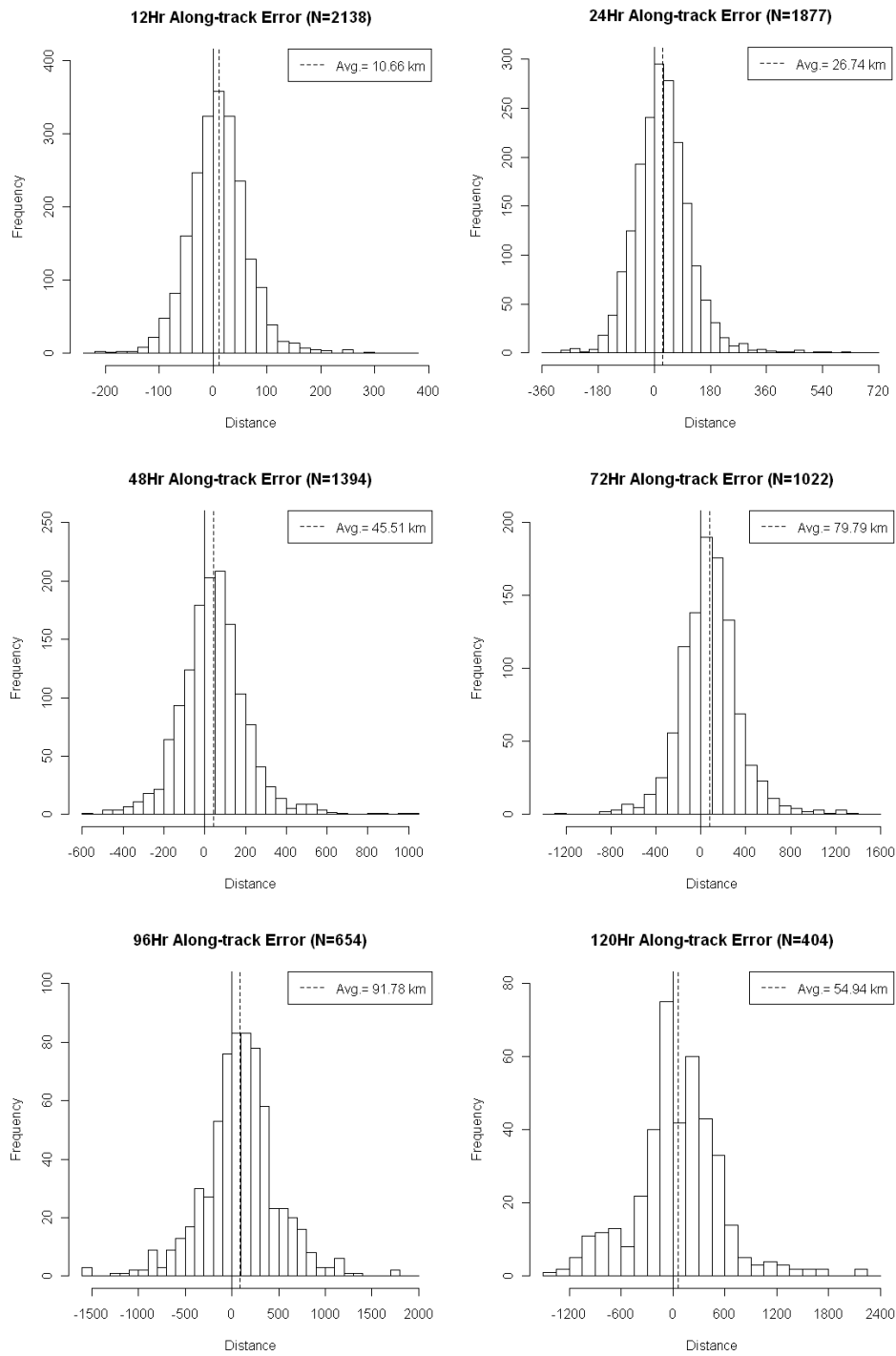


圖3 徑向誤差分別在 12、24、48、72、96 和 120 小時預報之資料分布情形，資料數量(N)與預報偏差平均值亦標示於圖中（以虛線表示）。

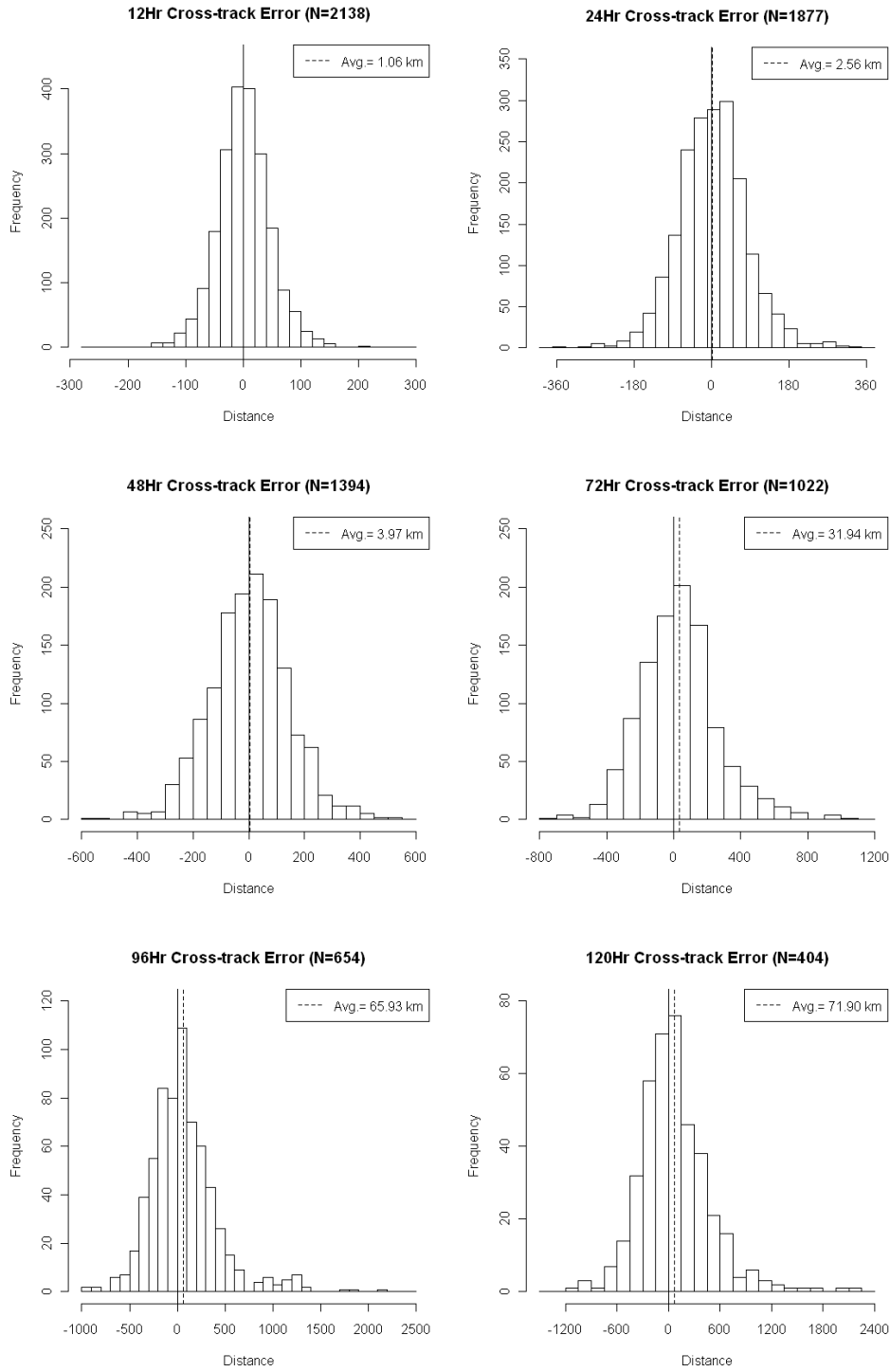


圖 4 橫向誤差分別在 12、24、48、72、96 和 120 小時預報之資料分布情形，資料數量(N)與預報偏差平均值亦標示於圖中（以虛線表示）。

表1 2006至2010年中央氣象局颱風路徑預報資料於相鄰預報時段之誤差相關性。

Time (h)	相關係數(Along Track)	相關係數(Cross Track)
12-24	0.72	0.74
24-36	0.82	0.85
36-48	0.88	0.90
48-72	0.81	0.84
72-96	0.83	0.88
96-120	0.86	0.91

之相關預報誤差資料，因此現階段本研究將先以蒙地卡羅法應用於颱風中心侵襲機率的估計，期望透過此一過程了解日後推估 TCWSP 所需留意的重點。

3.2 亂數產生器

隨機亂數的產生是應用蒙地卡羅法的重要步驟。隨機亂數必須具有獨立(independence)和均勻(uniformity)的兩項統計特性，因此隨機亂數產生器(random number generator)的挑選，將會影響蒙地卡羅法的計算結果與收斂速度。

目前科學界認為真正的隨機亂數必須透過量測自然界的物理行為而求得，例如量測光子碰撞後的移動路徑、利用粒子糾結(entangled particles)的現象產生真亂數(Pironio et al. 2010)等。一般在電腦程式使用的亂數產生器為「虛擬亂數產生器(pseudo random number generator; PRNG)」，其原理是利用已知的序列或公式，以產生一系列落於0到1之間的資料組，也因為如此，PRNG 通常無法完全符合隨機變數的主要統計特性。針對上述問題，許多研究提出在蒙地卡羅法的實作過程可使用準隨機變數(quasi-random sequence)，例如 Halton Sequence、Faure Sequence 及 Sobol

Sequence (SS)等低差異性數列(low discrepancy sequence)，以改善因使用之隨機變數均勻度不佳，導致蒙地卡羅法計算結果較不準確與收斂速度較慢的問題。其中，又以 SS 的改善效果較佳(Sobol 1967; Morokoff and Caflisch 1994; Caflisch 1998; Jäckel 2002)。

圖5為隨機亂數比較圖，圖5(a)採用 Fortran 程式內建之標準 PRNG，圖5(b)則是以 SS 產生的隨機亂數。由圖可知，採用 SS 產生的隨機亂數確實可產生分布均勻之數列。本研究將參考過去研究文獻經驗，採用 SS 做為產生隨機亂數的基礎，並測試對於估計 POS 的影響。

3.3 預報誤差之相關性處理

本文 2.2 節的誤差分析結果顯示，AT 和 CT 在各個相鄰預報時段皆具有高度相關性，亦即隱含若某一時間的 AT(或 CT)預報誤差較大，則接續的下一個時間的 AT(或 CT)預報誤差也會偏大。為了將此一相關特性納入 TCWSP 的模擬估計，DeMaria et al. (2009)採用線性迴歸之方式，建立兩兩相鄰預報時間的誤差推估公式，迴歸公式表示如下：

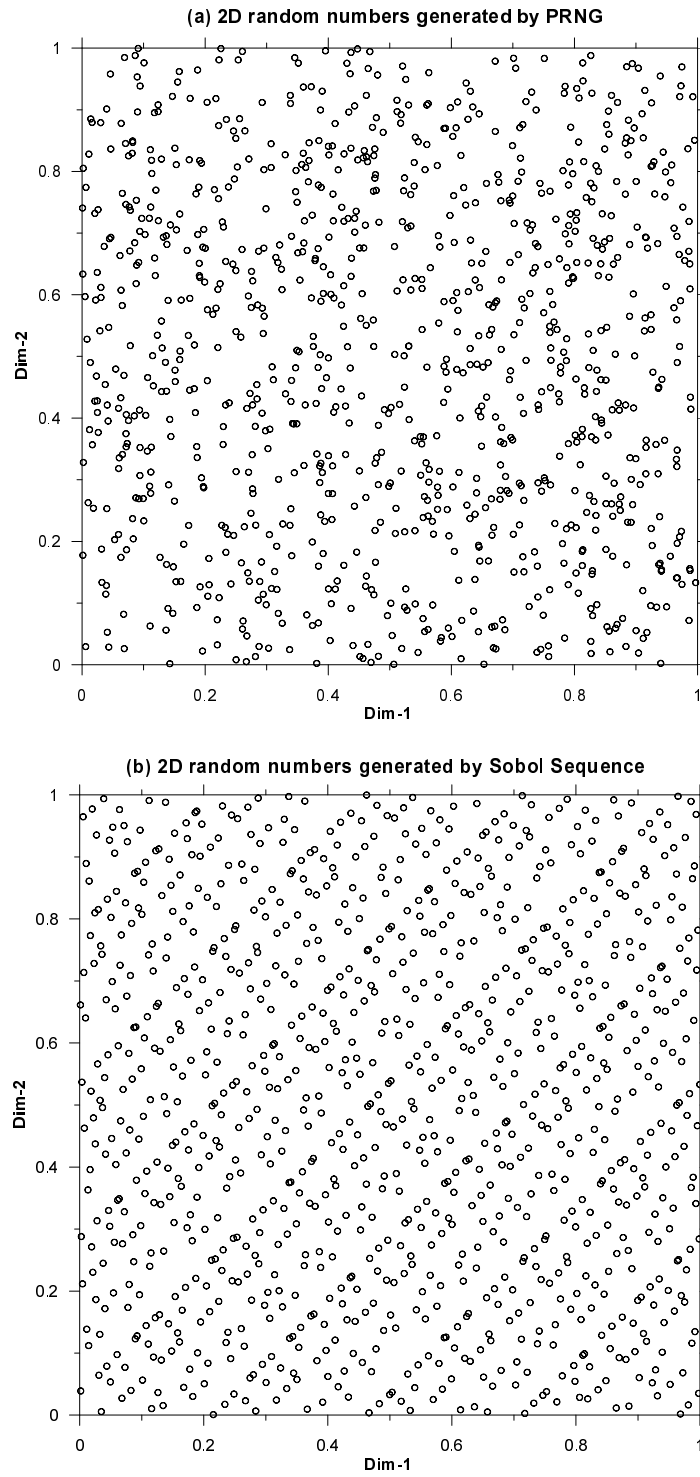


圖 5 二維隨機亂數之空間分布比較圖。其中，橫軸(Dim-1)與縱軸(Dim-2)分別代表介於 0 到 1 之間隨機亂數，資料數量為 1000 筆。(a)Fortran 程式內建函數產生之隨機亂數；(b)以 Sobol Sequence 產生之隨機亂數。

$$\hat{AT}_t = a_t AT_{t-1} + b_t \quad (1)$$

$$\hat{CT}_t = c_t CT_{t-1} + d_t \quad (2)$$

其中， $\hat{(\cdot)}$ 表示估計值，下標 t 與 $t-1$ 代表兩個相鄰之預報時間， a 、 b 、 c 、 d 則為迴歸待定係數。

以公式(1)和(2)之線性迴歸估計無法解釋原始資料的部分為 $(\hat{AT}_t - AT_t)$ 及 $(\hat{CT}_t - CT_t)$ ，稱之為殘餘誤差(residual error)。DeMaria et al.(2009)將此兩組殘餘誤差視為新的隨機預報誤差資料，供蒙地卡羅法進行隨機亂數挑選之用。該研究顯示，透過線性迴歸估計的方式，殘餘誤差的分布型態會較原始誤差更為集中於零值之兩側；公式(1)和(2)則用以維持相鄰預報時間的線性相關性。為了保留原始颱風預報誤差之分布特性，並考慮相鄰預報時間之誤差相關性，本研究在進行預報誤差隨機取樣的步驟時，利用累積機率分布函數(Cumulative Distribution Function；累積機率值的範圍為 0 至 1)，配合線性迴歸估計之信賴區間(confidence interval；CI)，估計預報誤差可能落入的數值範圍，隨機選取落於 95% CI 範圍內之預報誤差資料，以維持預報誤差相關性，並藉此去除部分離群值(outlier)。

信賴區間之計算方式如下。假設有兩變數 x 和 y ，其中 x 為迴歸自變數， y 為迴歸應變數（即估計值）， x 和 y 的線性迴歸估計式為：

$$\hat{y}_i = b + ax_i \quad (3)$$

其中， a 和 b 為迴歸待求係數。迴歸之信賴區間可由下式估計：

$$\left[(b + ax_i) \pm t_{n-2}(\alpha/2) \cdot s_e \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_x}} \right] \quad (4)$$

其中， n 為資料數量， t_{n-2} 為自由度 $n-2$ 之 t 分布數值(t distribution)， α 為顯著水準(significant level)， \bar{x} 為平均值， S_e 和 S_x 則分別為估計值和 x 之標準偏差：

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5)$$

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

3.4 侵襲機率計算方式

藉由 3.3 節之歷史預報誤差選取方式，配合中央氣象局之颱風預報路徑資料，即可大量產生預報誤差統計特性與中央氣象局官方預報相似之颱風預報模擬路徑，以估計某預報時段內（如 72 或 120 小時）之 POS（如圖 2）。本研究在產生 M 組颱風模擬路徑後，參考顧(2006)與 DeMaria et al. (2009)，以網格點間隔 0.5° ，在西北太平洋的範圍內(100-180E, 0-50N)找尋每個網格點方圓 120 公里內的模擬路徑數量(m)，而颱風模擬路徑之數量比($\frac{m}{M} \cdot 100\%$)，即代表此一網格點之颱風侵襲機率估計值。

四、颱風侵襲機率估計範例

透過歷史個案測試以及相關文獻評估結果(Gross et al. 2004; Knaff et al. 2007; DeMaria et al. 2009)，本研究認為採用蒙地卡羅法確實可客觀估計颱風中心侵襲機率。本節將以中央氣象局於 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 發布之蓄室颱風路徑預報為討論範例，說明 POS 的估計，並討論 POS

誤差收斂情形及隨機取樣特性。最後，展示 2009 年芭瑪及盧碧颱風的 POS 估計圖，藉以說明特殊路徑下的 POS 型態特徵。

4.1 颱風侵襲機率圖

圖 6 為蒙地卡羅法模擬颱風路徑的示意圖。由圖可知，未考慮預報誤差相關性（圖 6a）所得到的颱風路徑，會在原始預報路徑周圍左右跳動，且颱風走向容易有很大的轉折，在考慮相鄰時間之預報誤差相關特性之後，上述較不合理之路徑型態可獲得改善（圖 6b）。圖 7 為中央氣象局於 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 發布之薔蜜颱風 120 小時預報路徑，以及採用蒙地卡羅法模擬 1000 次路徑預報所對應之 POS。由圖 7(b)可知，颱風中心預報位置自 72 小時開始有些微偏向整體 POS 圖之左方的現象，表示在颱風預報行進方向之右方的 POS 總量較大，顯示透過本研究之方法確實可呈現原始預報之平均偏差特性（請見 2.1 節）。

未考慮預報誤差相關性所產製之薔蜜颱風 POS 請見圖 8。若未考慮預報誤差相關性，所得到的模擬颱風路徑較容易在原始預報路徑周圍跳動（圖 6a），因此其 POS 在沿著颱風路徑的鄰近區域將會有著過度高估的數值，差異可達 30%（圖 8b）。

4.2 POS 收斂測試

參考 DeMaria et al. (2009) 假設 500,000 次模擬為收斂解，比較不同模擬次數之下的 POS 差異最大值與平均值。圖 9 為 500,000 次路徑預報模擬之薔蜜颱風 POS 圖，由圖可知模擬路徑次數越多，將使得 POS 圖形更加平滑，但是整體差異不大。圖 9 為不同路徑模擬次數下的 POS 與 500,000

次收斂解的差異。由圖 10(a)可知，路徑模擬次數越高，則 POS 差異會越小，模擬次數達 1000 次所得到的 POS 平均差異已經降低至 1% 以下，最大誤差亦僅有 3% 左右。由於計算 500,000 次的路徑模擬需要花費大量時間才能完成，因此本研究建議在實際應用時可採用模擬 1000 次的結果。

平均而言，在相同的模擬次數之下，使用 SS 產生亂數的 POS 誤差平均值和誤差最大值會比採用標準 PRNG 要來得小。此外，當路徑預報的時間越短（例如颱風即將減弱消散），模擬路徑受到誤差相關性的考慮（2.2 和 3.3 節）的影響越小，因此 PRNG 能否產生均勻亂數對於 POS 收斂速度的影響將會更加明顯。以 12 小時路徑預報為例（圖 10b），以 SS 產生均勻亂數之 POS 誤差收斂效率相當明顯，路徑模擬次數達 1000 次所得到的 POS 平均差異已經降低至 0.01% 以下，最大誤差亦不到 1%。

4.3 隨機取樣結果

表 2 為經過蒙地卡羅法隨機取樣 1000 次的步驟後，各個相鄰預報時段的相關性。由表 1 與表 2 的比較可知，隨機取樣的資料仍可維持原始資料所顯示的相關特性，且經由 signed-rank test (Maidment 1993) 檢定兩數列之差異性後，亦顯示兩數列無明顯差異。而造成表 1 與表 2 表格之相關係數微小差距的主要因素為：(1) 本研究採用 95% 信賴區間做為隨機篩選的限制範圍，有著去除離群值的效果，相關性可能會稍微提升；(2) 當取樣數大於原始母體時（例如 120 小時預報之原始資料僅約有 400 筆），計算 1000 次模擬誤差可能會使得平均值減小，相關性也會因此稍微提升；反之，若取樣資料小於原始母體，取樣資料的些微差異可能會使得相關性小幅下降（例如 24

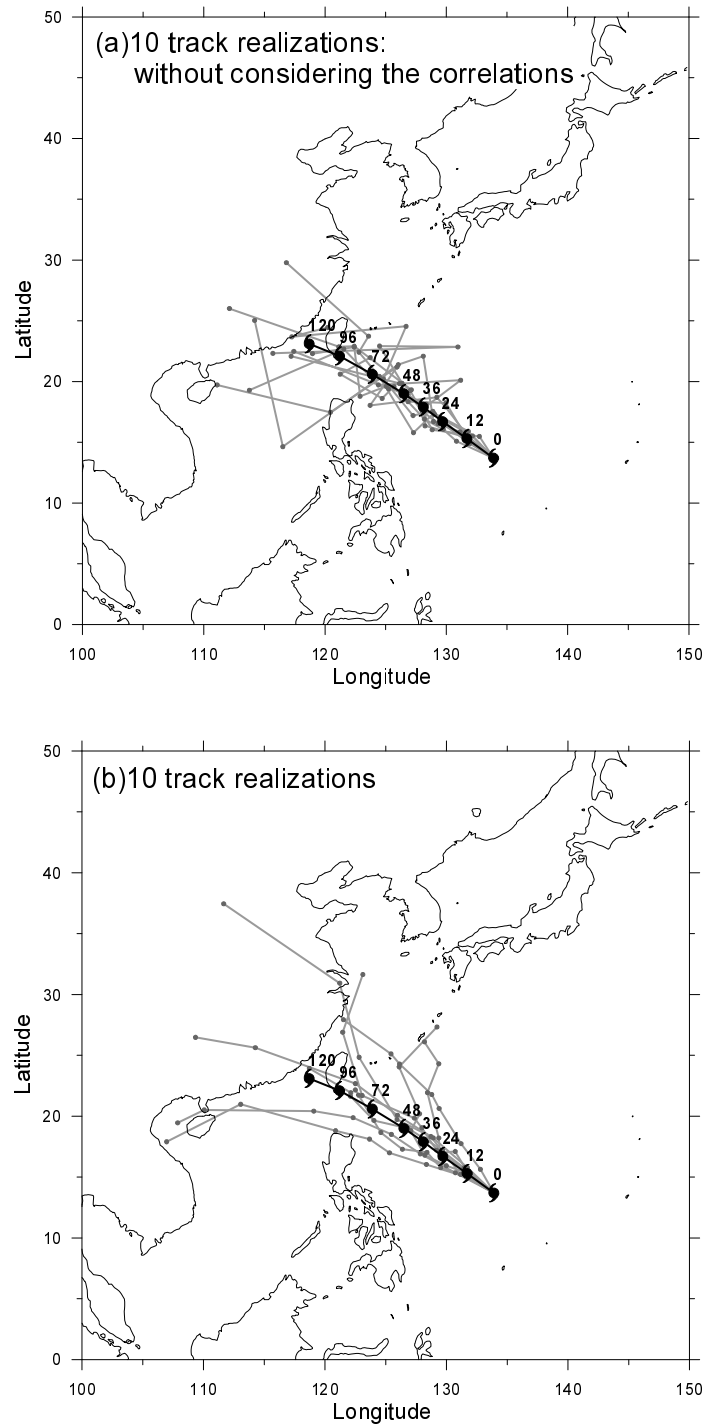


圖 6 以蒙地卡羅法模擬颱風路徑預報示意圖。(a)未考慮預報誤差相關性；(b)考慮相鄰時間之預報誤差相關特性。其中，黑色實線為中央氣象局於 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 發布之預報路徑，灰色實線為蒙地卡羅模擬路徑。

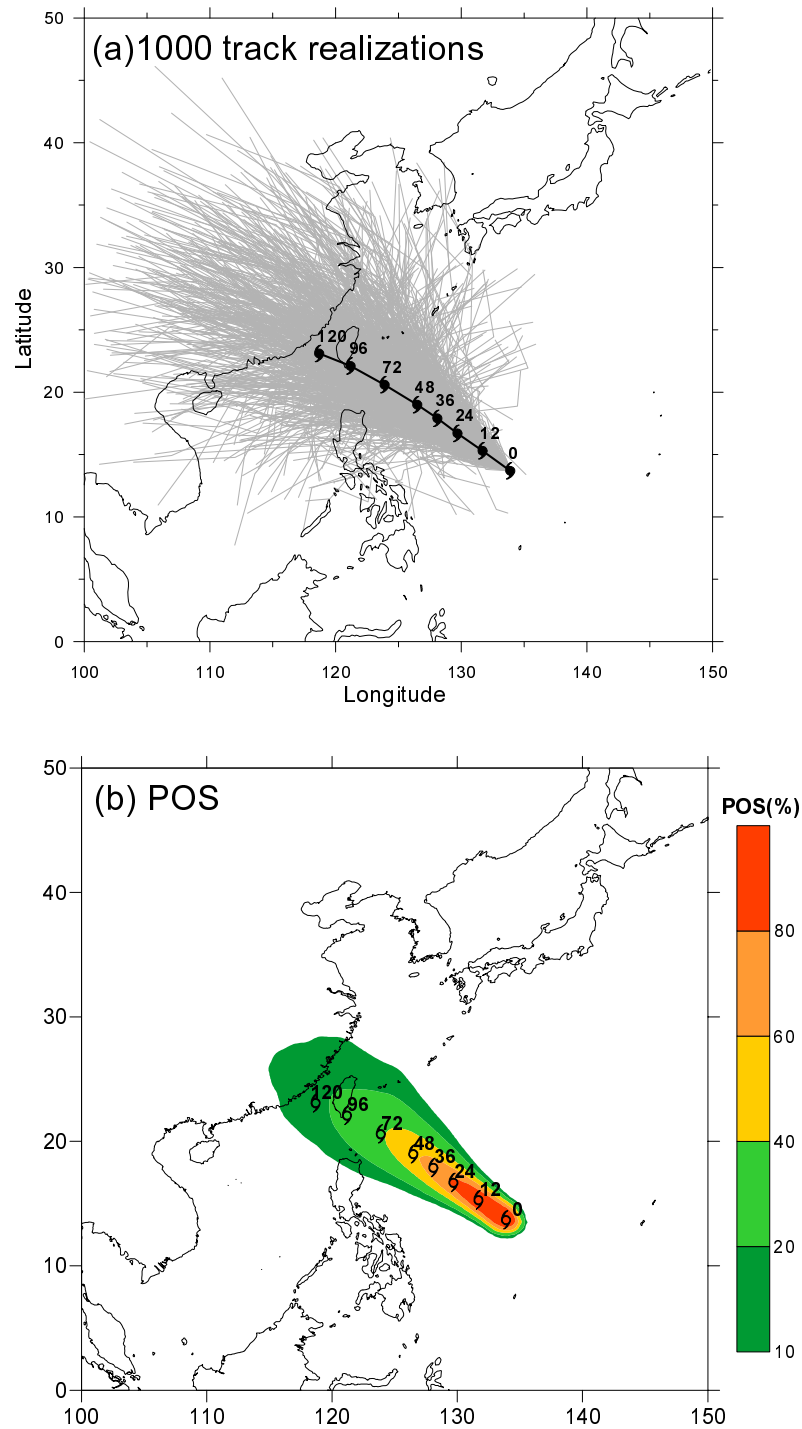
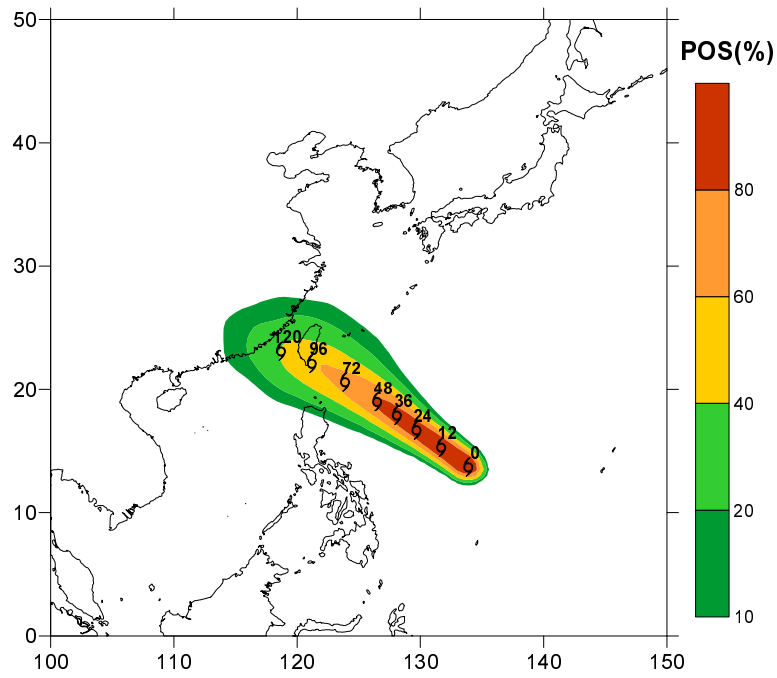


圖 7 以蒙地卡羅法估計薔蜜颱風 120 小時路徑預報之 POS。(a)中央氣象局於 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 發布之預報路徑(黑色實線)與 1000 條模擬路徑(灰色實線)；(b)POS 估計圖。

(a) POS without considering the track error correlations



(b) POS difference

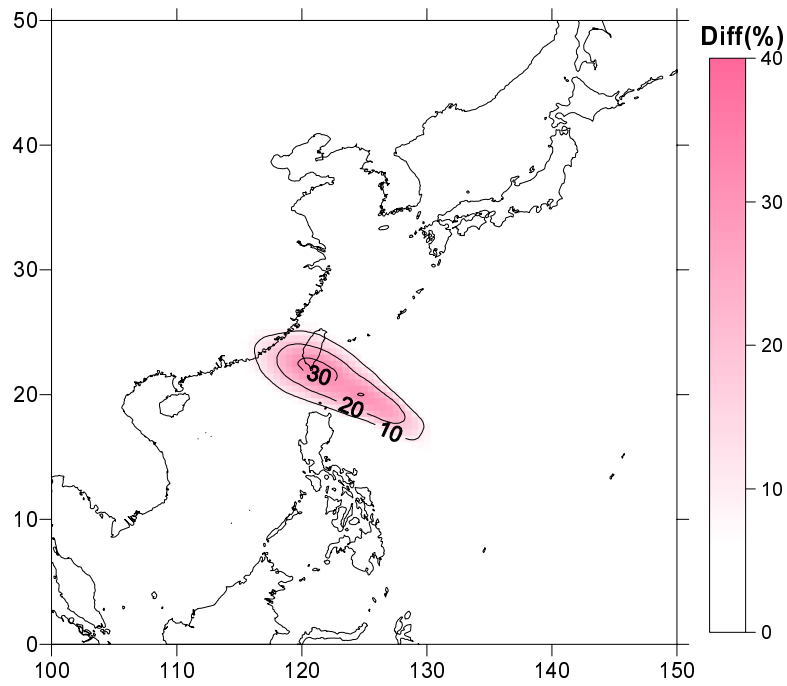


圖8 沒有考慮預報誤差相關性之薔蜜颱風 POS。(a) POS 圖；(b) POS 差異圖（即圖 8a 與圖 7b 的差值）。

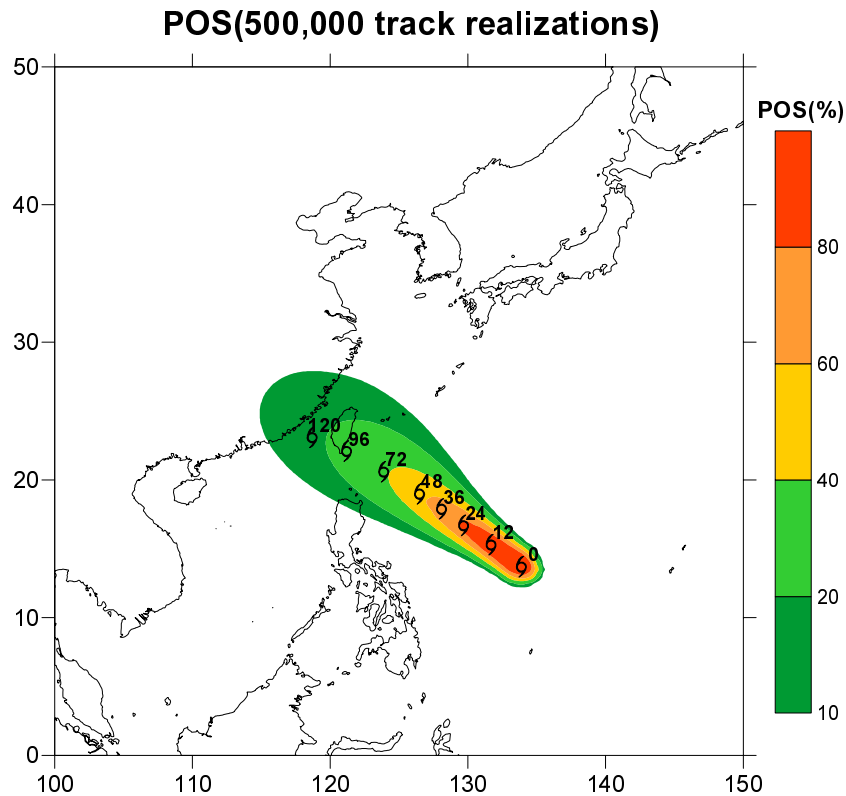


圖9 500000次路徑預報模擬之蕃蜜颱風 POS 圖。

小時預報之原始資料約有 1900 筆)。

圖 11 為隨機取樣之 12 小時 AT 和 CT 資料分布。由圖 9 與圖 3、圖 4 的比較可知，取樣前後的 12 小時 AT 和 CT 誤差資料分布情形類似，平均值亦無明顯不同，平均值之差異約僅有 1 公里。由本節的檢驗結果可知，本研究採用蒙地卡羅法隨機取樣歷史誤差資料進行 POS 估計，可以有效且客觀呈現中央氣象局颱風路徑預報誤差之不確定性。

4.4 特殊路徑個案 POS: 2009 年芭瑪及盧碧颱風

本小節將展示 2009 年芭瑪及盧碧颱風的 POS 估計圖，藉以說明特殊路徑下的 POS 型態特

徵。圖 12(a)及 12(b)分別為芭瑪颱風(採用中央氣象局 2009 年 10 月 4 日 0800 LST 發布之預報路徑)與盧碧颱風(採用 2009 年 10 月 22 日 0800 LST 之預報路徑)之 POS 估計圖。由圖可知，芭瑪颱風和盧碧颱風的路徑皆有著較大的偏折，且移動速度緩慢，因此相較於蕃蜜颱風(圖 7b)來說，芭瑪颱風和盧碧颱風的 POS 圖形的涵蓋範圍較小，且 POS 數值較大之區域也較為集中。此外，路徑走向變化較大，往往代表可能具有較高的預報不確定性，加上官方預報路徑具有偏慢的誤差特性存在(即 AT 平均具有正偏差;請見 2.1 節)，因此 POS 圖形不會隨著預報路徑轉向而立即可有明顯偏折的現象，在路徑偏折之前的原行進方向延伸區域，仍會具有一定程度的侵襲機率值，所

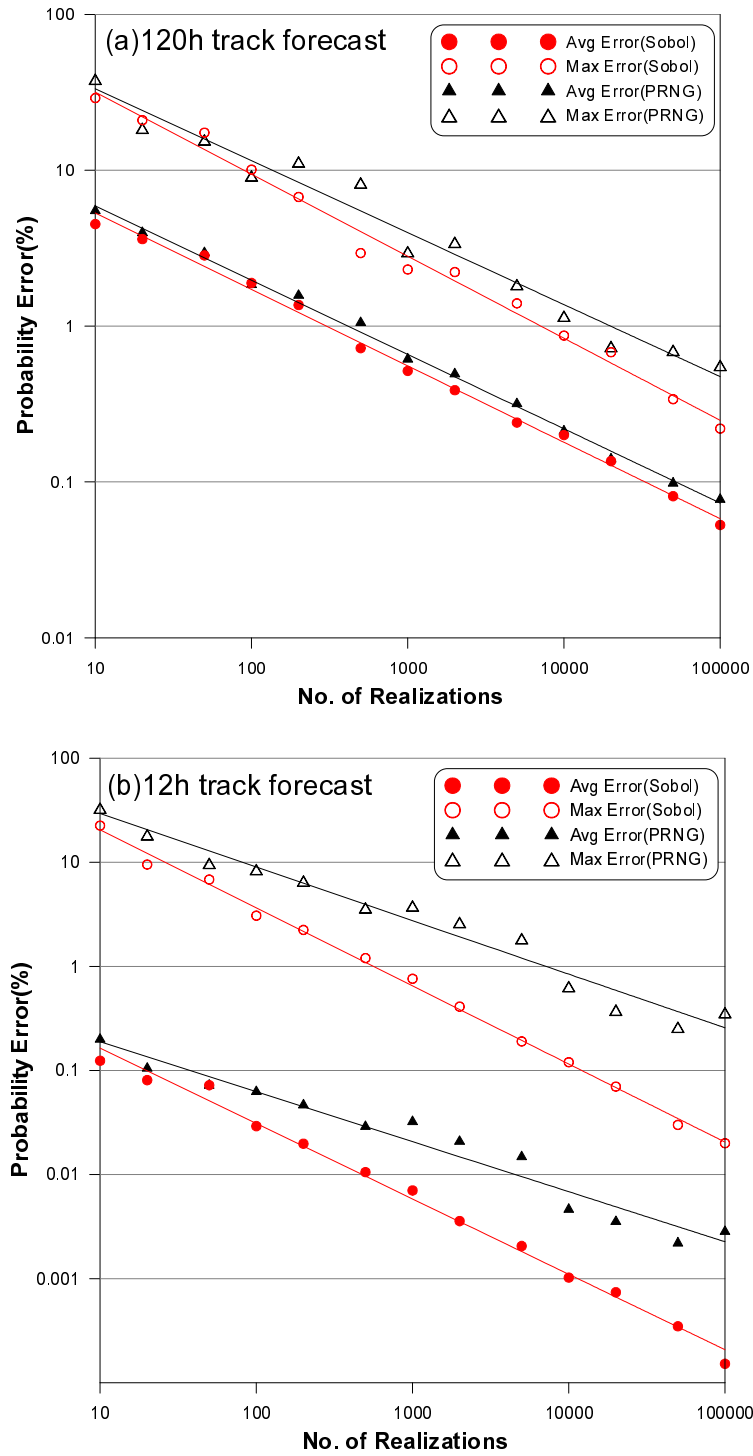


圖 10 POS 平均差異、最大差異與路徑模擬數量關係圖。(a) 120 小時路徑預報；(b) 12 小時路徑預報。由圖可知，平均而言使用 Sobol Sequence 產生亂數的 POS 誤差較小。

表 2 經隨機取樣 1000 次後的誤差相關係數 (薔蜜颱風 2008 年 9 月 25 日 0800 LST 預報)。

Time (h)	相關係數(Along Track)	相關係數(Cross Track)
12-24	0.69	0.72
24-36	0.84	0.86
36-48	0.89	0.91
48-72	0.83	0.85
72-96	0.87	0.90
96-120	0.88	0.93

以 POS 圖形在預報路徑的兩側並不一定對稱；例如圖 12(a)之台灣西南方區域，以及圖 12(b)之台灣附近區域。由以上個案分析可知，本研究在特殊路徑的應用仍可適當反映官方預報誤差的特性。

五、結論與建議

本研究參考 DeMaria et al. (2009) 使用蒙地卡羅模擬法進行颱風侵襲機率的估計，資料採用中央氣象局 2006 至 2010 年之官方颱風預報路徑。相較於採用二維常態分布函數進行函數擬合計算 (Sheets 1984；顧 2006)，蒙地卡羅法具有不需要對於資料的分布型態進行假設，且較容易同時考量多種影響因子的特點。路徑預報資料顯示，相鄰預報時段之預報誤差具有明顯相關性，相關性最高可達到 0.91，最小值亦有 0.72，在考慮此一相關性之後，可使得模擬路徑以及颱風侵襲機率的估計結果更加合理。此外，有別於 DeMaria et al. (2009) 採用標準亂數產生器產生隨機亂數，本研究採用具有低差異特性之 Sobol Sequence，以改善因標準亂數產生器所產生之隨機亂數之均勻度不佳，導致計算結果較不準確與收斂速度較慢的問題。經過個案測試，使用 SS 產生亂數的 POS

誤差平均值和誤差最大值會比採用標準 PRNG 要來得小，且當路徑預報的時間越短，POS 的誤差與收斂速度的改進將更加明顯。

研究結果顯示，採用蒙地卡羅法模擬估計 POS，可有效呈現官方路徑預報的原始誤差及相關性，並客觀估計颱風路徑預報誤差之不確定性與機率。待未來中央氣象局發布颱風強度及結構之官方預報資訊，本研究方法將可繼續擴充，進行颱風風速機率預報之推估。

參考文獻

- 蔡孝忠，2007：中央氣象局颱風路徑機率預報新產品—路徑機率預報，中央氣象局通訊月刊 2007 年 12 月號。
- 顧欣怡，2006：颱風侵襲機率預報系統開發，中央氣象局九十五年度研究報告第 CWB95-1A-07 號。
- Caflisch, R. E., 1998: Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods, Acta Numerica vol. 7, Cambridge University Press, pp. 1-49.
- DeMaria, M., Knaff, J. A., Knabb, R., Lauer, C., Sampson, C. R., DeMaria, R. T., 2009: A new

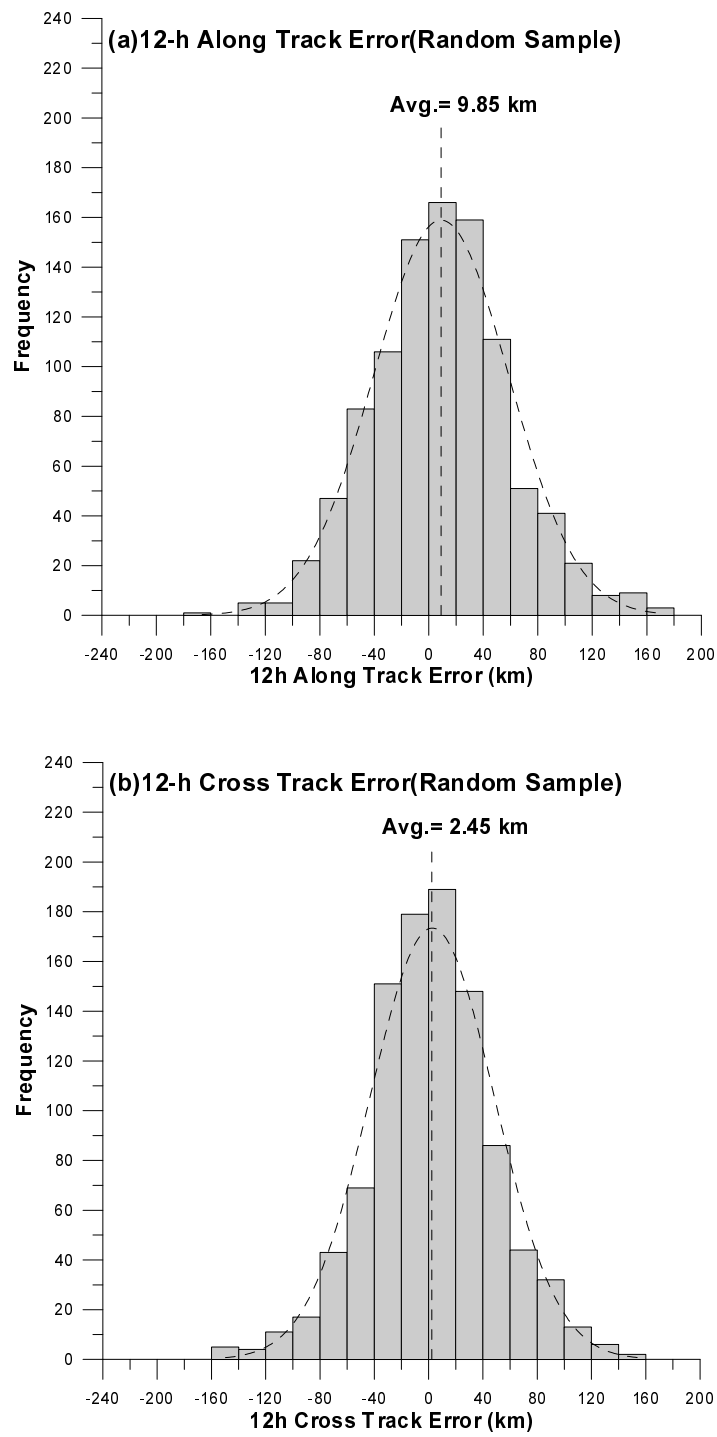


圖 11 經 1000 次隨機取樣後之 12 小時之 AT 誤差和 CT 誤差分布。由圖可知，隨機取樣後的 AT 和 CT 資料分布情形與原始資料（請見圖 3 和圖 4）類似。

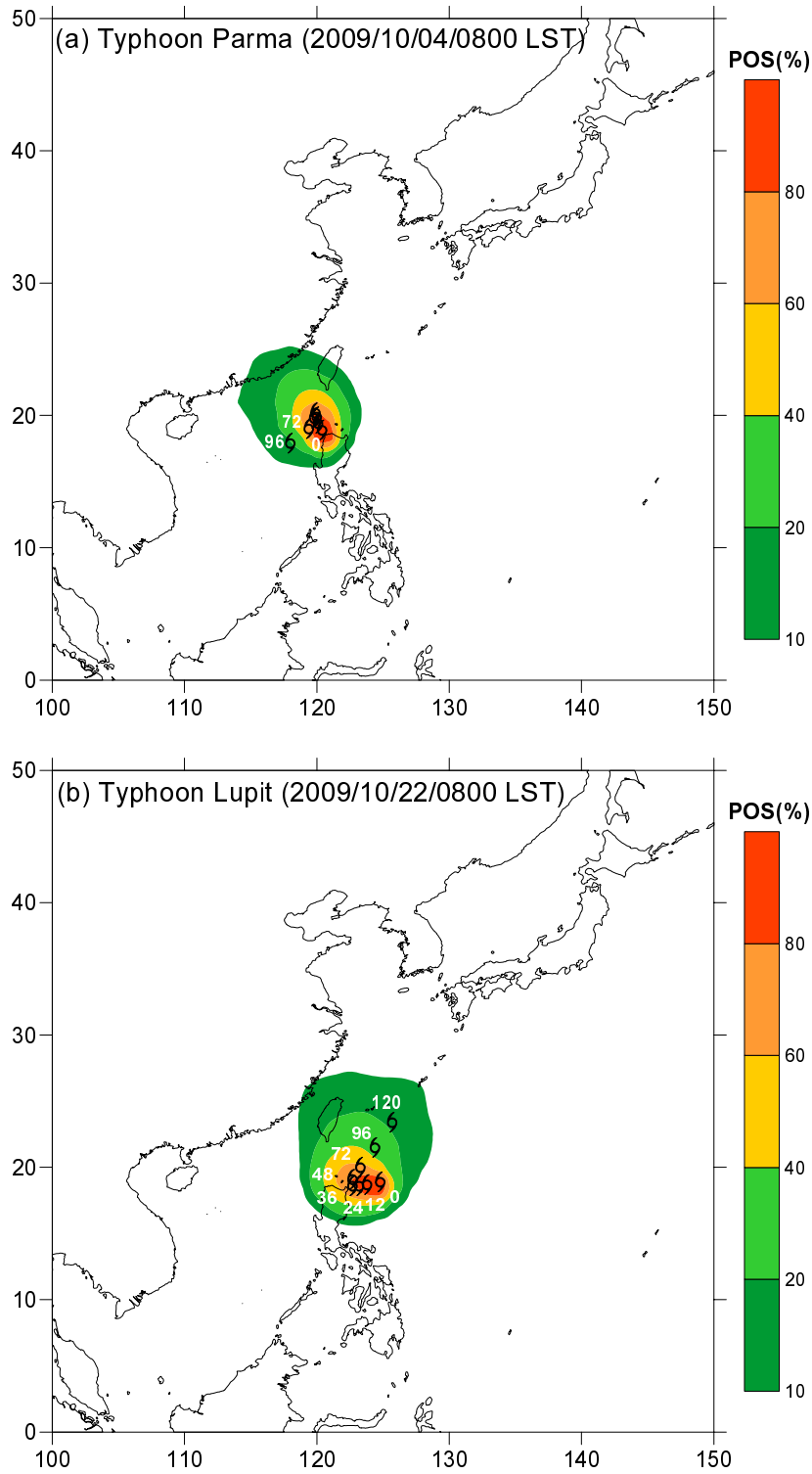


圖 12 POS 估計圖。(a)芭瑪颱風（中央氣象局 2009 年 10 月 4 日 0800 LST 發布之 96 小時預報路徑）；(b)盧碧颱風（2009 年 10 月 22 日 0800 LST 之 120 小時預報路徑）。

- method for estimating tropical cyclone wind speed probabilities, *Weather and Forecasting*, vol. 24, 1573-1591.
- Gross, J. M., M. DeMaria, J. A. Knaff, and C. R. Sampson, 2004: A new method for determining tropical cyclone wind forecast probabilities, 26th Conference on Hurricanes and Tropical Meteorology, Amer. Met. Soc., Miami, FL, pp. 425-426.
- Jäckel, P., 2002: Monte Carlo methods in finance. New York, Wiley
Kahneman, D.; Tversky, A., 1982: *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge University Press.
- Kahneman, D.; Tversky, A., 1982: *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge University Press.
- Knaff, J. A., DeMaria, M., Lauer, C., 2007: Verification of the Monte Carlo tropical cyclone wind speed probabilities: a joint hurricane testbed project update, 61st Interdepartmental Hurricane Conference, New Orleans, Louisiana
- Maidment, D. R., 1993: *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill, 1424 pp.
- Maidment, D. R., 1993: *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill, 1424 pp.
- Metropolis, N., Ulam, S., 1949: The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 44 (247): 335-341.
- Morokoff, W. and Caflisch R., 1994: Quasi-random sequences and their discrepancies, *SIAM J. Sci. Comput.* 15 , no. 6, 1251-1279.
- Pironio, S., Acín, A., Massar, S., Boyer de la Giroday, A., Matsukevich, D. N., Maunz, P., Olmschenk, S., Hayes, D., Luo, L., Manning, T. A., and Monroe C., 2010: Random numbers certified by Bell's theorem, *Nature*, 464, 1021-1024.
- Rahman, A., Weinmann, PE., Hoang, TMT, Laurenson, EM., 2002: Monte Carlo Simulation of flood frequency curves from rainfall, *Journal of Hydrology*, 256 (3-4), 196-210.
- Schuhmacher, M., Meneses, M., Xifró, A., Domingo, JL, 2001: The use of Monte-Carlo simulation techniques for risk assessment: study of a municipal waste incinerator. *Chemosphere*, 43, 787-799.
- Sheets, R. C., 1984: The National Weather Service Hurricane Probability Program. NOAA Tech. Rep. NWS 37, Silver Spring, MD, 70 pp.
- Sheets, R. C., 1985: The National Weather Service Hurricane Probability Program. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 66, 4-13.
- Sobol, I.M., 1967: Distribution of points in a cube and approximate evaluation of integrals. *Zh. Vych. Mat. Mat. Fiz.* 7: 784-802; *U.S.S.R Comput. Maths. Math. Phys.* 7: 86-112.
- Veihe, A. and Quinton, John, 2000: Sensitivity analysis of EUROSEM using Monte Carlo simulation I : hydrological, soil and vegetation parameters. *Hydrological Processes*, 14 (5). pp. 915-926. ISSN 0885-6087.

An Application of the Monte Carlo Method: Tropical Cyclone Strike Probabilities

Hsiao-Chung Tsai Kuo-Chen Lu Nai-Ning Hsu Aimei Chia

Weather Forecast Center, Central Weather Bureau

Mark DeMaria

NOAA/NESDIS, Fort Collins, Colorado

(manuscript received 3 July 2011 ; in final form 28 September 2011)

ABSTRACT

Central Weather Bureau (CWB) has issued the probabilities of strike (POS) since 2007. This product estimates the probability that the center of a tropical storm (or stronger) would pass within 120 km of the specified locations to represent the track forecast uncertainty. In this study, the official track forecasts during 2006-2010 issued by CWB are used, and the Monte Carlo method (DeMaria et al. 2009) is applied to estimate the POS. Compared with the bivariate normal distribution fitting which was used in the previous research, it is not necessary to assume the type of data distributions in advance, and multiple factors could also be considered by using the Monte Carlo method.

The track error analysis shows that the serial correlations are significant between two consecutive forecast time steps. The correlation values are within the range of 0.72 to 0.91. Thus the serial correlation of the error is accounted in the Monte Carlo track realization to generate reasonable track realizations. The Sobol sequence is used to generate random numbers. Comparing with the standard random number generator, the estimated POS errors are smaller and the error convergent rates are higher by using the Sobol sequence, especially when the track forecast duration is shorter.

It is shown that the POS could be objectively estimated by utilizing the Monte Carlo method. The error statistics and serial correlations of the CWB official track forecasts can also be preserved. In the future, this scheme can be extended to estimate the wind speed probabilities when the intensity and structure forecasts are issued by CWB.

Key Words: Typhoon, Monte Carlo method, Tropical Cyclone Strike Probabilities