

# 用有限元素法求大氣垂直速度

曾 忠 一

中央研究院 物理研究所

國立台灣大學大氣科學系

(民國六十八年七月四日收件，同年七月十五日修正)

## 摘 要

本研究使用兩種網格系統，用有限元素法求得大氣的垂直速度，以與有限差分法的結果互相比較。研究結果顯示，有限元素法求得的垂直速度能與天氣系統相符，也能與有限差分法的結果互為一致。有限元素法求得的垂直速度場，就大幅度的垂直運動型態而言，確能充份顯示本研究個案中的主要和次要的上升或下降運動。就各上升和下降氣流中心垂直速度的極端值而言，有限元素法和有限差分法的結果仍有若干差異，其差異起於使用資料的不同和網格系統的不同。此外本研究亦詳細討論有限元素法未來在數值天氣分析與預報上可能的發展與應用。

## 一、前 言

控制大氣或海洋運動的流體力學方程式以及其他偏微分方程式的數值解法大致可分三種：有限差分法、波譜法和有限元素法。由於現在世界先進國家氣象單位和研究機構的例行天氣預報與環流模式都使用前二種方法（GARP 1974 與 Chang 1977），因此這兩種數值方法較為氣象學家所熟知。有限元素法原來是結構工程師所發展出來的，起初只能用於結構分析。後來經過許多學者的研究，發現用變分法或 Galerkin 法也可以得到有限元素方程式，因此現在有限元素法的適用範圍更廣，幾乎一般的偏微分方程式均能用這種方法求得數值解。有限元素法發展的簡史可參閱 Martin 和 Carey（1973）。在進行有限元素分析時，先把考察區域分為若干大小不同的元素，並定義若干節點（nodes），每一元素中的變數值可用節點上的變數值來內插，然後用變分法或 Galerkin 法得到局部有限元素方程式（local finite element equation），最後把局部有限元素方程式組合起來，引進邊界條件，得到一組聯立代數方程式，解出此方程式就

可以得到結果。氣象資料，如等壓面上的高度、溫度、風向和風速以及露點溫度等，都是在分佈不規則的測站上觀測得到的。把分佈不規則的氣象資料內插到方形的網格點上，以作為例行天氣預報的初值，或作為例行天氣分析之用，這種過程在氣象上叫做客觀分析。若用有限元素法來進行數值天氣分析與預報工作，可以省去客觀分析的步驟。我們可以把測站當作節點，由這些節點可以畫出許多三角形元素（三角形元素是最簡單的二維元素），以後的分析與預報都可直接使用測站上的資料，所得到的分析與預報結果也都是在測站上。由於每一元素中的變數值都用節點上的值來內插，因此所得到的結果也可內插到規則分佈的網格點上。

用有限元素法來進行天氣分析與預報工作不可避免的一些問題。首先必須確保測站上氣象資料的品質。地面以及各定壓層上的氣象資料可能由於電訊傳遞、探空儀器結冰或人為因素造成錯誤，因此對測站上所有的氣象資料必須先做統計檢定、儀器結冰檢定、靜水檢定以及靜力穩定度檢定，以消除各種錯誤，並且補充漏失的資料。世界上主要

\* 本文之完成曾獲國家科學委員會之補助。

國家的氣象單位每日均進行這些檢定工作，以確保測站上氣象資料的品質。我國氣象單位也正進行這些檢定工作的研究（郭氏與胡氏，1975）。因此以測站當作節點以進行有限元素分析時，在取得正確的氣象資料方面尚不致遭遇困難。受到各種因素的限制，氣象測站的分佈並不平均，以東亞地區來說，中國大陸、日本、台灣等地氣象測站比較密集，西太平洋海面以及東南亞地區測站就非常稀少。測站稀少、資料缺乏地區的分析與預報問題，不論用何種數值方法來進行都會遭遇到。若用有限元素法進行測站密集地區的天氣分析與預報，可以完全用測站當作節點，但若兼及測站稀少的分析與預報時，必須在這些地區補充若干節點，利用主觀分析得到這些節點上的氣象資料。此外進行有限元素分析時必須出解龐大的聯立方程式，所需的計算機時間和容量都很大，甚至一般的計算機都無法處理。但有限元素法經工程學者和應用數學家的多年研究，現已高度發展，因此可以利用他們的研究結果來節省計算機記憶和計算時間。

本研究利用有限元素法由連續方程式求得大氣的垂直速度，以與有限差分法的結果互相比較，探討有限元素法在天氣分析上的適用性。此外本研究在結語中詳細討論有限元素未來在數值天氣分析與預報上可能的發展與應用。

**二、研究方法**

本研究利用等壓坐標上的連續方程式來求垂直速度

$$m^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{1}{m} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{1}{m} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \tag{1}$$

其中  $u$  和  $v$  分別為  $x$  方向和  $y$  方向的風速分量， $m$  是地圖投影放大因子（image scale factor）， $\omega$  是等壓面的垂直速度。在導出(1)式時所作的唯一的假設是靜水平衡。每一等壓層的  $u, v$  已知，可以求得輻散

$$\delta = m^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{1}{m} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{1}{m} \right) \tag{2}$$

然後每一等壓層的  $\omega$  可用

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} + \delta = 0 \tag{3}$$

由底層往上積分求得。把連續方程式(1)分為水平和

垂直方向兩部份，即(2)式和(3)式，除了動力學的因素外，也和有限元素法有關。因為氣象資料在垂直方向除了在底層邊界外都是在等壓面上觀測得到的，因此垂直方向仍然可用有限差分法。氣象測站在水平方向的分布非常不規則，最原始的天氣資料在水平方向分布不規則，因此絕大部份的氣象問題只用二維的有限元素就可處理。在垂直方向我們可以使用有限差分法或一維的有限元素法。

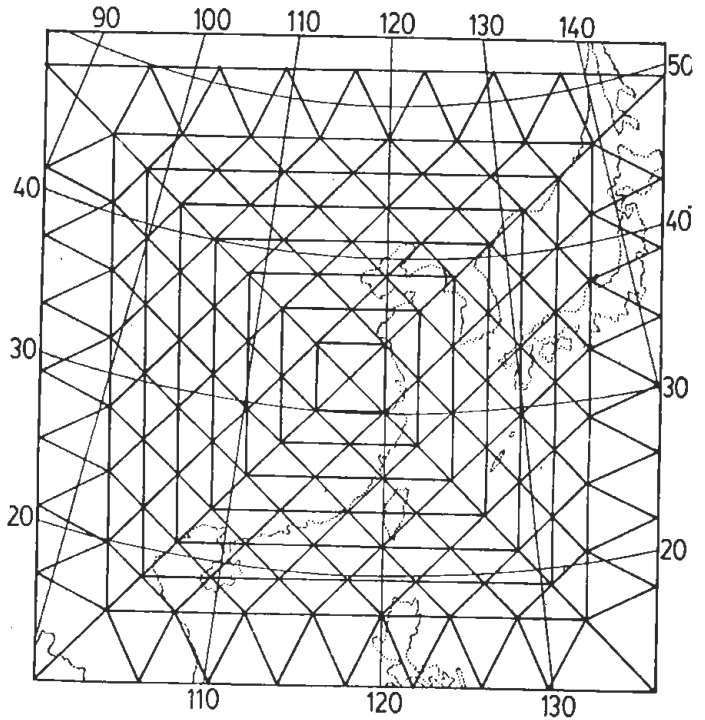


圖1 第一種有限元素網格系統  
Fig.1 First finite element grid system used in this study.

我們首先把考察範圍分為許多三角形元素。本研究使用最簡單的二維線性三角形元素，每個元素具有三個節點。圖1顯示本研究使用的第一種有限元素網格系統，其中有256個元素，共有145個節點。圖2是本研究使用的第二種有限元素網格系統，共有314個元素，172個節點。在一元素中，某一變數如  $u$  可用線性內插多項式表示

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \tag{4}$$

一元素中三個節點  $i, j, k$  上的坐標和變數值  $u_i, u_j, u_k$  若已知，可以代入(4)式求得  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 。因此，(4)式變為

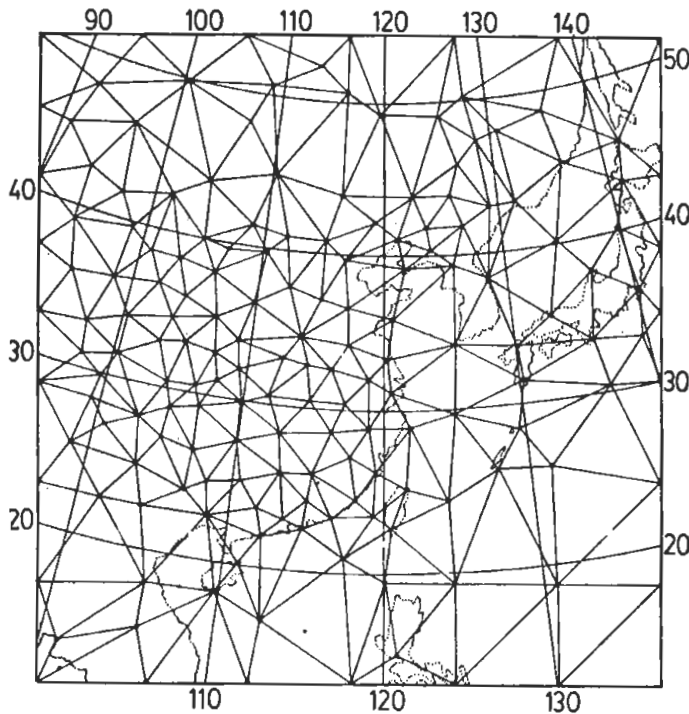


圖 2 第二種有限元素網格系統  
Fig.2 Second finite element grid system used in this study.

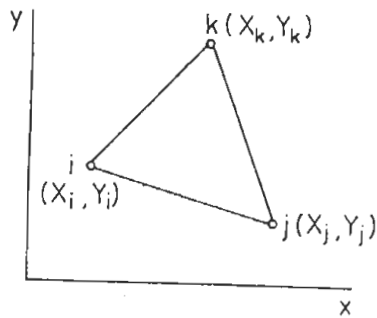


圖 3 二維線性三角形元素  
Fig.3 The two-dimensional simplex triangular element.

其中

$$u = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k \quad (5)$$

$$N_i = \frac{1}{2A} ( a_i + b_i x + c_i y )$$

$$N_j = \frac{1}{2A} ( a_j + b_j x + c_j y )$$

$$N_k = \frac{1}{2A} ( a_k + b_k x + c_k y )$$

$$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j \quad a_j = X_k Y_i - X_i Y_k$$

$$b_i = Y_j - Y_k \quad b_j = Y_k - Y_i$$

$$c_i = X_k - X_j \quad c_j = X_i - X_k$$

$$a_k = X_i Y_j - X_j Y_i$$

$$b_k = Y_i - Y_j$$

$$c_k = X_j - X_i$$

此處  $( X_i , Y_i )$  ,  $( X_j , Y_j )$  和  $( X_k , Y_k )$  分別為  $i$  ,  $j$  ,  $k$  三個節點的座標 ( 圖 3 ) ,  $A$  為三角形的面積。  $N_i$  ,  $N_j$  和  $N_k$  稱為形狀函數 ( shape function ) 。 其他的變數也可用節點值和形狀函數表示

$$v = N_i v_i + N_j v_j + N_k v_k \quad (6)$$

$$m = N_i m_i + N_j m_j + N_k m_k \quad (7)$$

$$\delta = N_i \delta_i + N_j \delta_j + N_k \delta_k \quad (8)$$

我們可以用 Galerkin 近似把 (2) 式轉換為局部有限元素方程式 ( Chung 1978 )

$$\iint \left[ \delta - m^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] N_r dx dy = 0 \quad r = i, j, k$$

將 (5) , (6) , (7) , (8) 四式代入上式 , 計算出積分式 , 可以得到下列局部有限元素方程式 :

$$2A \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \end{bmatrix} = ( b_i u_i + b_j u_j + b_k u_k + c_i v_i + c_j v_j + c_k v_k )$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_i \\ m_j \\ m_k \end{bmatrix}$$

$$= ( b_i m_i + b_j m_j + b_k m_k )$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}$$

$$-(c_i m_i + c_j m_j + c_k m_k)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_k \\ v_j \\ v_i \end{pmatrix}$$

每個元素都有局部有限元素方程式，假如總共有  $n$  個節點，每個局部有限元素方程式都可擴大為  $n$  個方程式，然後組合起來就可以得全域有限元素方程式 (global finite element equation)。組合的過程可參閱 Chung 1978 和 Segerlind 1976。全域有限元素方程式具有  $n$  個聯立代數方程式，解出此方程式就可得到每個節點在某一定壓層的輻散值。

$n$  個聯立代數方程式，其係數矩陣 (coefficient matrix) 是  $n \times n$  的對稱方陣。若  $n$  很大時則所需的計算機記憶和計算時間非常龐大。我國氣象學家從事東亞地區的天氣分析與預報的研究，大致使用三四百個網格點。以有限元素法的觀點來看，就是使用三四百個節點，每個節點若只有一個未知數，係數矩陣就需要十萬個記憶，這是大型計算機所無法處理的問題。有限元素法得到的係數矩陣大致有三個特點。第一點是係數矩陣是對稱的，第二個特點是係數矩陣中非零項很少，第三個特點是非零項集中在對角線附近，也就是說係數矩陣具有一定的帶寬 (bandwidth)。假如特別考慮係數矩陣的特性，使用特定的矩陣儲存法，可以減少矩陣所需的記憶。使用變寬帶矩陣的儲存方法 (Bath 與 Wilson 1976, Fellipa 1975) 可以使上述的十萬個記憶減少到一萬個，因此計算機可輕易處理。此外在解聯立方程式方面，現在也發展出許多有效的解法 (如 Fellipa 1975)，可以節省許多計算時間。

本研究使用兩種有限元素的網格系統。第一種網格的節點分布比較規則 (圖 1)，這些節點是有限差分法的  $20 \times 19$  個方形網格點的一部份。第二種網格系統的節點大部份在測站上，也就是把測站當作節點，然後畫出許多大小不同的三角形元素。為了避免在測站稀少地區元素會太大而產生計算問題，本研究在西太平洋海面 and 東南亞測站稀少地區多加了一些不是測站的節點。此外在考察範圍的邊

界上也多加了一些節點，以便得到了節點上的垂直速度值以後，能把它們內插到正方形的網格上，以利於印出結果和繪出等值線。第一種網格系統共有 256 個元素，145 個節點，半帶寬 (half band-width) 為 20，係數矩陣需要 2029 個記憶。第二種網格系統有 314 個元素，172 個節點，半帶寬為 40，係數矩陣需要 2949 個記憶。

### 三、研究結果

本研究使用的資料取自民國 64 年 6 月 10 日格林威治標準時間零時的天氣資料。圖 4 為海平面氣壓，當時副熱帶太平洋高壓與鄂霍次克高壓間的梅雨鋒面自日本向西南延伸，經過琉球、台灣到達華南地區，蒙古高壓位於中國大陸北部。本研究使用兩種有限元素的網格系統，垂直方向則用有限差分法，其垂直微分項採用不等間距差分法 (Sundqvist 與 Veronis 1970)，以適應各不等間距定壓

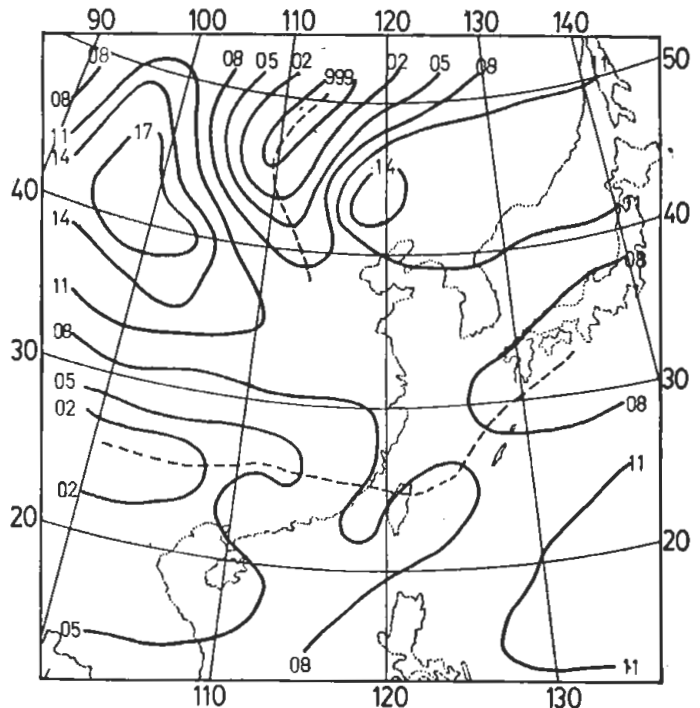


圖 4. 海平面氣壓 (實線)，單位為 mb 與鋒 (虛線)。1975 年 6 月 10 日 0000 GMT。  
Fig. 4 Surface map with sea level isobar (mb, solid line) and surface front (dashed line). Synoptic time is 0000Z, 10 June 1975.

層的天氣資料。本研究的底層邊界定在 1000 mb，頂層邊界定在 50 mb，這兩層的垂直速度均假設為零。本研究共使用 850 mb，700 mb，500 mb，300 mb，200 mb 和 100 mb 等六個定壓層的觀測風速分量  $u$  和  $v$ ，因此可用有限元素法求得這六層的輻散。利用(3)式可以由底層往上層積分，得到 925 mb，775 mb，600 mb，400 mb，150 mb，75 mb 各層的垂直速度，最後把這幾層的垂直速度線性內插到六個定壓層上。

上面說過，本研究採用兩種水平的網格系統。第一種網格系統的節點是有限差分法的  $20 \times 19$  個網格點的一部。節點上的風速分量完全是由主觀分析值內插得到。因此第一種網格系統的資料和有限差分法的資料完全一樣。第二種網格系統的節點經大部份在測站上，測站稀少地區和四周邊界上則另加 35 個節點，新加的節點上的風速分量完全用主觀分析值內插得到，而測站上的節點則大部使用原始探空風速資料，但是為了避免原始資料可能會有錯誤，若觀測值與主觀分析值之差大於 3 m/sec，則此測站上的風速分量改用主觀分析值。因此第二種網格系統的風速分量值與主觀分析值有一點差異。

由於大氣大幅度運動中的垂直速度是根據某些物理的或數學的假設由其他氣象變數計算得來的，因此準確的垂直速度值無法得知。驗證各種方法求得的垂直速度的正確性必須依靠和其他氣象變數的相關以及天氣系統的環流型式來決定。本研究的主要目的在探討使用有限元素法求垂直速度的可行性，因此我們把有限元素法的結果和有限差分法的結果比較。曾氏(1979)曾用有限差分法計算出此個案的垂直速度場，因此本研究把曾氏(1979)當作比較的標準。

通常上升運動大部分佈在槽線的東方或南方，而下降運動在脊線的東方或南方。換句話說，上升運動分佈在槽線的前方，而下降運動分佈在槽線的後方。有限差分法所得的 500 mb 的垂直速度在圖 5，有限元素法所得的垂直速度在圖 6（第一種網格系統）和圖 7（第二種網格系統）。觀察以上三圖，我們可以發現三個結果均和上述的原理相符。由這三圖中我們可以看出，主要的上升運動分佈在梅雨鋒面上，即由九州向西南延伸，經過琉球、東海到達長江中下游，此外在黃土高原上，亦即中緯度槽線的前方，也有旺盛的上升氣流。主要的下降運動分佈在山東半島附近以及中國東北，這屬於梅雨槽線後方的下降運動，在中國大陸西北地區也有

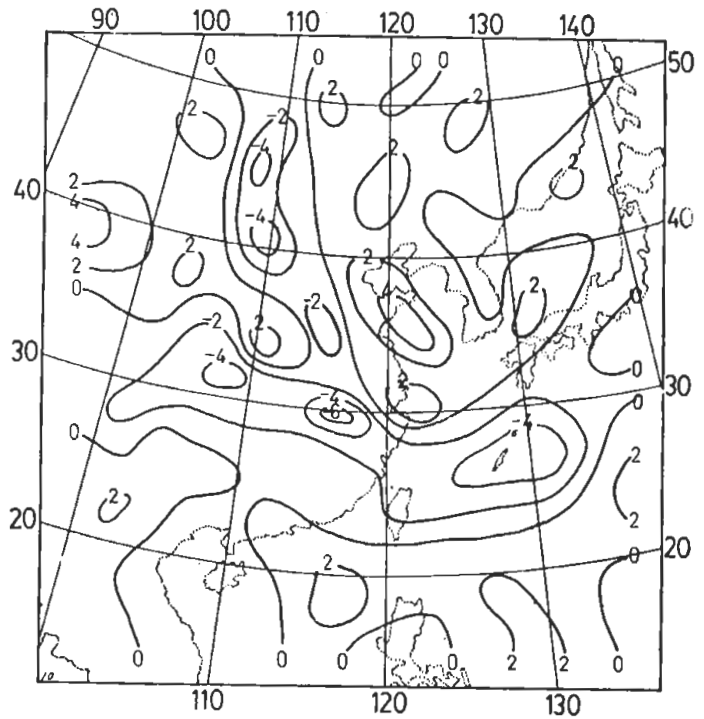


圖 5. 有限差分法求得的 500 mb 垂直速度  
Fig. 5 500 mb vertical velocity (microbar/sec) computed by finite difference method.

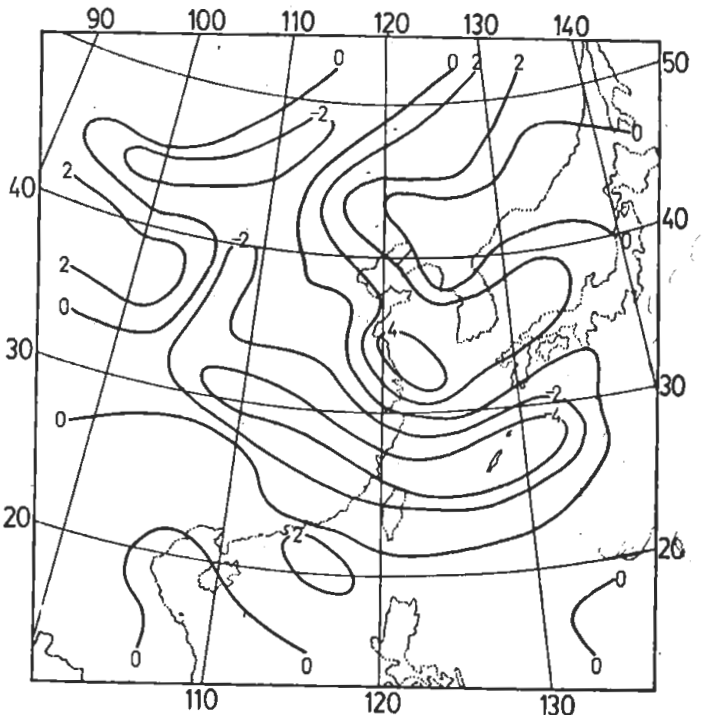


圖 6. 有限元素法第一種網格系統求得的 500 mb 垂直速度。

Fig. 6 500 mb vertical velocity (microbar/sec) computed by finite element method using the first grid system.

強烈的下降運動，這屬於中緯度槽線後方的下降氣流區域。其他尚有若干微弱的上升和下降氣流中心。例如海南島，日本海北部都有次要的上升運動，雲貴高原、東沙島附近海面以及呂宋島以東太平洋海面等處均有微弱的下降氣流。這些次要的上升下降系統在三圖中均出現。因此有限差分法的垂直速度場中的上升或下降運動系統均能在有限元素法的結果中重現出來。就大幅度垂直運動的型態而言，三種結果是互相符合的。

其次我們比較上升或下降運動中心的位置。梅雨鋒面上的上升氣流區域、梅雨槽線後方和中緯度槽線後方的下降氣流區域，在三圖中其位置均能互相符合。差異比較大的是中緯度前方的上升氣流區域（即在黃土高原）。第一種網格系統中（圖6），此處上升氣流區域為東西走向（orientation）；而在有限差分法的垂直速度圖中（圖5），此處的上升氣流區域為南北走向。此外第二種網格系統的垂直速度圖中（圖7），此處的上升氣流中心位

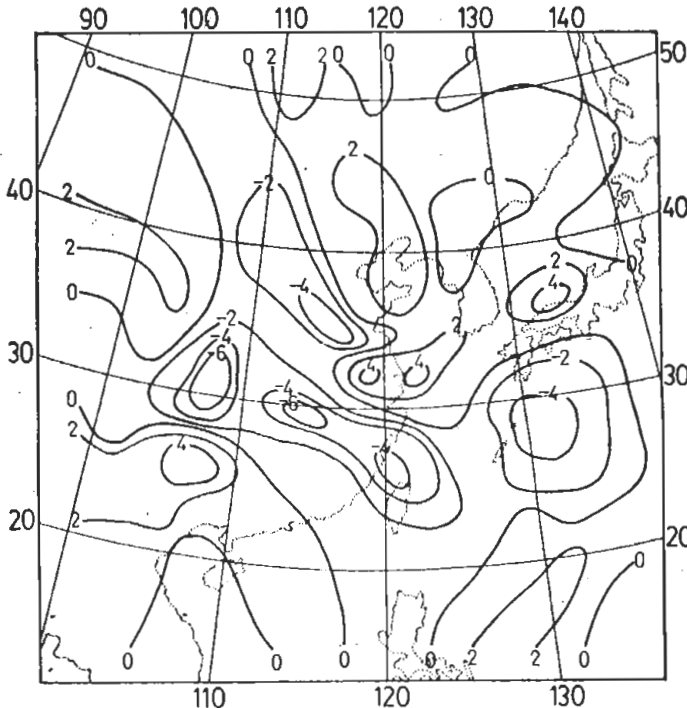


圖7. 有限元素法第二種網格系統求得的500 mb 垂直速度。

Fig.7 500 mb vertical velocity (microbar/sec) computed by finite element method using the second grid system.

置過於偏南，與有限差分法的結果有異。其他的次要的上升或下降氣流中心的位置，三種結果也是互相符合的。

表1詳細列出500 mb各上升運動和下降運動最旺盛區域中由三種方法所得到的垂直速度最大值。由表1可知，三種結果有若干差異，而以下降運動中心處比較大。在長江口以北的黃海海面，用有限元素法求得的垂直速度值幾乎比有限差分法的垂直速度值大一倍，此外在中國西北部的強烈的下降運動在有限元素法的結果中也未充分表現出來。在雲貴高原處，第二種網格系統得到的垂直速度高達 $5 \mu\text{b}/\text{sec}$ ，可是有限差分法得到的垂直速度只有 $2 \mu\text{b}/\text{sec}$ 。第一種網格系統的元素大小比較均勻，平均每個元素的面積為85000平方公里，第二種網格系統的元素其面積相差較大，平均面積約為70000平方公里。有限差分法採用正方形網格，若以有限元素法的觀點來看，則為線性的正方形元素，元素的平均面積為57600平方公里。上面說過，第一種網格系統所使用的資料和有限差分法完全一樣，因此兩者垂直速度場具有微小差異的原因在於前者的網格較為粗大。第二種網格系統使用的資料和有限差分法有些不同，而且元素平均面積也較大，不但如此，第二種網格的元素大小不均勻，這些因素會使所得的垂直速度與有限差分法的結果有較大的差異。

綜上所述，有限元素法所求得的垂直速度能與有限差分法的結果互相符合，因此能用有限元素法求大氣的垂直速度。有限元素法的優點很明顯，可以用測站當作節點，以後的分析完全在節點上進行，這樣可以免除客觀分析的步驟。所得到的結果也可以內插到規則分佈的網格點上，以利於計算機印出結果和繪出等值線。

#### 四、結語

本研究使用兩種網格系統，用有限元素法求得大氣的垂直速度，以與有限差分法的結果互相比較。研究結果顯示，用有限元素法求得的垂直速度能與天氣系統相符，也能與有限差分法的結果互為一致。因此我們能用有限元素法求大氣的垂直速度值。有限元素法求得的垂直速度場，就大幅度的垂直運動形態而言，確能充分顯示本研究個案中的主要和次要的上升或下降運動。就各上升和下降氣流中心垂直速度的最大值而言，有限元素法和有限差分

法的結果仍有若干差異，其差異起於使用資料的不同和網格系統的不同。

有限元素法中最簡單的三維元素是四個節點的四面體元素，最簡單的二維元素是三個節點的三角形元素。這兩種元素能與不規則的邊界密切吻合，因此對不規則的邊界的物理問題用有限元素法來處理比較恰當。而且元素的大小可以任意緩慢變化，因此需要粗細網格併用的問題用有限元素法處理比有限差分法有效。氣象資料是在分佈不規則的測站上觀測得來的，因此最原始的氣象資料在等壓面或水平面上的分佈是不規則的。若以氣象資料的來源而言，用有限元素法處理氣象學上的問題甚為自然。氣象資料在垂直方向除了在底部邊界如海平面或地面外，均在等壓面上，因此絕大部份的氣象問題只用二維的三角形元素就可處理，這樣可以避免使用三維元素時標註節點號碼的困難。假如要處理三維的氣象問題時，我們可以把等壓面上的變數值求出以後，在垂直方向使用有限差分法或有限元素法。

根據上述有限元素法的優點，有限元素法將來在天氣分析與預報上的用途可能有下列諸點：

1 變分最佳分析 所有的變分最佳分析問題用有限元素法來處理比較自然，因為可以直接由變分原理得到有限元素方程式，而不必經由變分原理得到 Euler-Lagrange 方程式，然後再求此微分方程式之解。

2 微細網格數值預報 有限區域微細網格的數值天氣預報用有限元素法處理比較方便。元素大小可緩慢變化，較不會在粗細網格交界處誘導出雜波，而影響整個預報場。

3 全球預報 全球或半球預報採用有限元素法較不會在南北極地區產生計算問題。

4 數值程式的設計 微分方程式的 Galerkin 近似能自動滿足原方程式所具有的二次的守恒定律 (quadratic conservative laws) (Fix, 1975)。因此可以用有限元素法設計數值程式，滿足原方程式的守恒定律，以抑止在數值預報過程中雜波的產生。

以上諸點可做繼續研究的方向。

## 五、致 謝

本研究是在行政院國家科學委員會專案計劃 NSC-69M-0202-02(01) 支持下完成的。

研究助理中興和台大大大氣系學生盧孟明協助程式上機工作，著者深表謝意。

## 參考文獻

- 郭文樂與胡仲英，1975：預報電腦化之研究與設計 氣象學報第 21 卷第 2 期，18-24。
- 曾忠一，1979：客觀分析程式對垂直速度計算的影響 國家科學委員會專題計畫期終報告 中央研究院物理研究所，46pp。
- Bath, K. J. and E. L. Wilson, 1976: Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 528 pp.
- Chang, C. C., (ed.), 1977: General Circulation Models of the Atmosphere. Methods in Computational Physics, Vol. 17, Academic Press, New York, 324 pp.
- Chung, T. J., 1978: Finite Element Analysis in Fluid Dynamics. McGraw-Hill, New York, 378 pp.
- Fellipa, C. A., 1975: Solution of linear equations with skyline stored symmetric matrix. Computer and Structures, 5, 13-29.
- Fix, G. J., 1975: Finite element models for ocean circulation problems. SIAM J. Appl. Math., 29, 371-387.
- GARP, 1974: Modelling for the First GARP Global Experiment. GARP Publication Series No. 14, World Meteorological Organization, Geneva, 261 pp.
- Martin, H. C. and G. F. Carey, 1973: Introduction to Finite Element Analysis. McGraw-Hill, New York, 386 pp.
- Segerlind, L. J., 1976: Applied Finite Element Analysis. John Wiley, New York, 422 pp.
- Sundqvist, H. and G. Veronis, 1970: A simple finite difference grid with nonconstant intervals. Tellus, 22, 26-31.

上升或下降氣流發生地區		有限差分法	第一種網格	第二種網格
上升 區 域	琉球	-5.1	-4.6	-6.0
	長江下游	-6.1	-4.1	-5.1
	長江中游	-5.2	-5.4	-6.3
	黃土高原	-4.7, -4.4	-3.2, -3.2	-4.2, -3.7
	海南島	-1.8	-1.4	-1.8
下 降 區 域	黃海	2.2	4.3	4.3
	渤海	4.9	3.8	2.8
	日本海南部	3.1	3.8	4.3
	中國西北	5.3	2.8	2.8
	雲貴高原	2.0	3.4	5.0
	東沙島	2.5	2.5	1.5
	呂宋島以東海面	3.0	2.7	3.0

表 1 500 mb 上各上升和下降氣流中心的垂直速度比較單位為  $10^{-3}$  mb/sec

Table 1 Comparison of extreme values of vertical velocities ( $\mu$ b/sec) in various rising and sinking centers.

## Vertical Motion Computations by Finite Element Method

Chung-Yi Tseng

Institute of Physics, Academia Sinica and  
Department of Atmospheric Sciences, National Taiwan University

### Abstract

Kinematic omega is computed by the finite element method using two grid systems with variable element sizes for a synoptic case over East Asia during the Mei-yu season. It is found that the general patterns of the omega fields computed by finite element method are in good agreement with the synoptic weather system. Comparison of the omegas via finite element method and the finite difference method shows good agreement for the broad scale rising and sinking centers and zero lines. Possible applications of the finite element method in the numerical weather analysis and prediction are discussed for further research.