

利用 Cressman 客觀分析法於 網格化臺灣自動雨量觀測資料之探討

洪景山 曹嘉宏*

中央氣象局

(中華民國一百年二月二十二日收稿；中華民國一百年八月五日定稿)

摘 要

本研究針對 Cressman 客觀分析法，分別就影響半徑、修正次數以及測站與格點關係進行數值分析，說明逐次修訂法如何改善 Cressman 客觀分析的效能，以及系統性地探討如何建構一個有效且快速的設計，並提出其之所以可行的理由。同時將研究結果，評估其在網格化臺灣地區自動雨量觀測資料之效能。

研究結果指出，Cressman 逐步修正法將使測站的觀測增值逐步收斂為 0，影響半徑會決定觀測增值收斂的速度，影響半徑越小，觀測增值和分析場收斂的速度越快，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。Cressman 逐步修正法無可避免地會導致過度內插 (overshooting) 的問題發生，此一過度內插的問題和觀測點與格點位置的分佈有關。影響半徑越小，越少的疊代次數即可能出現過度內插的現象。當觀測點越接近分析格點時，分析值越接近觀測值，因此過度內插的問題會受到抑制。

最佳的 Cressman 逐步修正法應考慮在修訂過程中逐次減少影響半徑，如此可取得觀測所掌握的大尺度結構，並在分析場中得到觀測所呈現的極值，同時也能有效抑制過度內插的問題。

關鍵字：Cressman 逐步修正法、影響半徑

一、前言

Cressman 客觀分析法 (Cressman 1959、曾 1987) 為一種逐步修正法，在給定之猜測場下，逐步修正觀測增值，並依給定的權重內插至網格式系統中。此一客觀分析法的權重函數僅與距離有關，其概念簡單而且計算快速、方便，在大部分情況下可以得到不錯的分析品質。Cressman 客觀分析法於 1970 年代早期被美國國家氣象中心 (National Meteorological Center) 採用，做為數值天氣預報系統之客觀分析技術。時至今日，Cressman 客觀分析法仍被廣泛應用於氣象資料之客觀分析，以做為各式研究或作業發展之用 (Ghirardelli and Glahn 2010、Chen et al. 2010、Irving et al. 2010、Collis et al. 2010)。

臺灣地區地形複雜，地面觀測系統受限於地形，其空間分佈非常不均勻，而產製網格式之氣象觀測產品，不論在研究或作業應用都有其必要性。但必須注意的是，網格式氣象觀測產品的品質要求會因不同目的而有所不同。例如做為模式初始場，網格式資料必需考慮到變數之間的平衡和猜測場所提供的誤差統計資訊等，因此，最好的初始場是要能得到最好的預報結果；在這前提下，格點分析場不必然要和觀測一致。而做為天氣分析和校驗的目的，網格式資料必須忠於觀測系統所提供的資訊，也就是在靠近觀測點附近的格點分析場應該要和觀測一致，而分析場應該盡量避免產生觀測所沒有的資訊，例如特定擬合函數下產生的過度內插 (overshooting) 問題。

李 (2009) 系統性地討論包括距離平方倒數權重法、Cressman 客觀分析法、Barnes 客觀分析法 (Barnes 1964)、最佳內插法 (Gandin 1965)、普通克利金法、以及通用克利金法 (Bras and

Rodriguez-Iturbe 1985、Kitanidis 1993) 等應用於臺灣地區地面溫度觀測網格式之可行性評估，研究指出，無論使用何種內插法，當使用平地測站估計高山格點溫度時，將會產生低估的現象，反之，當使用高山測站估計平地格點溫度時，將會產生高估的現象。因為臺灣地區平地較山區有更多的測站，因此整體來說會有低估的偏差。但使用通用克利金法對於網格式地面溫度觀測可以取得極大的優勢，不僅內插誤差的均方根較小，同時系統性低估的程度也較小。此外，除了克利金法外，其他的分析方法都有相鄰測站導致過度權重的問題，這必須透過篩選測站 (data thinning) 方得以解決。惟使用克利金法需要大量的歷史資料以建構測站彼此之間的協方差矩陣，技術門檻也較高。

本研究主要是針對 Cressman 客觀分析法，分別就影響半徑、修正次數以及測站與格點關係進行數值分析，說明逐次修訂法如何改善 Cressman 客觀分析的效能，以及系統性地探討如何建構一個有效且快速的設計，並提出其之所以可行的理由。同時將研究結果，評估其在網格式臺灣地區自動雨量觀測資料之效能。希望能在 Cressman 客觀分析法的基礎上，提供雨量觀測資料格點化的建議，以做為天氣分析與校驗之用。第二、三章分別簡介 Cressman 逐步修正法與實驗設計，第四章討論使用 Cressman 逐步修正法進行雨量客觀分析可能遇到的問題與解決方案，最後則是結論。

二、Cressman 逐步修正法介紹

Cressman 客觀分析法為一種逐步修正法，在格點上第 n 次修訂的分析場可由影響半徑範圍 (R) 內的觀測值權重取得：

$$A_i^n = F_i^{n-1} + \frac{\sum_{k=1}^N W_{ik} \cdot (O_k - F_k^{n-1})}{\sum_{k=1}^N W_{ik}} \quad (1)$$

其中 i 為網格點， k 為測站， N 是影響半徑內的測站總數。 O 為觀測， F 為猜測值，在本研究中 F^{n-1} 即為 A^{n-1} ，第一次分析時猜測場設為 0 。另外， F_k 由 F_i 經雙線性內插取得。 $A_i^n - F_i^{n-1}$ 稱為分析增值 (analysis increment)， $O_k - F_k^{n-1}$ 稱為觀測增值 (observation innovation)。 W_{ik} 為權重函數，表為

$$W_{ik} = \begin{cases} \frac{R^2 - r_{ik}^2}{R^2 + r_{ik}^2}, & \text{if } r_{ik} < R \\ 0, & \text{if } r_{ik} > R \end{cases} \quad (2)$$

R 為影響半徑， r_{ik} 是格點和測站的距離。(2) 之權重函數為距離的函數，當 r_{ik} 越小或 R 越大時，觀測點對格點的權重越大，權重函數對 R 和 r_{ik} 的關係如圖 1。

Cressman 客觀分析法為各向同性，具有簡單、計算快速、可導入猜測場資訊等優勢，但其無法涵蓋觀測誤差的資訊，也無法表達觀測點彼此之間的關係，同時分析品質和測站分佈有密切關係，影響半徑的決定需主觀判斷等因素，為其不足之處。

三、實驗設計

本研究使用中央氣象局 467 個自動雨量站 (測站分佈如圖 2)，針對 2010 年 9 月 19 日 0000 UTC 至 9 月 19 日 0300 UTC，凡那比颱風侵台期間之 3 小時累積雨量，使用 Cressman 客觀分析法將雨量觀測內插至經度 $118^\circ \sim 123^\circ$ 、緯度 $21^\circ \sim 26.5^\circ$ ，解析度為 0.04° 之網格系統中，並分析 Cressman 客觀分析法各個參數對雨量客觀分析

的影響，以及提出最佳的內插策略。其目的是要做為天氣分析和校驗之用，因此客觀分析結果必須忠於觀測系統所提供的資訊，也就是在靠近觀測點附近的格點分析場應該要和觀測一致，而分析場應該盡量避免產生觀測所沒有的資訊。

四、分析與討論

圖 3 是使用不同影響半徑 (R) 之單次 Cressman 分析結果。圖中顯示，當影響半徑逐漸增加時，分析的結果趨於平滑，這是合理的結果；因為影響半徑越大，對格點有影響的觀測也就越多，觀測資料經權重後使得分析場趨於平滑。反過來說，當影響半徑太小時，有可能導致分析場出現沒有觀測到的小尺度現象以及許多空隙，如圖 3a 所示。此外，圖 3 也顯示分析的極值隨著影響半徑增加而減小， R 由 0.12° 、 0.16° 增加至 0.20° 時，分析場於臺灣中部地區的極值分別為 183.5、171.4 和 118.1 mm，觀測最大值則為 183.5 mm。在實務上，我們通常希望分析場能保有一定程度的大尺度結構，但又能掌握觀測所呈現的極值。單次 Cressman 客觀分析法的分析結果由影響半徑決定，當影響半徑增加，分析場趨於平滑時，極值卻也同時減少，因此單次 Cressman 客觀分析法的分析結果，單憑調整影響半徑的大小很難達到我們在客觀分析實務運作上的要求。

為了使分析場能保有一定程度的大尺度結構，但又能掌握觀測所呈現的極值，在此使用 Cressman 逐步修正法，也就是(1)式中第 1 次分析的 F 設為 0 ，第 2 次的 F 是第一次的分析場，第 2 次的分析我們就稱為 1 次疊代之後的分析，以此類推。圖 4 為影響半徑 0.20° ，但分別為疊代 2 次和 3 次之後的分析結果。和圖 3c (影響半徑同為 0.20°) 比較，3 個分析場的平滑度相去不遠，

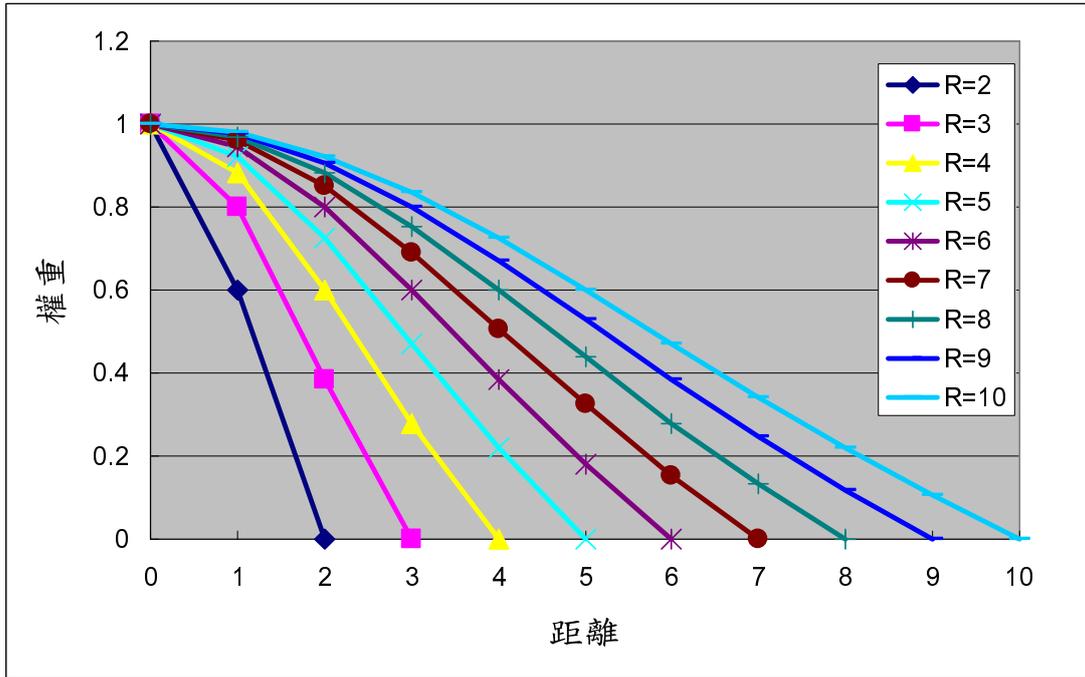


圖 1 Cressman 客觀分析法之權重函數對 R 和 r_{ik} (單位為公里) 的關係。

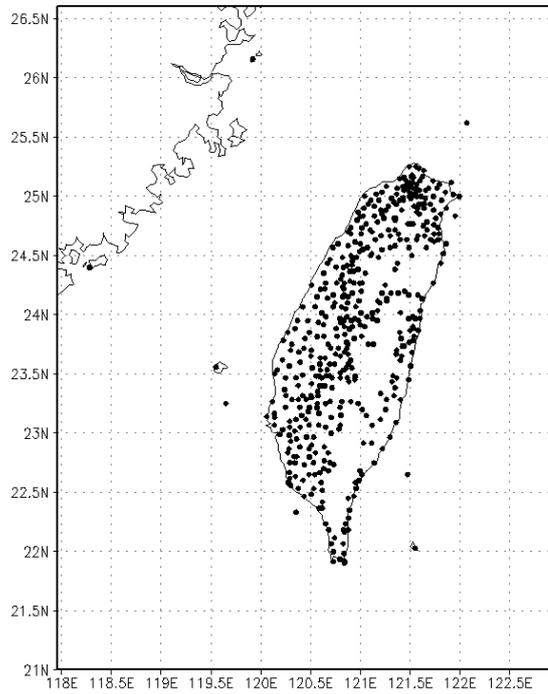


圖 2 中央氣象局自動雨量站分佈圖，總共 467 站。

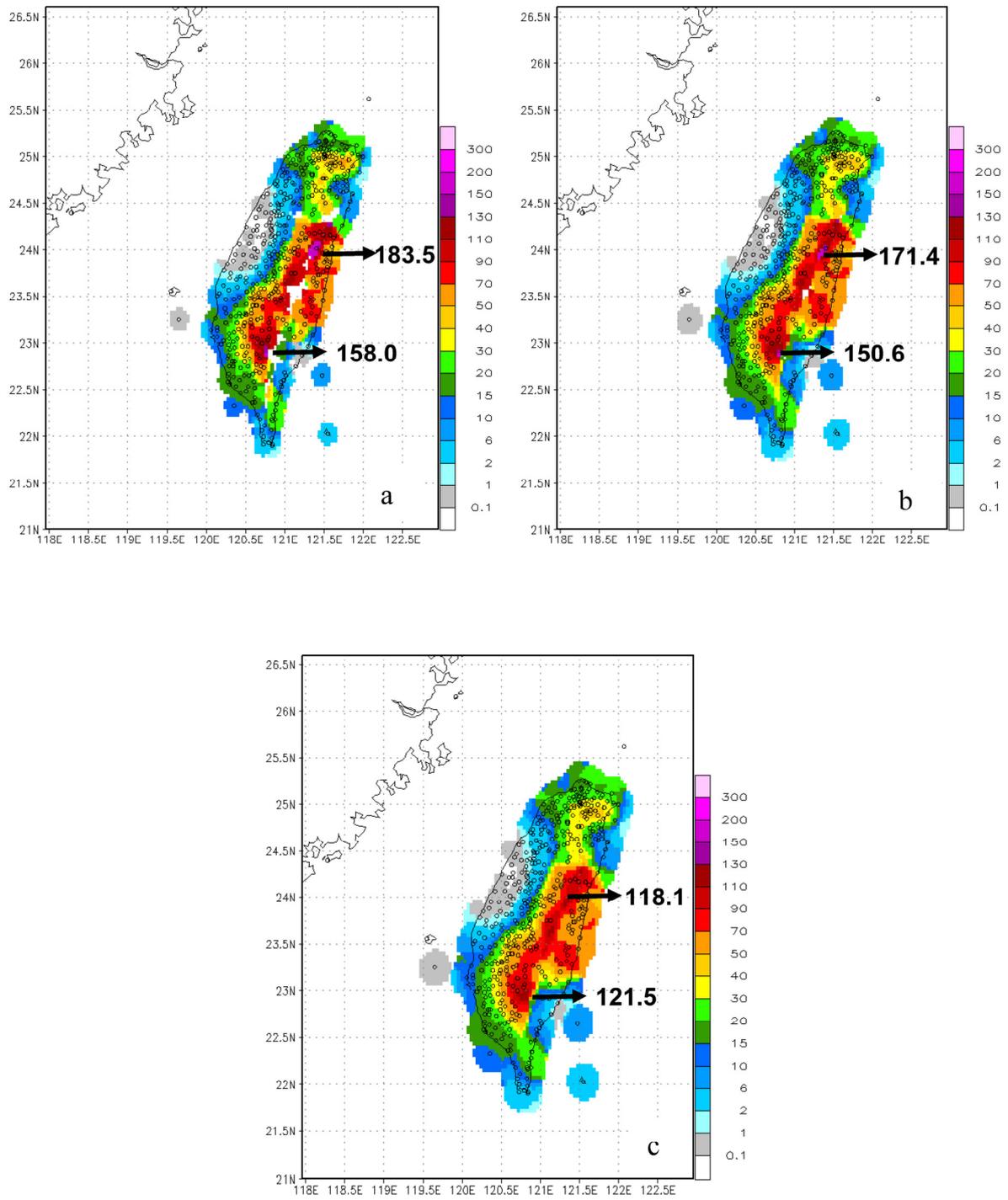


圖3 不同影響半徑 (R) 之分析結果, a、b、c 分別為 $R = 0.12^\circ$ 、 0.16° 和 0.20° , 空心圓點為測站的位置。

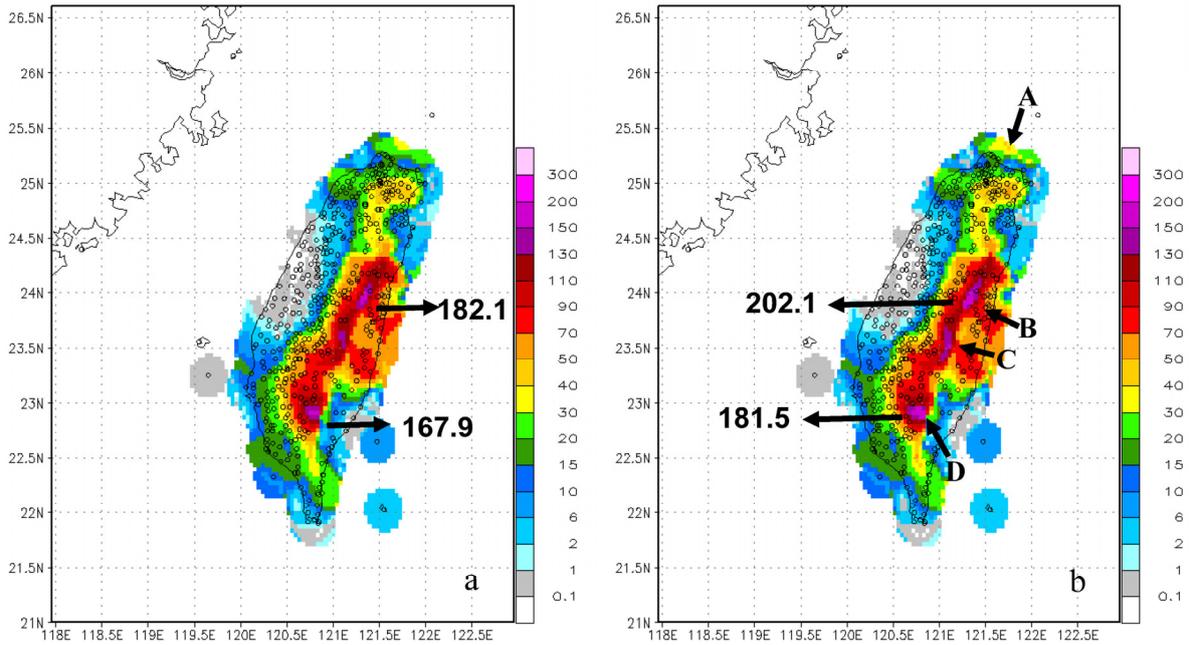


圖4 影響半徑為 0.20° ，但疊代2次 (a) 和3次 (b) 之分析結果。

但隨著疊代修正次數的增加，臺灣中部地區分析的極值也隨之增加，分別由圖 3c 之 118.1 mm 增加至 182.1 mm (圖 4a) 和 202.1 mm (圖 4b)。這是因為我們將每次疊代之後的觀測增值經權重後疊加到前一次的分析場之上，因此使用 Cressman 逐步修正法似乎可以改善單次 Cressman 客觀分析的不足之處，也就是能使分析場保有一定程度的大尺度結構，但又掌握觀測所呈現的極值。但圖 4 同時顯示出另一個嚴重的問題，也就是當使用 Cressman 逐步修正法會產生比觀測更大的極值，如圖 4b，疊代3次的極值(202.1 mm)大於觀測的極值(183.5 mm)，這相當於過度內插(overshooting)的問題。此外，圖 4b 顯示分析場局部極值均發生在觀測所不及之處，如圖 4b 之 A、B、C、D。所以，我們有必要瞭解使用 Cressman 逐步修正法如何導致過度內插的過程，並亟思防範之道，以取得最佳的使用策略，

這是本文的研究重點。

為進一步探討 Cressman 逐步修正法導致的過度內插問題，在此使用一簡化的環境來進行分析。考慮一個一維系統，格點座標分別為 1、6 和 11，觀測座標為 3.5 和 8.5，並分別標示為 G1、G2、G3、O1 和 O2，O1 和 O2 之觀測分別為 183.5 mm 和 94 mm。圖 5 為影響半徑 10，不同疊代次數(實線)之分析場。圖中顯示，隨著疊代次數增加，座標 3.5 和 8.5 之觀測增值逐次減少，最終收斂並趨近於 0，這符合逐次修正的預期。因為觀測和格點座標位置均勻分佈，因此 G2 的分析場為 O1 和 O2 的平均，這相當於內插的過程，分析值不隨疊代次數的增加而改變。O1 的觀測增值為正、O2 的觀測增值為負，G1 之分析增值為 O1 和 O2 之觀測增值的權重，權重分別為 0.88 和 0.28，因此 G1 每次的分析都會有正的分析增值，反之，G3 的分析每次都會有負的分析增值。和觀

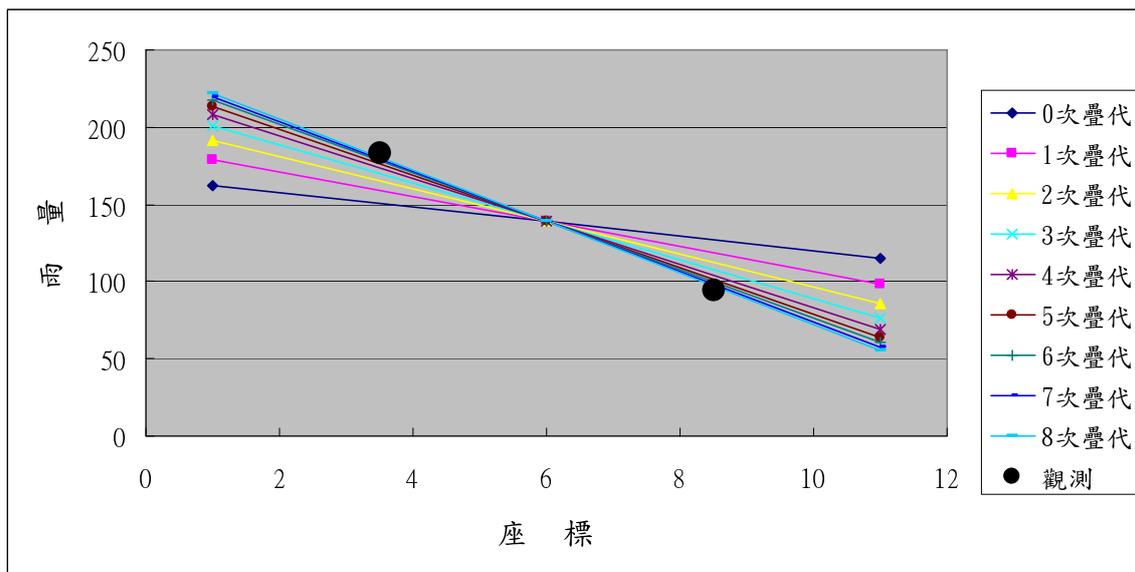


圖 5 不同疊代次數（實線）之分析場（G1、G2 和 G3）與觀測（黑點，O1 和 O2），橫軸為座標位置，縱軸為雨量（mm）。

測增值類似，逐次修正的分析增值隨著修正次數的增加而減小，最終收斂並趨近於一個定值，這些分析增值逐次累加的結果最終導致過度內插的現象。

以上例子顯示，單次的 Cressman 客觀分析法不會產生過度內插的問題，在 Cressman 逐步修正法，於類似圖 5 的網格和測站分佈情形下，G1 和 G3 的分析相當於外插過程，雖然 O1 和 O2 的觀測增值在逐次修正中會趨近於 0，但分析增值逐次累加的結果卻導致過度內插，圖 4b 之 A、B、C、D 等處之過度內插的現象也都是發生在缺乏觀測的地方，其形成的道理和 G1 或 G3 是一樣的。所有類似 Cressman 逐步修正法的客觀分析法，包括距離平方倒數權重法、Barnes 客觀分析法等，只要是使用逐步修正，都無可避免地會有以上過度內插的問題。

圖 6 是考慮不同影響半徑下觀測增值和 G1

格點分析場隨疊代次數之變化。圖中顯示，觀測增值隨著逐次修正次數的增加而逐漸變小，最終收斂趨近於 0，但收斂速度隨著影響半徑的增加而減緩。因為觀測增值在逐次修正中收斂且趨近於 0，分析增值也會收斂，最後，無論影響半徑為何，分析場最終都達到一個常數；但影響半徑較小時，其收斂的速度較快。因此，Cressman 逐步修正法中，影響半徑會決定觀測增值和分析增值在逐次修正中減小的速度，但只要修正的次數夠多，分析場會收斂到一個定值，此一定值不會因影響半徑不同而有所不同。對本案例之 G1 格點而言，不管影響半徑為何，此一分析場最後均將收斂，但過度內插至 228.25 mm。更進一步引伸，Cressman 逐步修正法中產生過度內插的問題和觀測點與格點位置的分佈有關，和影響半徑沒有直接的關係。但在有限修正次數下，影響半徑越小，觀測增值和分析場收斂的速度越快，我們可以在有限的疊代次數中將觀測增值減小到可以

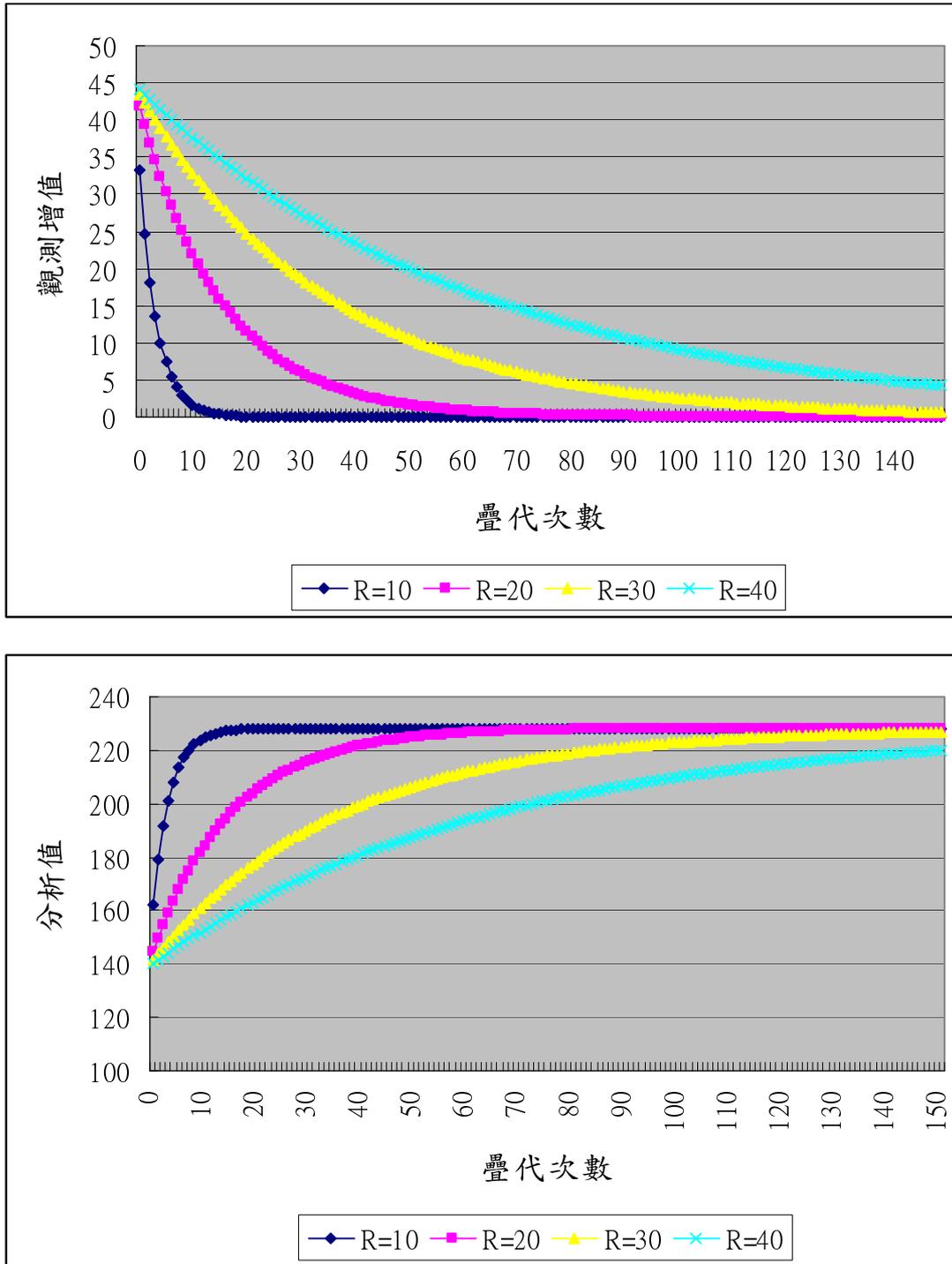


圖 6 O1 點之觀測增值 (a) 和 G1 點之分析場 (b) 在不同影響半徑下隨疊代次數之變化。

接受的程度，換言之，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。相對地，當影響半徑很大時，各個觀測幾乎都有相同的權重，這時候逐次修正法每次修正的量就很小，對分析場調整的效率較差。再者，如果分析場會有過度內插的情形，影響半徑越小，其導致過度內插的現象會越快出現。

為進一步探討觀測點與格點位置分佈對分析場的影響，圖 7 將 O1 的座標由 3.5 改為 2，如此更接近 G1。圖中顯示，因為 O1 和 G1 的距離變小，因此 O1 的觀測增值對 G1 的分析場權重變大，G1 的分析場會更接近 O1 的觀測值，最終 G1 的分析值收斂至 199.2 mm，和圖 6 相比（收斂至 228.25 mm），過度內插的程度減小了。因此，當觀測點越接近分析格點時，分析值越接近觀測值，因此過度內插的問題也會受到抑制。

圖 8 則是將 O1 和 O2 觀測點座標改為 4 和 8，等於增加觀測場的梯度。圖中顯示，當觀測場的梯度增加後，過度內插的程度也隨之增加，雨量分析值最後收斂至 250.63 mm。台灣地區山區雨量通常較大，平地雨量較小，因此容易產生觀測雨量梯度較大的現象，此亦使得過度內插的可能性和嚴重性增加。

綜合以上之分析，Cressman 逐步修正法中，影響半徑會決定觀測增值收斂的速度：影響半徑越小，觀測增值和分析場收斂的速度越快，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。過度內插的問題和觀測點與格點位置的分佈有關，影響半徑越小，觀測增值收斂的速度越快，如果有過度內插的問題，其也將越快出現。當觀測點越接近分析格點時，分析值越接近觀測值，因此過度內插的問題也會受到抑制。所以根據以上之分析，我們可以擬定一個分析的策略：在逐次修正過程

中逐步減小影響半徑，其效益為：

1. 第一次分析使用較大的影響半徑，可以取得觀測所呈現的大尺度結構。
2. 第 2 次以後影響半徑逐次變小，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。
3. 因為影響半徑變小，(2)式中顯示只有越靠近分析格點的觀測站才會對分析有影響，因此可以有效抑制過度內插的問題。

圖 9 為根據以上的設計理念，將圖 4 之個案，配合測站分佈的密度以及根據主觀測試的結果，分別使用 0.20° 、 0.10° 和 0.07° 之影響半徑所做的 2 次疊代分析。圖中顯示，其分析結果在大尺度結構和圖 3c 類似，但同時也取得觀測的極值，最重要的是在此沒有過度內插的問題產生，分析的極值為 182.9 mm，此和觀測極值 183.5 mm 相當。此一分析結果符合使用 Cressman 逐步修正法做為天氣分析和校驗的目的：客觀分析結果必須忠於觀測系統所提供的資訊，也就是在靠近觀測點附近的格點分析場應該要和觀測一致，同時分析場也沒有產生觀測所沒有的資訊。

五、結論

本研究主要是使用傳統的 Cressman 客觀分析法，針對臺灣地區自動雨量網的觀測資料進行網格化研究，並評估 Cressman 客觀分析法的最佳使用策略，其目的是希望能在 Cressman 客觀分析法的基礎上，提供雨量觀測資料格點化的建議，以做為天氣分析與校驗之用。

在實務上，我們通常希望分析場能保有一定程度的大尺度結構，但又能掌握觀測所呈現的極值。單次 Cressman 客觀分析法的分析結果由影響半徑決定，當影響半徑增加，分析場趨於平滑時，

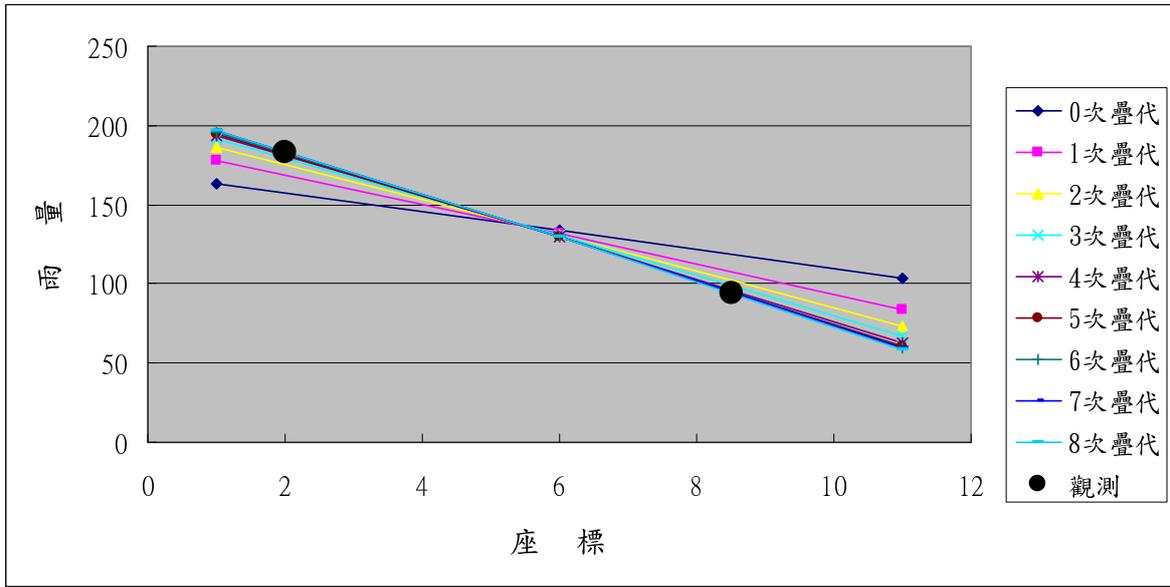


圖7 同圖5，但 O1 觀測點座標為 2。

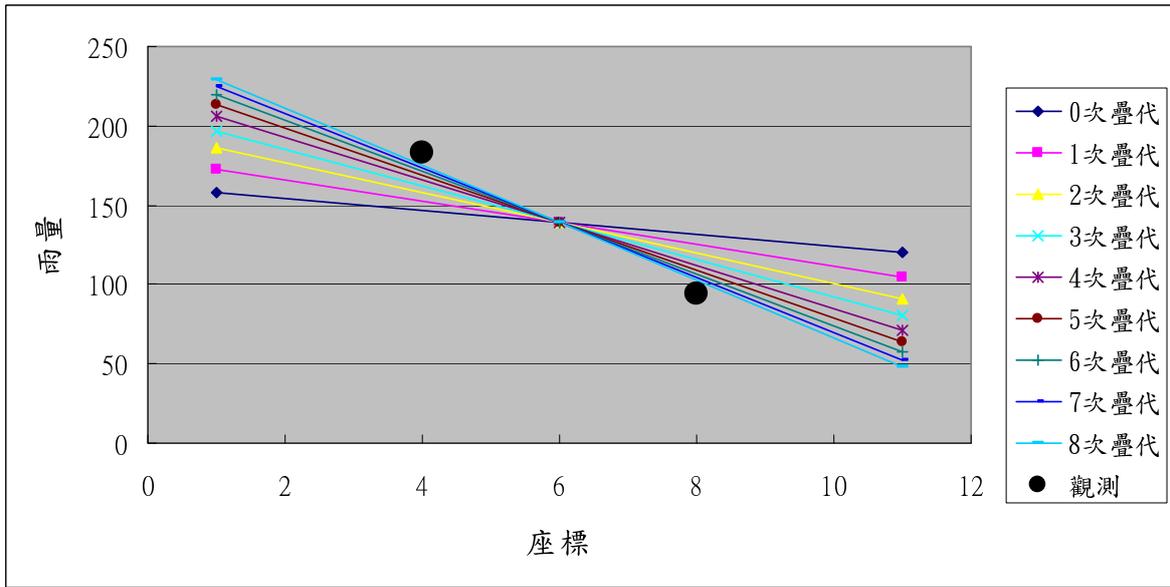


圖8 同圖5，但 O1 和 O2 觀測點座標為 4 和 8。

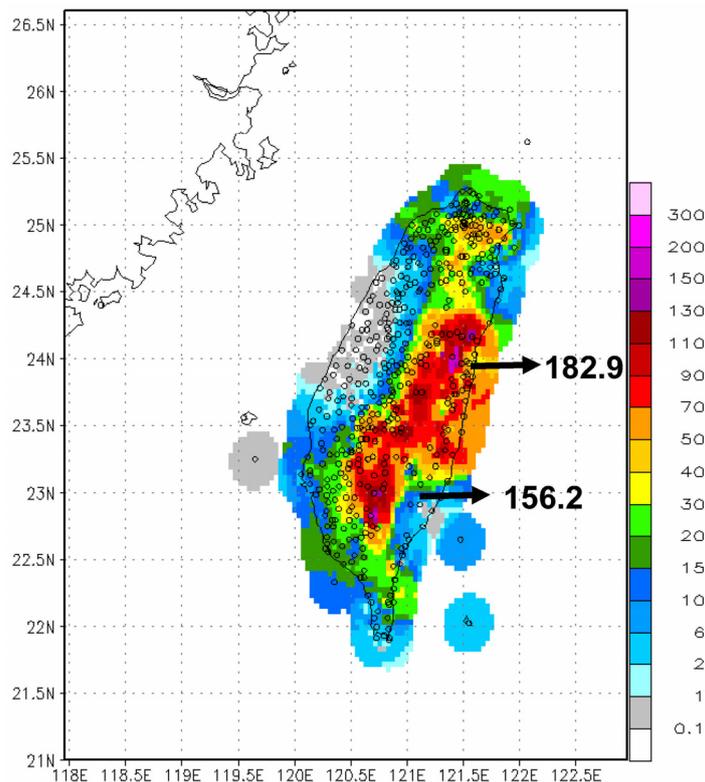


圖9 同圖4 但為2次疊代，影響半徑分別為 0.20°、0.10°和 0.07°的分析結果。

極值卻也同時減少，因此單次 Cressman 客觀分析法的分析結果，單憑調整影響半徑的大小很難達到我們在客觀分析實務運作上的要求。

為了使分析場能保有一定程度的大尺度結構，但又能掌握觀測所呈現的極值，在此使用 Cressman 逐步修正法進行客觀分析。使用 Cressman 逐步修正法可以改善單次 Cressman 客觀分析的不足之處，也就是能使分析場保有一定程度的大尺度結構，但又掌握觀測所呈現的極值。但使用 Cressman 逐步修正法會產生分析比觀測更大的極值，也就是過度內插 (over shooting) 的問題。

在一個簡化的實驗設計下，於類似圖 5 的網格和測站分佈情形中，G1 和 G3 的分析相當於外

插過程，逐步修正過程中觀測增值雖會逐次趨近於 0，但分析增值逐次累加的結果可能導致過度內插的現象，此一過度內插的問題和觀測點與格點位置的分佈有關，是逐步修正法中無法避免的現象。

進一步分析顯示，在 Cressman 逐步修正法中，影響半徑會決定觀測增值和分析增值在逐次修正中減小的速度，但只要修正的次數夠多，分析場都會收斂到一個定值，此一定值不會因影響半徑不同而有所不同。在有限修正次數下，影響半徑越小，觀測增值和分析場收斂的速度越快，因此我們可以在有限的疊代次數中將觀測增值減小到可以接受的程度，換言之，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。相對地，當影響半徑

很大時，各個觀測幾乎都有相同的權重，這時候逐次修正法每次修正的量就很小，對分析場調整的效率較差。再者，如果分析場會有過度內插的情形，影響半徑越小，其導致過度內插的現象會越快出現。進一步探討觀測點與格點位置分佈對分析場的影響，分析結果指出當觀測點越接近分析格點時，分析值越接近觀測值，因此過度內插的問題可以受到較好的抑制。最後，觀測雨量梯度越大，過度內插的可能性和嚴重性也隨之增加。

綜合以上之分析，我們可以擬定一個分析的策略：在逐次修正過程中逐步減小影響半徑，其效益為：

1. 第一次分析使用較大的影響半徑，可以取得觀測所呈現的大尺度結構。
2. 第 2 次以後影響半徑逐次變小，可更快在分析場中得到觀測所呈現的極值。
3. 因為影響半徑變小，(2)式中顯示只有越靠近分析格點的觀測站才會對分析有影響，因此可以較有效地抑制過度內插的問題。

根據以上的設計理念，在本研究中將影響半徑設為 0.20° 、 0.10° 和 0.07° 所做的 2 次疊代分析中顯示，其分析結果可以取得降水之大尺度結構，同時也能得觀測的極值，最重要的是在此過度內插的問題可以獲得較為有效地抑制，此一分析結果符合使用 Cressman 逐步修正法做為天氣分析和校驗的目的。

此外，針對 Cressman 逐步修正法所產生的過度內插問題，使用者可以在分析過程中，限定格點分析值不得超過影響半徑內的觀測值，或者限制其不得產生負的雨量，這些限制也可以有效抑制過度內插的問題。

當然，依據本研究所提出的分析策略，不同程度的調整仍會產生不同的結果。但本研究經由數值分析，在 Cressman 逐步修正法中系統性地探討如何建構一個有效且快速的設計，並提出其之所以可行的理由，此對於國內使用 Cressman 客觀分析法針對自動雨量觀測資料進行客觀分析可以有正面的效益。

致謝

作者感謝審查者針對本研究之分析策略所提出的建設性建議，讓本文得以更加完整。本研究在中央氣象局氣象資訊中心提供之計算支援以及國科會計畫 NSC 99-2625-M-052 -006 -MY3 支援下完成。

參考文獻

- 曾忠一，1987：氣象與遙測資料的客觀分析。中央研究院物理研究所，410 頁。
- 李天浩，2009：應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究。交通部中央氣象局研究計畫成果報告(MOTC-CWB-98-2M-03)，134 頁。
- Barnes, S. L., 1964: A technique for maximizing details in numerical weather map analysis. *J. Appl. Meteor.*, **3**, 396–409.
- Bras, R. L. and I. Rodriguez-Iturbe, 1985: *Random Functions and Hydrology*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Chen T.-C., S.-Y. Wang, M.-C. Yen, A. J. Clark, J.-D. Tsay., 2010: Sudden Surface Warming–Drying Events Caused by Typhoon Passages across

- Taiwan. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, **49**, 234-252.
- Collis S., A. P., K.-S. Chung., 2010: The Effect of Radial Velocity Gridding Artifacts on Variationally Retrieved Vertical Velocities. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **27**, 1239-1246.
- Cressman, G. P., 1959: An operational objective analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **87**, 67-374.
- Gandin, L. S., 1965: *Objective Analysis of Meteorological Fields*. Israel Program for Scientific Translations, 242 pp.
- Ghirardelli J., B. Glahn., 2010: The Meteorological Development Laboratory's Aviation Weather Prediction System. *Wea Forecasting*, **25**, 1027-1051.
- Irving D., I. Simmonds, K. Keay., 2010: Mesoscale Cyclone Activity over the Ice-Free Southern Ocean: 1999-2008. *J. Climate*, **23**, 5404-5420.
- Kitanidis, P. K. 1993: *Handbook of Hydrology*, edited by D. R. Maidment, McGraw Hill.

Objective Analysis of the Rain Gauge Observations by Using the Cressman Analysis Method

Jing-Shan Hong and Jia-Hong Cao

Central Weather Bureau, Taipei, Taiwan

(manuscript received 22 February 2011 ; in final form 5 August 2011)

ABSTRACT

This study is to investigate the impact factors of the Cressman objective analysis method to grid the rain gauge observations from Automatic Rainfall and Meteorological Telemetry System managed by Central Weather Bureau. The impact factors include the influence radius, number of successive correction, and the distance between the observation and grid point. The results show that the successive correction will result in the observation innovation to converge to 0, and the overshooting problem. The influence radius will speed up the convergence, while the longer distance between the observation and grid point and the larger observation gradient will enhance the overshooting problem. The optimal solution to apply the Cressman objective analysis method is to reduce the influence radius during the successive adjustment to capture the larger scale structure, the observation extreme value, and well control the overshooting problem.

Key Words: Cressman Objective Analysis Method, Influence Radius, Overshooting