氣象預報與分析第八十二期（民國69年2月）

# 物理量之數值

陳正信

## 一、緒言

去年我在中大任教時，覺得國內的同學們長於公式的推演，基礎數學也學了很多，可是一談到物理量的數值時，常感大惑不解。通常可以用數值表示的物理量，才是眞正的物理量，譬如風速是以每秒多少公尺來表示，輕微的風只有幾米每秒，可是颱風中心的風速可達到幾拾米每秒，這些數值可幫助我們了解並眞正感覺到物理量的大小，同樣是一個名詞——風速，不同的數值，却使我們覺得風的可愛與可畏。

物理量又可以簡單分成向量和非向量。方才提過的風速，如果是由南方吹來，我們可以表之以"南風幾米／秒"，於是我們除了了解速率以外，又知道其方向。這種有數值大小又有方向性的物理量，我們稱它爲向量。有些物理量如風壓、溫度等不具方向性，則我們可以非向量來表示，譬如今日最高溫度是20°C，等等。

下面我們來談談如何分析、應用物理量的概念。並舉些常見的例子作些解釋。

## 二、單位及次元分析

基礎物理中，我們知道單位有基本及導出單位，基本單位是表示一種物理量數值的基礎，而且這種單位的次元不能再分解。大氣中用到的基本單位如下：時間（T），長度（L），質量（M），溫度（$\theta$）。如果我們用c.g.s.制的單位，則T，L，M，$\theta$的單位分別是：秒，厘米，克，度。我們用m.k.s.制則其單位是：秒，米，仟克，度。一個物理量用不同的單位則數值不盡相同，例如距離爲500公里，在c.g.s.制數值爲$5\times10^7$，在m.k.s.制爲$5\times10^5$。平常用筆演算時當然不容易把兩種單位混亂起來，可是利用電子計算機時，單位是不給的，若單位不對時，則會錯上100倍或更多。所以不管是用手算或計算機計算，一定要注意是不是出於同一單位系統。

導出單位是指單位可用基本單位的組合來表示者。例如速度的單位是"$LT^{-1}$"，加速度爲"$LT^{-2}$"，力爲"$MLT^{-2}$"。數值則依單位制而定。這樣以基本單位來分析一個物理量之單位的方法，我們叫它次元分析。現在我們來分析一個比較複雜的物理量，如一個物體，單位時間、單位面積吸收的熱量，若以數學式表示則爲：

$$\frac{\text{熱量(H)}}{\text{面積(A)時間(T)}}$$

因爲熱量爲能量形式之一種所以可用能量的單位代替：H之次元以符號〔H〕表示，則

$$[H]=[MLT^{-2}]\cdot[L]=[ML^2T^{-2}]$$

而 $[A]=[L^2]$

上述物理量之單位爲

$$[ML^2T^{-2}]/[L^2]=[MT^{-2}]$$

這也就是熱通量的單位，所以不論單位多複雜，都可用基本單位表示之。

次元分析不但可以化簡單位，而且可以檢驗物理量之間的關係是否正確。例如我們要檢查以下的公式"是否正確"：

力（F）＝加速度(a)／質量(m)

次元分析爲 $[F]=[MLT^{-2}]$，

而 $\left[\frac{a}{m}\right]=[LT^{-2}M^{-2}]$

顯然上面的公式是錯誤的。

## 三、數量級、尺度分析及公式之簡化

當我們研究一個物理現象、過程或一種系統時，要把各種重要的物理量考慮進去，而那些不重要的物理量我們可以省略掉，這種檢驗的過程不是憑空而來，而必須要有所根據。通常我們以物理量的大小作爲取捨的標準。於是我們把各物理量和標準量比較，與標準量相當的必須保存，而和標準量不相當的可以捨去，如此可以簡化物理量之間的關係。這種取捨之分析方法稱爲尺度分析。

例如我們檢查一個流體是否有壓縮性，我們先把完整的流體連續方程式寫出來：

$$-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

$\rho$是流體的密度，u，v，w是在x，y，z方向的分速度。讓我們先定出標準量U，W，L，H，各爲水平速度，垂直速度，水平距離，垂直距離之尺度。

那麼 $\frac{\partial u}{\partial x}$，$\frac{\partial v}{\partial y}$ 之數量級爲 $\frac{U}{L}$，

$\frac{\partial w}{\partial z}$ 之數量級爲 $\frac{W}{H}$。

在大規模大氣中

$U\sim10^3$ cm sec$^{-1}$，

$W\sim1$ cm sec$^{-1}$，

$L\sim10^8$ cm，

$H\sim10^6$ cm。

則 $\frac{U}{L}\sim10^{-5}$ sec$^{-1}$，$\frac{W}{H}\sim10^{-6}$sec$^{-1}$。

所以 $-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}$ 之數量級可達到$10^{-5}$ sec$^{-1}$，密度變化不是很大。因此在大規模大氣中，有時可不考慮空氣之壓縮性。



如果在雲內，$W\sim10^3$sec$^{-1}$，而$L=H\sim10^6$cm，則$-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}$爲$10^{-3}$sec$^{-1}$，這種密度變化就不能不予考慮在內。因此同樣一種物理關係，在不同尺度中具有不同之關連性，在某尺度中可以省略之物理量，在另一尺度中却不能省略。

## 四、一些有趣的數值

一仟克之空氣有多重？佔有多大體積？含有多少水汽？這看來很簡單之問題，可是不容易回答，因爲這些量會因時、因地而變，可是我們可以得到一些參考值，這些值也就是我們上面講到的尺度。

一仟克之空氣在20°C，標準氣壓下體積約爲$0.830\times10^6$ cm$^3$，或0.830m$^3$。如果水汽是飽和狀態，則含有14.5克的水汽。因此一立方米的空氣約重1.2048公斤，這約爲同體積液態水重的1/1000。水汽的密度爲$1.746\times10^{-5}$ gm$^{-3}$，而乾空氣之密度爲$1.204\times10^{-3}$ gcm$^{-3}$，兩者相差了二個數量級。

研究大氣現象時常常會碰到各種不同的尺度。例如研究積雲成長的過程中，必須考慮到懸浮粒子、雲滴、雨滴、水晶、雪花、冰雹的成長及其消滅，這些粒子的尺度，比起雲內動力物理量之尺度是小了很多。下面的表列出各種雲內物理量的尺度大小（以厘米作單位）：

| | |
|---|---|
| 懸浮粒子 | $10^{-5}$ |
| 雲滴 | $10^{-4}\sim10^{-3}$ |
| 雨滴 | $10^{-2}\sim10^{-1}$ |
| 雪花 | $10^{-2}\sim10^{-1}$ |
| 冰雹 | $10^{-1}\sim10^{0}$ |
| 小亂流渦旋 | $10^{0}\sim10^{1}$ |
| 小渦旋 | $10\sim10^{2}$ |
| 動力格點距離 | $10^{4}$ |
| 雲寬 | $10^{5}$ |
| 雲高 | $10^{6}$ |

由此表知上述問題包含了11個數量級。為了考慮所有物理量之精確度，時間之尺度大概是幾秒。在平常電子計算機計算中包括了72個數量級以上，所以這種問題可用電子計算機處理。

如果我們不考慮雲內粒子之成長，只考慮動力方面的問題時，數量級減為6。因此我們可以看出各種不同的問題，考慮到的數量級也不相同。

## 五、結論

我們談了一些物理量的問題，也看到數量級、尺度的重要性，那麼我們要如何去體會這些數值的問題呢？同學們也許會以為看到一種物理量就想設法背下數量級、尺度、公式等等，這樣會背得頭昏腦脹，用起來却不切實際。公式是把一些物理量利用物理概念依照邏輯方法把它們組合而成的。每一個物理量或組成的物理量都有它們的物理意義存在。我們研究一個公式時，不但要了解前因後果，而且必須注意到數值、尺度、次元等問題，這樣我們才能把握到公式之眞正含意。

## 「魚鱗天，不雨也風顛」

「魚鱗天，不雨也風顛」這句話，是農人長年累月看看天經驗的總結，是很有科學道理的。

什麼是魚鱗天呢？就是在青蒼蒼的天空裏，緊密的排列著一些整齊的小雲片。從地面望上去，好像鏈魚的鱗片，斑斑點點十分好看。這種雲在氣象學上稱為卷積雲。

卷積雲是一種罕見的雲層，它從來不單個兒獨自漫游天際，總是跟著它的兄弟卷雲，卷層雲一起出來溜躂。為什麼它一出來不是下雨，就是刮風呢？

因為下雨和刮風的天氣，大氣裏經常有一個大漩渦似的氣旋。氣旋裏大氣很低，空氣從四面八方流向中心，所以風很大，雨很急。在它移來之前，卷雲、卷層雲好像作戰的先頭部隊一樣，總是最先襲擊氣旋所要經過的地區。因此出魚鱗的時候，表示氣旋就要過境，不下雨也要刮大風。

另外還有一句意思完全不同的話：『天上起了雨鱗斑地上晒穀不用翻』 為什麼天上起了魚鱗斑，天氣反而好了呢？魚鱗天和魚鱗斑又有什麼不同呢？原來，農夫所說之魚鱗斑，指的是透光高積雲。這積雲片比較大，看上去它的邊緣較明亮，雲塊間排列也不那麼緊密，常常露出青天，形狀好像屋頂上的瓦片。農人給這種雲取了個別名叫做瓦片雲。它出現在天空時表示大氣中暫時沒有氣旋等壞天氣系統移來，在較短時間裏天氣不會變壞，所以說地上晒穀不用翻。