

# 圖解預報技術與似地轉效應結合之發展

## Evolution of A Graphical Prediction Technique Incorporating Ageostrophic Effects

1. 簡介 最近數年已有明顯的趨勢，即將1000 mb與 500mb 圖客觀預報技術介紹至初等繪圖課程內，很多學校已將類似於 Estoque(1956) 與 Reed (1958) 之預報模式予以發展，並逐漸改良至最簡單最精確之地步。

2. Reed 模式之使用經驗，華盛頓大學已使用 1958年Reed所導出之1000mb 預報圖數年，經驗顯示出幾個有系統的缺點，至少這些缺點的一部份已被繪圖機予以修正。

第一、Reed的基本預報公式是

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{z}_0 - Z_0 + KZ_T + M + G) = - (\bar{V}_0 + kV_T + V_M + V_G) \cdot \nabla (\bar{z}_0 - Z_0 + kZ_T + M + G) + kH$$

$$M = \frac{f^2 d^2}{2gm^2} \frac{p_0 - p_s}{p_0 - p_s}$$

$$k = \frac{1}{2} \frac{f^2 d^2}{gm^2 \sigma (p_0 - p_s^2)}$$

$$\sigma = - \frac{\alpha}{g\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$$

$$H = \frac{1}{g} \int_{p_s}^{p_0} \frac{\alpha}{\theta} \frac{d\theta}{dt} dp$$

$$G = \frac{\Omega^2 d^2}{g} \int_0^{\varphi} \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{m^2} d\varphi$$

符號的意義如下

脚註

0 1000-mb

5 500-mb

s 地面

Z = 重力高度

$\bar{z}$  = 空間平均高度

$Z_T = Z_s - Z_0$

$V_g = (g/f) k \times \nabla G$

g = 重力常數

f = 地轉偏向參數

d = 參考點間距離

$V_0 = (g/f) k \times \nabla \bar{z}_0$

$V_T = (g/f) k \times \nabla Z_T$

$V_M = (g/f) k \times \nabla M$

m = 繪圖因子

$\varphi$  = 緯度

$\alpha$  = 比容

p = 氣壓

$\theta$  = 位溫

$\Omega$  = 每日二兀弧度

這個模式遭遇到的第一個困難是時間，和經過十二個步驟方可得一張預報圖。Reed 說完成全部繪圖程序需兩個多小時，這似嫌樂觀了些，特別是缺乏繪圖經驗的學生們，將需更長的時間。為簡化Reed模式，乃忽略其原式內之  $\bar{z}_0$ ,  $\bar{V}_0$ ,  $V_0$ ,  $V_G$ , M和G而得到一簡化的方式：

$$\frac{\partial}{\partial t} [-Z_0 + k(Z_5 - Z_0)] = k(V_5 + V_M)$$

$\cdot \nabla Z_0$  或

$$\frac{\partial}{\partial t} (Z_0) = \frac{k}{1+k} \frac{\partial}{\partial t} (Z_5) + \frac{k}{1+k} (V_5 + V_M) \cdot \nabla Z_0$$

或對時間積分得

$$(Z_0)_{t+\Delta t} = (Z_0)_t + k [(Z_5)_{t+\Delta t} - (Z_5)_t] + K \int_t^{t+\Delta t} (V_5 + V_M) \cdot \nabla Z_0 \delta t$$

式內  $K = k/(1+k)$

$Z_0$ 之平流對時間積分即接近於  $K(Z_5 + M)$  圖內沿上游軌徑  $Z_0$ 之變化。然後用圖加法將  $KX$  (所預報之500mb高度變化圖) 與之相加，於是1000 mb 或海平面氣壓圖之預報圖已經完成。由經驗所得  $K$  值為0.50。

當然，簡化後的 Reed 模式仍有其缺點須待改進，但由於其正確及簡單易為學生運用而證明十分成功。

第一：山岳影響 (式內M 及  $V_M$  項) 北緯40度左右量的運用極為成功，但在北緯30度左右却常失敗，所以  $f^2$  常被認為不受緯度影響之常數，而在山岳地區M之值愈大愈佳，但為得到這個大的M值並限制  $K = 0.5$ ，我們必須毫無理由的假定靜力穩定  $\partial \theta / \partial p$  一個大值。

第二：德克薩斯和墨西哥灣沿岸的騷動有時預報其東移和加深之速度較實際為快，但發生之次數並不太多，所以簡化後的 Reed 模式仍可用於該

區。

第三：在大平原之冷面通常較所預報其相伴之1000mb槽向南移動為快。事實上這只是主觀的運用冷空氣中最新風的資料修正預報界面運動之結果，設若注意最後界面位置與所預報之1000-500mb厚度圖之型式，則並無不合理之情事。

第四：利用這個模式，預報深度低壓後之氣壓上升較所觀測到者為快，對於這個缺點已有幾種解釋，包括基本模式的缺點與絕熱增溫等。

3. 更換模式的發展 因 Reed 原模式中有幾個有關處理導數“f”和“f'”的問題，所以有人懷疑企圖由解原方程式而消除簡化方程式錯誤的可能。所以一個修改過的預報方程已被導出如下：

等一、1000mb 等壓面的水平渦旋方程式可寫作

$$\frac{\partial}{\partial t} [a(\bar{z}_0 - Z_0)] + V_0 \cdot \nabla [a(\bar{z}_0 - Z_0)] - f \left( \frac{\partial w}{\partial p} \right)_0 = 0$$

式內  $a = \frac{4g}{f^2} - 1$  等於參考點間距離，並假定  $a(\bar{z}_0 - Z_0)$  大於  $f$  甚多 (即  $a(\bar{z}_0 - Z_0) \ll f$ ) 用  $f$  除渦旋方程式兩端得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{a}{f} (\bar{z}_0 - Z_0) \right] + V_0 \cdot \nabla \left[ \frac{a}{f} (\bar{z}_0 - Z_0) \right] - \left( \frac{\partial w}{\partial p} \right)_0 = 0 \quad (1)$$

根據 Reed，將熱力方程式寫如以下形式：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right) + V \cdot \nabla \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right) - \frac{a}{g\theta} \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = 0 \quad (2)$$

假定  $d\theta/dt = 0$  或整個程序為絕熱。並引入

$$\frac{\partial Z}{\partial p} = + \frac{Z_5 - Z_0}{p_0 - p_5} = \frac{Z_5 - Z_0}{p_5}$$

並使在微差值有效層內之  $\omega = \omega_0 - \frac{3}{8} p_5 \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)$ ，式內  $\omega$  為在大氣中輻散隨  $p$  之一次微分變化時接返 700mb 層之值，方程(2)亦可寫為

$$\frac{\partial}{\partial t} (Z_5 - Z_0) + V_0 \cdot \nabla (Z_5 - Z_0) - \frac{p_5}{g} \left( \omega_0 - \frac{3}{8} p_5 \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_0 \right) S \quad (3)$$

式內  $S = -(\alpha/\theta) \partial \theta / \partial p$  並假定熱力風不隨

高度變化。

$$\text{設 } c = -\frac{3}{8} \frac{p_5^2}{g} \left( \frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} \right) = \frac{3}{8} \frac{p_5^2}{g} S$$

且  $c$  不因時間與空間而變化，將方程(1)乘以  $c$  得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{ac}{f} (\bar{z}_0 - Z_0) \right] + V_0 \cdot \nabla \left[ \frac{ac}{f} (\bar{z}_0 - Z_0) \right] - \frac{3}{8} p_5^2 S \left( \frac{\partial w}{\partial p} \right)_0 = 0 \quad (4)$$

(3)+(4)得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ Z_5 - \left( \frac{ac}{f} + 1 \right) Z_0 + \frac{ac}{f} \bar{z}_0 \right] + V_0 \cdot \nabla \left[ Z_5 - \left( \frac{ac}{f} + 1 \right) Z_0 + \frac{ac}{f} \bar{z}_0 \right] - \frac{p_5}{g} S \omega_0 = 0$$

以  $f(ac+f) = r$  乘各項得

$$\frac{\partial}{\partial t} (rZ_5 - Z_0 + \frac{ac}{ac+f} Z_0) + V_0 \cdot \nabla (rZ_5 - Z_0 + \frac{ac}{ac+f} Z_0) - (Z_5 - \frac{1}{r} Z_0 + \frac{ac}{f} Z_0) V_0 \cdot \nabla r - r \frac{p_5}{g} S \omega_0 = 0 \quad (5)$$

由“a”“c”參數的代表值可以求得“r”之值為  $1/2$ ，於是， $Z_0/r \ll Z_5$  及  $(ac/f) Z_0 \ll Z_5$ ，我們可以利用 Reed 和其他氣象學者之經驗。增加參考點間之距離至充份大時則  $V_0 \cdot \nabla Z_0$  和  $\partial Z_0 / \partial t$  兩項可忽略不計。如是，則(5)式可寫為

$$\frac{\partial}{\partial t} (rZ_5 - Z_0) + V_0 \cdot \nabla (rZ_5 - Z_0) - Z_5 V_0 \cdot \nabla r - r \frac{p_5}{g} S \omega_0 = 0 \quad (6)$$

假定  $\omega_0$  為初風速，其近似值可以公式  $\omega_0 = -V_0 \cdot \nabla (p_0 - p_g)$ ， $p_g$  為地面氣壓 (非海平面氣壓)， $(\nabla \cdot V_0)$  為產生垂直風速之因子， $\omega_0$  乘以  $p_5/g$  即得  $\frac{p_5}{g} S \omega_0 = -\frac{p_5}{g} S V_0 \cdot \nabla (p_0 - p_g) = -V_0 \cdot \nabla \left( \frac{p_5}{g} S (p_0 - p_5) \right) = -V_0 \cdot \nabla Z_M$  式內  $Z_M = \frac{p_5}{g} S (p_0 - p_g)$

於是(6)式內含  $\omega_0$  項可寫為

$$r \frac{p_5}{g} S \omega_0 = r V_0 \cdot \nabla Z_M = V_0 \cdot \nabla r Z_M - Z_M V_0 \cdot \nabla r$$

代入(6)式合併同類項。

$$\frac{\partial}{\partial t} (rZ_5 - Z_0) + V_0 \cdot \nabla (r(Z_5 + Z_M))$$

$$-Z_0) - (Z_5 + Z_M) V_0 \cdot \nabla r = 0 \quad (7)$$

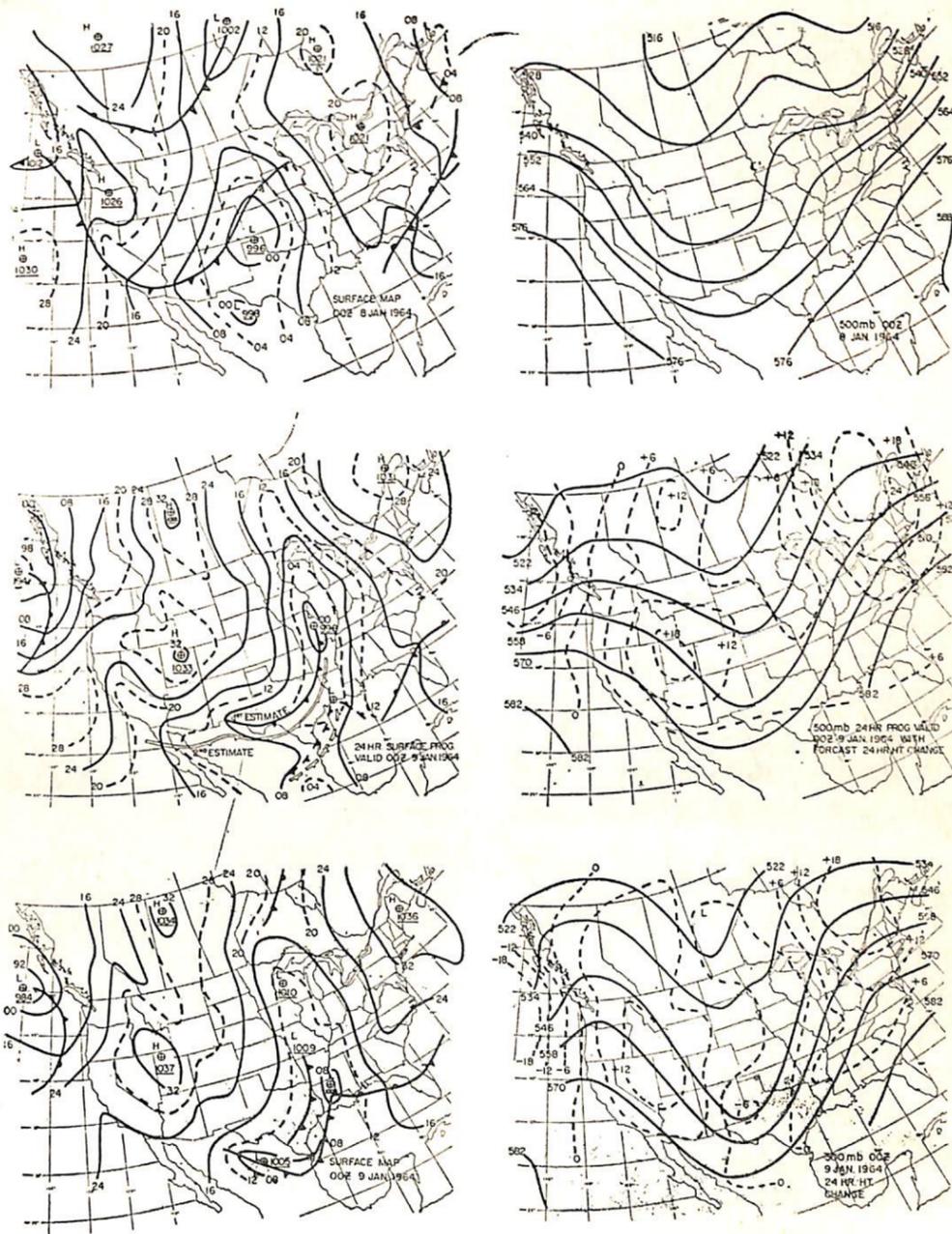
引入地轉方程式  $V_0 = + (g/f) k \times \nabla Z_0$

$V_M = + (g/f) k \times \nabla Z_M$  和  $V_5 = + (g/f) k \times \nabla Z_5$  並對平流項完成向量合併，則(7)式可寫為

$$-\frac{\partial}{\partial t} (Z_0) - r \frac{\partial}{\partial t} (Z_5) = -r (V_5 + V_M) \cdot \Delta Z_0 \quad (8)$$

及  $(Z_0)_{t+\Delta t} = (Z_0)_t + r [(Z_5)_{t+\Delta t} - (Z_5)_t] - \int_t^{t+\Delta t} r (V_5 + V_M) \cdot \nabla Z_0 \delta t$  (9)

若令  $r = 0.50$  則此式與簡化後之 Reed 模式相同，我們會假定  $r$  之值隨緯度變化而變化，但在(8)式能成爲一可利用之預報方程式前必須將  $r$  變爲一常數，而能適合於任一緯度。事實上有很多常數須待推演



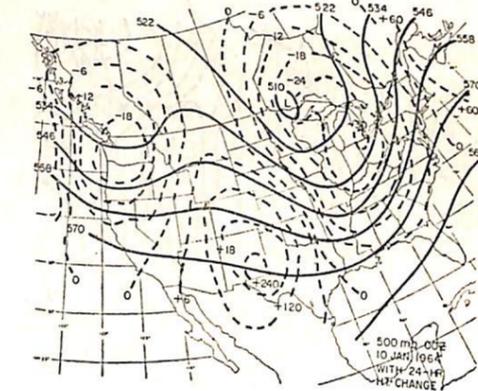
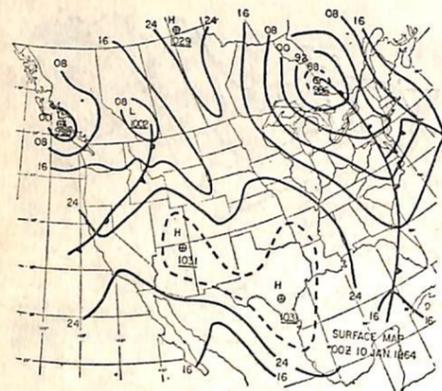
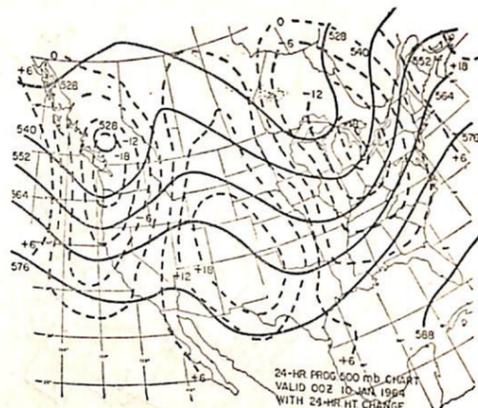
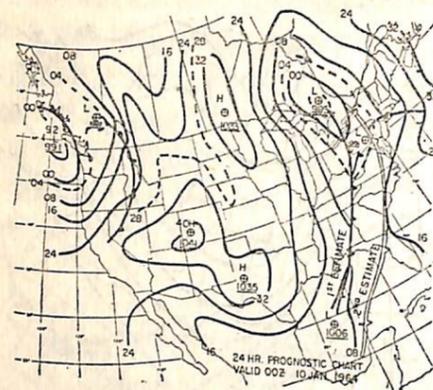
上圖左方爲地面圖，右方爲500mb圖。時間爲1964年1月8日0000Z。中爲24小時預報圖，有效時間爲1964年1月9日0000Z。下爲1964年1月9日0000Z圖(氣壓單位爲mb，高度單位爲十公尺)。

$$r = \frac{f}{ac + f} \quad f = 2\Omega \sin\phi \quad a = \frac{4g}{f^2}$$

$$c = \frac{3p_0^2}{8g} \left( \frac{\alpha}{\theta} - \frac{\partial\theta}{\partial p} \right)$$

$$Z_M = \frac{p_0}{g} \left( -\frac{\alpha}{\theta} - \frac{\partial\theta}{\partial p} \right) (P_0 - P_g)$$

首先由美國各地探空紀錄  $\frac{\partial\theta}{\partial p}$  得月平均值為



上圖左方為地面圖，右方為 500mb 預報圖。有效時間為 1964 年 1 月 10 日 0000Z。中為 1964 年 1 月 10 日 0000Z 圖。下右為參考點，圖下左為  $Z_M$  圖，氣圖單位 mb，高度單位十公尺。

由 1000mb 至 500mb 減低  $24^\circ\text{K}$  (若只以乾絕熱程序而言，接近  $-30^\circ\text{K}$ ，但空氣凝結時有潛熱放出，絕熱冷卻時又可能連帶發生下降情形)。由同一資料發現 1000-500mb 中間  $a/\theta$  之平均值為  $3.7\text{cm}^2\text{g}^{-1} (\text{K})^{-1}$ ，所以  $c = 1.70 \times 10^4 \text{cm}$ ， $Z_M = 0.90 (P_0 - P_g)$ ，式內  $(P_0 - P_g)$  單位為 mb， $Z_M$  單位為米。

我們寧捨直接計算而依經驗獲得簡化後之 Reed 模式內在  $40^\circ\text{N}$   $r = 0.50$  之值，若此為真，則參考點間之距離為 870 公里。計算得下列的常數值如表

	$30^\circ\text{N}$	$40^\circ\text{N}$	$50^\circ\text{N}$
$r$	0.378	0.500	0.588
$f + ac$	1.928	1.872	1.864

( $\times 10^{-7} \text{sec}^{-1}$ )

$f + ac$  隨緯度的微小變化，對推演方程式(9)之平流項最為便利。特別是因  $r$  隨緯度變化，如決定 500mb 局部高度變化對地面之影響時，須更多一步工作。引入地轉方程式  $(V_s + V_M) = + (g/f) k \times \nabla (Z_s + Z_M)$ ，則方程式(9)平流項

$$\int_t^{t+\Delta t} r (V_s + V_M) \cdot \nabla Z_s \delta t = - \int_t^{t+\Delta t} \frac{g}{f + ac} k \times \nabla (Z_s + Z_M) \cdot \nabla Z_s \delta t$$

如  $(f + ac)$  不隨緯度變化，則積分式接近於  $(Z_s + Z_M)$  圖上  $Z_0$  線之平流。而方程式(9)與 Reed 模式間之其他唯一不同即是“ $r$ ” (Reed 模式中的  $K$ ) 隨緯度變化， $\Delta Z_s$  圖與平流的  $Z_0$  線相加之前必須加以修正。

4. 應用：茲以預報 1964 年一月九日及十日 0000Z 之地面天氣圖 (圖 1 及圖 2) 為例敘述如下：

a. 先將 500mb 圖及 500mb 廿四小時預報圖繪於千萬分之一之底圖上。

b. 將  $Z_M$  圖繪於透明膠板上，分別與 500mb 圖及二十四小時 500mb 預報圖相加，即得兩張操縱 (Steering) 圖 (如圖 2c)

c. 在一張空白圖上大約標示 130 個參考點 (如圖 2f)，用適於  $40^\circ\text{N}$  之地轉風表，地轉風速之半，在預報圖上由每個參考點向上游找出 24 小時及最初 12 小時之位置，然後在原始操縱圖上找出 12 小時之位置。

d. 將軌徑圖置於原始地面圖上，並將終點氣壓值填於起點，分析氣壓而得“第一猜”預報圖。

e. 由 500mb 預報圖減去 500mb 原始圖而得二十四小時 500mb 高度變化圖，乘以“ $r$ ”並將高度上升值乘以  $1/2$ ，再將所得之結果 (高度變化場) 圖加於“第一猜”預報圖即得最後預報圖。

(上接第 11 頁)

1961 (AFCRL-62-242).  
14. R. J. Reed, Detailed Analyses of Selected Pacific Storms Based on Continuous Radar Records and Short-Interval Seri-

由以上程序所得之預報圖，高低壓中心，氣壓梯度及氣壓型式相當正確。然而也有其缺點，例用在第一張預報圖上美國東部三分之二之區域內預報之氣壓較觀測得之氣壓低 4 至 10mb，無疑，此種錯誤之造成，可能由較此程序所能處理之更大擾動所施然。

更為嚴重者為界面位置之錯誤，雖然這種錯誤早已預料得到，但未做主觀之修正。一個十分簡單的客觀修正業已導出並利用以決定如預報圖所示之“第二估計”位置。我們假想冷面為由 1000mb 伸至 700mb 之實質面，而且將隨地轉風和似地轉風水平移動，若我們知道冷面後之水平輻散場，則可估計似地轉平流分力。我們的模式使平流等於垂直運動與隨氣壓一次微分而變化的輻散之代數和。我們可以下面公式計算地面輻散

$$\left( \frac{\partial w}{\partial p} \right)_0 = \frac{(1-r) V_0 \cdot \nabla (Z_s - Z_0)}{c} = 1.22$$

$$V_0 \cdot \nabla (Z_s - Z_0)$$

$$\left( \frac{\partial w}{\partial p} \right)_0 \text{之單位為 } 10^{-5} \text{sec}^{-1}, V_0 \cdot \nabla (Z_s - Z_0)$$

之單位為每六小時 60 米， $r = 0.5$ 。在此模式內由 1000mb 至 700mb 間之平均輻散為  $0.7 (\partial w / \partial p)$ ，將輻散對距離積分之，得似地轉分力  $|V_a| = 0.47 L V_0 \cdot \nabla (Z_s - Z_0)$ ， $|V_a|$  之單位為每小時海里，平流項為每六小時 60 米， $L$  為冷平流區之寬度，其單位為緯度。

此公式被用於另一地轉平流以獲得界面之第二估計位置，但在此區一界面如有強烈的包圍特性 (厚度線通過界面)，則此公式不能應用，下游方向之似地轉平流可能已包括於由經驗所得之常數“ $r$ ”之值內。

5. 結論：可以成功的預報二十四小時海平面氣壓型式的地面預報圖之繪製技術業已導出，其與似地轉影響的訂正，可以合理的預報冷面位置。這種技術不能應用於長波，而且可能對大區域的氣壓預報發生錯誤，但對氣壓梯度不會有太大影響。揭發或修正更多的有系統的錯誤，和決定延伸預報有效時間之範圍，均有待於更進一步的實驗。

al Ascents, vol. 5, "Case of June 5-7, 1961" University of Washington, Dept. of Meteorology and Climatology, July 1962 (AFCRL-62-409).

(下接第 25 頁)